# MEMORIE

DELL' I. R. ISTITUTO LOMBARDO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

VOLUME III.

MILANO

1832

# MEMORIE

## DELL' I. R. ISTITUTO LOMBARDO

S. 1104. F8.

# MEMORIE

## DELL' I. R. ISTITUTO LOMBARDO

### DI SCIENZE LETTERE ED ARTI

VOLUME TERZO

MILANO
DALLA TIPOGRAFIA BERNARDONI
1852.

NATURAL HISTORY

# ELENCO

DEI

# MEMBRI ATTUALI

## DELL' I. R. ISTITUTO LOMBARDO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

PRESIDENTE.

Ambrosoli dottor Francesco, professore ordinario di filologia latina e greca, di letteratura classica e di estetica nell'I. R. Università di Pavia.

VICE PRESIDENTE.

Rossi dottor Francesco, bibliotecario dell' I. R. Biblioteca di Brera in Milano.

SEGRETARIO.

Veladini dottor Giovanni, prof. ordinario di matematica nell'I. R. Liceo di S. Alessandro in Milano.

VICE SEGRETARIO.

Curioni nobile dottor Giulio.

## MEMBRI ONORARJ.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Francesco Carlo Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ecc., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di S. Stefano d'Ungheria, ecc.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Giovanni Battista, Giuseppe, Fabiano, Sebastiano, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ecc., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine militare di Maria Teresa, dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, ecc.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Ranieri Giuseppe Giovanni Michele Francesco Gerolamo, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ecc., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di S. Stefano d'Ungheria e dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro (in brillanti), dell'Ordine Imperiale Russo di Sant'Andrea e del R. Ordine Sardo dell'Annunciata, ecc.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Luigi Giuseppe Antonio, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ecc., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di S. Stefano d'Ungheria, ecc.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Leopoldo Lodovico Maria Francesco Giulio Eustachio Gerardo, cav. del Toson d'oro e del R. Ordine Sardo dell'Annunziata, Gran Croce dell'Ordine Costantiniano di S. Giorgio di Parma, ecc.

S. A. S. il Principe Clemente Venceslao Lottario di Metternich-Winneburg, Grande di Spagna di prima Classe, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di S. Stefano d'Ungheria (in brillanti), Gran Croce dell'Onor civile, I. R. Consigliere Intimo, ecc., ecc.

S. E. il signor conte Francesco Antonio di Kolowrat-Liebsteinsky, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Croce d'oro

dell'Onor civile, Balio onorario e Gran Croce dell'Ordine sovrano di S. Giovanni di Gerusalemme, ecc.

S. E. il signor conte Francesco di Hartig, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, I. R. Consigliere Intimo, ecc.

Vacani barone Camillo, cav. di fort'Olivo, cav. di più Ordini, Tenente Maresciallo, Socio onorario dell'I. R. Academia di Belle Arti in Milano, ecc.

De Hammer-Purgstall barone Giuseppe, cav. dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. e commendatore di più altri Ordini, Membro di molte Società scientifiche e letterarie.

Manzoni nobile Alessandro, Membro Onorario dell'I. R. Academia di belle arti in Milano, ecc.

S. E. il signor conte Giovanni Battista di Spaur, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, I. R. Consigliere intimo, Ciambellano, ecc.

S. E. il signor conte Carlo d'Inzaghi, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo e dell'Ordine Costantiniano di S. Giorgio di Parma, Gran Croce e Balio onorario dell'Ordine sovrano di S. Giovanni di Gerusalemme, Socio di varie Academie, ecc.

S. E. Reverendissima monsignore Bartolomeo Carlo Romilli, Prelato domestico di S. S., Assistente al soglio Pontificio, I. R. Consigliere Intimo, Gran Dignitario, Cappellano della Corona di ferro del Regno Lombardo-Veneto, Arcivescovo di Milano, ecc..

Mylius Enrico, I. R. Consigliere, cav. dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, Consigliere straordinario dell'I. R. Academia di belle arti, Presidente della Società d'Incoraggiamento d'arti e mestieri in Milano, ecc.

S. A. il Principe Carlo di Schwarzenberg, Tenente Maresciallo, cav. di più Ordini I. R. Luogotenente civile e militare della Transilvania, ecc.

## MEMBRI EFFETTIVI PENSIONATI.

Carlini Francesco, cav. dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, Membro dell'I. R. Academia delle scienze di Vienna e di altre Academie nazionali e straniere, primo Astronomo e Direttore dell'I. R. Osservatorio di Brera in Milano.

Fantonetti Giovanni Battista, cav. del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, dottore in medicina delle Università di Pavia e di Torino, Direttore dell'I. R. Scuola d' Ostetricia, Membro di varie Academie nazionali e straniere.

Bordoni Antonio, commendatore dell'Ordine di Francesco Giuseppe, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, Direttore della facoltà Matematica presso l'I. R. Università di Pavia, Membro dell' I. R. Academia delle Scienze di Vienna, e di varie Academie scientifiche nazionali e straniere.

Panizza cavaliere Bartolomeo, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, Professore ordinario di anatomia umana ed Anziano dello studio medico-chirurgico-farmaceutico nell'I. R. Università di Pavia, Socio corrispondente dell'I. R. Academia delle Scienze di Vienna e Membro di varie Academie scientifiche nazionali e straniere.

Belli Giuseppe, cav. del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, Professore ordinario di fisica nell'I. R. Università di Pavia, Socio corrispondente dell'I. R. Academia delle Scienze di Vienna, membro di varie altre nazionali e straniere.

Ferrario Padre Ottavio, cav. dell'Ordine Imperiale Austriaco di Francesco Giuseppe, Provinciale dei Padri Ospitalieri, Membro di varie Academie scientifiche.

Labus dottor Giovanni, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Anstriaco della Corona di ferro, del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, e del-

l' Ordine pontificio di S. Gregorio Magno, I. R. Epigrafista Aulico, Membro dell'I. R. Academia delle Scienze in Vienna, Socio dell' Istituto di Francia (Academia delle iscrizioni e belle lettere), dell'Academia delle Scienze di Berlino, Lilla, Praga e di molte altre scientifiche, letterarie e di belle arti.

Catena dottor Bartolomeo, prefetto della Biblioteca Ambrosiana in Milano.

Moretti Giuseppe, professore ordinario di botanica nell'I. R. Università di Pavia, Membro di varie Academie scientifiche.

Balsamo-Crivelli nobile Giuseppe, professore di storia naturale speciale nell'I. R. Università di Pavia, membro di varie Academie scientifiche nazionali e straniere.

Bellani canonico Angelo, membro di varie Academie scientifiche nazionali e straniere.

Zambelli nobile Andrea, professore ordinario di scienze e leggi politiche nell'I. R. Università di Pavia, socio corrispondente dell'Ateneo Italico, dell'Academia de' Georgofili di Firenze, ecc.

Ambrosoli dottor Francesco, anzidetto.

Frisiani nobile Paolo, professore ordinario di astronomia e secondo astronomo dell'I. R. Osservatorio di Brera in Milano.

Borgnis Giuseppe Antonio, cav. del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, professore ordinario di matematica applicata nell'I. R. Università di Pavia.

Lombardini ingegnere Elia, I. R. direttore delle pubbliche costruzioni in Lombardia, socio onorario dell'I. R. Accademia di Belle Arti in Milano, ecc.

Curioni nobile dottor Giulio, anzidetto.

Veladini dottor Giovanni, anzidetto.

## MEMBRI EFFETTIVI NON PENSIONATI.

Ghirardini dottor Giovanni.

Rossi dottor Francesco, anzidetto.

Vittadini dottor Carlo, medico-chirurgo degli esposti, membro di varie Accademie nazionali e straniere.

Bassi nobile dottor Paolo.

De Filippi dottor Giuseppe, cav. dell'Ordine della Corona di ferro, ecc.

Brugnatelli Gaspare, professore ordinario di storia naturale generale ed anziano dello studio filosofico nell'I. R. Università di Pavia, membro di varie Accademie nazionali e straniere.

Gianelli Giuseppe Luigi, professore emerito di medicina legale e polizia medica, I. R. consigliere di Governo, membro di varie Accademie nazionali e straniere, ecc.

Porta Luigi, professore ordinario di clinica chirurgica e di terapia speciale nell'I. R. Università di Pavia.

Jan Giorgio, cav. dell'Ordine costantiniano di S. Giorgio di Parma, direttore del Museo civico di storia naturale in Milano, professore emerito di botanica nella Ducale Università di Parma.

De Kramer nobile Antonio, professore di chimica tecnica presso la Società d'Incoraggiamento d'arti e mestieri in Milano.

De Cristoforis nobile Luigi.

Litta conte Pompeo, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, commendatore del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, membro della Legion d'Onore di Francia, consigliere straordinario dell'I. R. Academia di Belle Arti di Milano, membro dell'I. R. Academia delle Scienze di Vienna.

Verga dottor Andrea, direttore dell'Ospedale Maggiore di Milano.

## SOCJ CORRISPONDENTI IN LOMBARDIA.

Arrivabene ingegnere Antonio, in Mantova.

Bassi dottor Agostino, cav. dell'Ordine francese della Legion d'onore, agronomo. in Lodi.

Beccaria nobile Giacomo, I. R. consigliere di Governo pensionato, in Milano.

Billi dottor Felice, nobile di Sandorno, I. R. professore d'ostetricia, membro di varie Academie scientifiche, in Milano.

Biondelli dottor Bernardino, direttore dell'I. R. Gabinetto Numismatico, professore di archeologia e numismatica, membro di varie Academie nazionali e straniere, ecc.

Bonicelli sacerdote Vincenzo, professore nel Seminario vescovile di Bergamo.

Cattaneo dottor Francesco, professore di matematica nell'I. R. Liceo di Como.

Cenedella dottor Attilio, chimico-farmacista dello Spedale Maggiore di Brescia.

Cesati barone Vincenzo, membro di varie Academie, ecc.

Colombani ingegnere Francesco, in Milano.

Cossa nobile Giuseppe, dottore in matematica, primo sotto-bibliotecario dell'I. R. Biblioteca di Brera, professore di paleografia e diplomatica, ecc., in Milano.

Geromini Felice, dottor fisico, direttore dell'Ospedale civico in Cremona.

Grossi Tomaso, dottore in ambe le leggi, notajo, ecc., in Milano.

Krentzlin, nobile Galeazzo, ingegnere, già ispettore de' canali navigabili in Milano.

Magrini dottor Luigi, professore di fisica nell'I. R. Liceo di Porta Nuova, membro di varie Academie, in Milano.

Pezza Rossa sacerdote Giuseppe, professore nel Seminario Vescovile di Mantova.

Piantanida Carlo, dottor fisico, già direttore dell'Ospedale Maggiore e LL. PP. Elemosinieri di Milano, socio di varie Academie, in Milano.

Polli Giovanni, dottor fisico, professore di chimica tecnica presso l'I. R. Scuola Reale Superiore, ecc., in Milano.

Possenti ingegnere Carlo, in Milano.

Restelli avvocato Francesco, in Milano.

Rusca conte Luigi, I. R. Consigliere di Governo, membro di varie Academie, in Milano.

Sartorelli Giambattista, ispettore de' boschi nella Provincia di Bergamo.

Strambio Giovanni, dottor fisico, medico municipale, membro di varie Academie ecc., in Milano.

Turroni Gerolamo, professore ordinario di storia universale ed austriaca e delle scienze storico-ausiliarie (archeologia, numismatica, diplomatica ed araldica), presso l'I. R. Università di Pavia.

Ugoni nobile Camillo, in Brescia.

## SOCJ CORRISPONDENTI FUORI DI LOMBARDIA.

Alessandrini dottor Antonio, professore di matematica comparata nella pontificia Università di Bologna. - Bologna.

Amici cavalier Giambattista, professore d'astronomia nell'I. R. Museo di storia naturale in Firenze, ecc. - Firenze.

Avogadro di Quaregna conte Amedeo, professore emerito di fisica sublime nella R. Università di Torino, ecc. - Torino.

Berghaus professore Enrico. - Gota.

Bertoloni cavalier Antonio, professore di botanica nella pontificia Università di Bologna. - Bologna.

Biot cavalier professore Giovanni Battista. - Parigi.

Bonaparte Carlo Luciano, principe di Canino e di Musignano. - Roma.

Bufalini cavalier Maurizio, professore di clinica medica nell'I. R. Arcispedale di santa Maria Nuova a Firenze, ecc. - Firenze.

De Buch barone Leopoldo. - Berlino.

De la Rive Augusto, professore di fisica nell'Academia di Ginevra, ec. - Ginevra.

De Notaris cavalier Giuseppe, professore di botanica nella R. Università di Genova. - Genova.

Ferrero della Marmora conte Alberto, maggiore generale, comandante la R. Scuola di marina, ecc. - Genova.

Gazzera abate cavalier Costanzo, professore di filosofia, segretario della R. Academia di scienze di Torino, ecc. - Torino.

Giorgini cavalier Gaetano, sopraintendente agli studj del Granducato di Toscana, professore onorario e provveditore generale dell'I. R. Università di Pisa, ecc. - Pisa.

Humboldt barone Alessandro. - Berlino.

Jacobi cavalier M. H. - Pietroburgo.

Kreil Carlo, direttore dell'I. R. Osservatorio di Praga, ecc. - Praga.

Liebig cavalier professore Giusto. - Giessen.

Mai S. Eminenza il cardinale Angelo. - Roma.

Marianini cavalier Stefano, professore di fisica nella ducale Università di Modena, presidente della Società Italiana delle scienze, ecc. - Modena.

Matteucci cavalier Carlo, professore di fisica nell'I. R. Università di Pisa, ecc. - Pisa.

Mazzarosa marchese Antonio, direttore della pubblica istruzione nel ducato di Lucca, ecc. - Lucca.

Medici dottor Michele, professore di fisiologia nella pontificia Università di Bologna, ecc. - Bologna.

Melloni cavalier Macedonio, direttore dello Stabilimento fisico-meteorologico di Napoli, ecc. - Napoli.

Moris cavalier Giuseppe Giacinto, professore di materia medica e botanica nella R. Università di Torino. - Torino.

Mossotti cavalier Ottaviano Fabrizio, professore di fisica e meccanica celeste nell' I. R. Università di Pisa. - Pisa.

Oken Lorenzo, professore di storia naturale, ecc. - Zurigo.

Orioli professore Francesco. - Corfù.

Pareto marchese Lorenzo. - Genova.

Pezzana cavalier Angelo, bibliotecario della ducale Biblioteca di Parma, ecc. - Parma.

Plana commendatore Giovanni, professore d'analisi nella R. Università di Torino, ecc. - Torino.

Prechtl consigliere Gio. Giuseppe, direttore dell'I. R. Istituto politecnico in Vienna, ecc. - Vienna.

Promis Carlo, regio archeologo, professore di architettura civile nella R. Università di Torino. - Torino.

Quetelet Adolfo, direttore dell'Osservatorio astronomico e segretario perpetuo della R. Academia delle scienze di Brusselles, ecc. - Brusselles.

Raumer Federico, professore di scienze storico-filosofiche nella R. Università di Berlino, ecc. - Berlino.

Repetti Emanuele, bibliotecario e socio ordinario dell'I. R. Academia dei Georgofili di Firenze, ecc. - Firenze.

Ridolfi marchese Cosimo, professore di agraria e pastorizia nell'I. R. Università di Pisa, ecc. - Pisa.

Selys de Longchamps Edmondo. - Liegi.

Serra di Falco duca don Domenico. - Palermo.

Spinola marchese Massimiliano. - Genova.

Studer Bernardo, professore di geologia nell'Università di Berna. - Berna.

# MEMORIE

DEL

# CATASTO DELLA FRANCIA

NEL 1846

## E DEL SUO AVVENIRE.

*Memoria*

DI

FRANCESCO REZZONICO

Letta nelle adunanze dei giorni 17 dicembre 1846, 4 e 18 febbrajo 1847 (*).

I Consigli dipartimentali della Francia furono chiamati ad esporre il loro avviso intorno ad un progetto di legge che ha svegliato altamente la pubblica attenzione (1). Trattasi di rinovare il Catasto prediale poc'anzi compiuto col lavoro di mezzo secolo e col dispendio di 150 e forse 200 milioni (2).

Molti furono maravigliati a quell'annunzio: ed hanno desiderato conoscere per quali cagioni e vicende un'opera di tanta mole e dispendio non riuscisse a buon fine, sì che torni ora necessario il rifarla da capo. Molti ancora domandarono, se la legge proposta faccia presumere che il nuovo lavoro possa riuscire migliore del primo, e che il benefizio di un buon Catasto, mancato in Francia alla generazione che si spegne, non venga meno anche a quella che sorge rigogliosa di tante speranze.

Intorno a queste ricerche io mi sono proposto di intrattenervi, o Signori, persuaso che nessuna migliore occasione offrire si possa a discutere l'importante

(*) Le note furono aggiunte da poi ed accennano talvolta a fatti posteriori.

(1) *Projet de loi sur le renouvellement et la conservation du Cadastre.* Imprimerie royale, juillet 1846. — *Moniteur universel*, 14 juillet 1846.

(2) Audiffret, *Système financier de la France.* Paris, 1840, vol. I. pag. 56. — *Moniteur Universel*, 27 juin 1845. — *Journal des Débats*, 28 octobre 1846.

materia dei Catasti, per modo che la teoria si associi alla pratica, e l'esperienza del passato sia costretta a mandare luce sull'avvenire.

Al che m'indussi tanto più volontieri considerando che varj Stati d'Italia attualmente danno opera a rinovare essi pure i loro Catasti, parte viziati da antichi difetti e dalle ingiurie degli anni, e parte eseguiti di recente con metodi e risultamenti poco dissimili dai francesi (1). Laonde il mio discorso, se conterrà qualche vero non disadatto alla Francia, potrà riuscire non inutile anche all'Italia, e sfuggire alla taccia o di poca opportunità o di soverchio ardimento.

## PARTE PRIMA.

### DEL CATASTO ATTUALE DELLA FRANCIA.

#### *SEZIONE PRIMA.*

#### *Cenni storici sull'attuale Catasto della Francia.*

I. Il sicuro ed equabile riscuotimento dell'imposta prediale richiama da lunga stagione le cure de'Governi, siccome oggetto che per doppio lato si attiene alla consistenza della pubblica fortuna ed alla giustizia distributiva.

II. Non è mia intenzione, nè l'argomento il richiede, di entrare in sottili discussioni sull'indole vera e sugli effetti dell'imposta prediale, nè di esporre le varie forme ch'ella assunse ne'tempi e luoghi diversi; ora segnata quasi da un'impronta servile, ed ora pura da cotal macchia; ora confusa coll'imposta dei beni mobili, ed ora sciolta da ogni mischianza; ora attuata sotto un'unica forma e denominazione, ed ora divisa e spezzata in diverse tasse che con nomi diversi si sopraponevano le une alle altre; quasi sempre perturbata e sconvolta nell'equa sua distribuzione da considerazioni di indole estranea e da privilegi di luoghi e persone.

Attualmente l'imposta prediale in quasi tutta l'Europa è condotta al massimo grado di semplicità; tutti sanno dovere essa ripartirsi ugualmente su tutti i beni-fondi in proporzione della loro rendita ordinaria, senza distinzione di luoghi e di persone; tutti conoscono che uno de'mezzi più idonei a sì fatto ripartimento sono i Catasti o registri di beni-fondi e de'loro possessori (2).

---

(1) Accennerò in ispecie il Piemonte, ove con regio brevetto 28 giugno 1848 fu istituita una Commissione per compilare un progetto di *generale catastazione secondo un sistema uniforme*.

(2) Vedasi fra gli altri Smith, *Richesse des nations*, lib. V, cap. II. — Jacob, *Science des finances*. Leipsic et Paris, 1845, vol. I, § 388. — Malchus, *Finanzwissenschaft*. Stuttgard,

III. Se non che, vario è il grado di importanza che ai Catasti concedono gli Statisti, vario l'uso che ne fanno i Governi; e quasi due diversi sistemi stanno a fronte nella teoria e nella pratica del ripartimento delle imposte.

IV. Giusta il primo di essi, il potere sovrano, valutata con mezzi di semplice approssimanza la forza produttiva del territorio nazionale, determina la somma che lo Stato in complesso, e proporzionatamente ciascuna provincia, contribuir deve a titolo di imposta prediale. Le rappresentanze od autorità provinciali, cantonali e distrettuali con una serie di operazioni successive e graduali, fondate esse pure sopra basi di semplice approssimanza, ripartiscono la somma dell'imposta provinciale da prima fra i cantoni e distretti, poi fra i comuni. Finalmente la rappresentanza comunale divide l'imposta di ciascun comune fra i singoli possessori in ragione dei beni da essi posseduti; e quì entra propriamente l'ufficio del Catasto, il quale, siccome ognun vede, in questo sistema non è mestieri che sia uniforme e perequato in tutto lo Stato, ma può essere vario e particolare in ciascun comune. Questo sistema che si dice di *quota* o di *ripartimento* è stato fin quì il più usitato precipuamente negli Stati di grande estensione (1); ma procedendo dal generale a'particolari ed in mezzo a grandi incertezze, difficilmente può condurre all'uguaglianza proporzionale dell'imposta in tutto il territorio.

L'altro sistema, che si dice di *quantità* o di *contingente*, procede in modo contrario, salendo dai particolari al generale. Si riconosce coll'opera dei periti e con metodi uniformi in tutto lo Stato la rendita de'singoli beni-fondi, apprezzandola a danaro; e il tributo si impone a ciascun fondo in ragione della rendita così riconosciuta ed apprezzata. L'aggregato della rendita e dell'imposta di ciascun fondo costituisce la rendita e l'imposta di ciascun possessore; e così salendo di mano in mano a'comuni, a'distretti ed alle provincie, si conosce la rendita e l'imposta loro, e finalmente quella dell'intero territorio (2). Con questo sistema, che poggia interamente sul Catasto, havvi fiducia di raggiungere meglio l'uguaglianza proporzionale dell'imposta; ma il Catasto deve eseguirsi in tutto lo Stato con metodi pienamente esatti ed uniformi, onde riesca a risultamenti del pari uniformi ed esatti.

---

1830, vol. I, § 22. — Rau, *Finanzwissenschaft.* Heidelberg, 1846, § 301. Del resto sotto la parola *beni-fondi* quì si comprendono tutti gli stabili. *Fundi appellatione omne ædificium et omnis ager continetur.* Frag. 2 Dig. *de verbor. significat.*

(1) Malchus, *Organismus der Behörden für die Staatsverwaltung.* Heidelberg, 1821, vol. I, § 58. — *Recueil méthodique des lois, decrets sur le Cadastre de la France.* Paris, 1811. Tit. I.

(2) Malchus, loc. cit. — *Recueil méthodique*, loc. cit.

V. Anche in Francia, come in altri paesi, l'imposta prediale frastagliata sotto varie forme e denominazioni di *taglia reale*, di *decimi*, di *centesimi*, attuata come imposta di ripartimento in diverse misure nelle diverse provincie e suddivisa con metodi imperfetti, pesò sino al cadere dello scorso secolo con grande inuguaglianza sull'industria agricola, e dissecco, ove più ove meno, le sorgenti di questa parte precipua della pubblica e privata fortuna (1).

Indarno si era tentato più volte di ridurre a maggiore uniformità gli assegnamenti delle varie provincie e il ripartimento nell'interno di quelle; indarno l'idea di un Catasto generale ed uniforme parve arridere da prima a Carlo VII e più tardi alla gran mente di Colbert (2). I tempi non erano ancora maturi a cotali innovazioni.

VI. Finalmente l'Assemblea costituente colla legge del 1.° dicembre 1790 gettò le basi di una grande riforma. « L'imposta prediale, diceva quella legge, sarà ripartita con uguaglianza proporzionale su tutte le proprietà dello Stato in ragione della rendita netta ». Ed in queste parole si ravvisava, non solo l'introduzione di un'imposta prediale uniforme in tutta la Francia, ma il germe ben anche di un'imposta di *contingente* fondata sulla stima de'singoli fondi, o, come dicono, sul Catasto *parcellare* (3).

Se non che, la legge del 1.° dicembre 1790 si giacque per due lustri poco più che nuda lettera, non svolta da opportuni regolamenti, non seguita che da incerti ed incompiuti esperimenti di pratica applicazione. E frattanto l'imposta dello Stato decretavasi di anno in anno in una somma complessiva sopra basi di semplice approssimanza, ed applicavasi come imposta di ripartimento. Nè

---

(1) Bresson, *Histoire financière de la France*, vol. II. Paris, 1829. — Bailly, *Histoire financière de la France*, vol. II. Paris, 1830. — Macarel et Boulatignier, *De la fortune publique de la France*. Paris, 1841.

(2) Quando gli storici parlano di un Catasto generale, non dobbiamo intendere subito di un Catasto *parcellare* e di un'imposta di *contingente*. Nei secoli andati il primo voto degli uomini di Stato era l'abolizione dei privilegi delle classi e de'luoghi. Il resto non poteva aggiungersi che a poco a poco. Vauban a'tempi di Luigi XIV stava contento alla percezione dell'imposta in natura, purchè estesa a tutto il regno ed a tutti i possessori: e Necker nel 1781 appagavasi di un Catasto per denuncie, « cette sorte de Cadastre qui se forme sans frais et sans contrainte ». Vauban, *Dime royale: premier fonds, etc.* — Necker, *Compte rendu au roi*, pag. 67.

(3) Comprendo nella legge del 1.° dicembre 1790 anche i decreti del 22 e 25 novembre pubblicati con essa e rifusi nella legge del 3 frimale anno VII. Quest'ultima si considera ancora come la base del sistema d'imposta prediale nella Francia, e fu ristampata non ha guari dal Baqua col fastoso titolo di *Code des contribuables*. — Baqua, *Codes de la législation française*. Paris, 1841.

certamente potevasi compiere in pochi anni il Catasto parcellare della Francia (1).

VII. Di consueto era dato al più tranquillo reggimento de' Consoli il fecondare i germi sparsi dall'Assemblea costituente a miglioramento della pubblica amministrazione. Ma ciò non intervenne del Catasto, se non incompiutamente, e quasi a foggia di un più vasto e non meno infelice esperimento.

Nel 1802, così richiedendo il Ministro delle finanze, nominavasi una Commissione per condurre ad atto le promesse della Costituente, e quella Commissione mostravasi spaventata dall'idea di un Catasto *parcellare* di tutta la Francia. Misurare e stimare a rigor d'arte ciascun fondo del territorio francese (per lo meno cento milioni di particelle) sembrava impresa piuttosto impossibile che lunga e difficile. Proponeva adunque la Commissione di limitarsi ad un Catasto per masse di coltura. Secondo il quale divisamento si dovevano misurare e stimare i fondi di ciascun comune in tante masse quante erano le qualità delle loro colture: questa stima doveva far conoscere la rendita di ciascun comune, e mano mano di ciascun cantone e di ciascun dipartimento; e servire di base a ripartire l'imposta fra di loro. A ciascun comune sarebbesi lasciato il suddividere la sua imposta fra i possessori, in ragione della quantità e della rendita de' loro possessi da riconoscersi col sistema delle denunzie (2).

Invano il Ministro opponevasi a tale proposta; invano avvertiva ritornarsi con ciò all'imposta di ripartimento e non adempiersi al voto della legge del 1790. Prevaleva il parere della Commissione. Il Catasto per masse di colture imprendevasi quà e là per la Francia sopra 1800 comuni e poco dopo estendevasi ad un numero di gran lunga maggiore (3). I fautori di questo metodo ne celebravano la bontà e semplicità; in pochi anni il Catasto della Francia doveva essere compiuto, e raccogliersi in non più di quaranta volumi (4). E quell' opera

---

(1) In Francia si pensava ben diversamente. La legge e le istruzioni del 1790 disponevano senza più: « Il sera établi, à compter du 1.er janvier, une contribution foncière, qui sera répartie par *équalité proportionnelle sur toutes les proprietés en raison de leur revenu net*.... Les officiers municipaux observeront d'évaluer le revenu imposable *de chaque proprieté pour* 1791 *en égard au produit moyen qu'elle peut donner* ». — Ovon, *Collection des lois, instructions relatifs au Cadastre.* Paris, 1804-1809, vol. I, pag. 1-12.

(2) Goudin (*le Duc de Gaëte*), *Notice historique sur les finances de la France.* Paris, 1818, pag. 122. — Truchy, *Mémoire sur le Cadastre.* Gap. 1837, pag. 12. — Loreau, *Du crédit foncier.* Paris, 1841, pag. 47.

(3) Goudin, *Notice historique sur les finances, etc.* — Truchy, *Mémoire, etc.*

(4) Si veda in ispecie Regnault de Saint-Jean-d'Angely, *Discours sur les motifs du projet*

fervea sino al 1807, e già si erano eseguite le mappe e le stime di sedici mila comuni, la metà circa della Francia. Ma il Ministro Goudin dimostrò apertamente che con questo sistema si era giunti allo strano risultamento di imporre ad alcuni proprietarj il 30, il 40, e per fino il 50 per ogni lire cento di rendita, e ad altri soltanto il 10, il 5, e per fino il 2 per cento. Il buon senno e la giustizia prevalsero; cadde a terra quell'effimero edificio che aveva costato cinque anni di lavoro e la spesa di venti milioni; e si ebbe ricorso al Catasto *parcellare* (1).

VIII. La legge del 15 settembre 1807 e l'imperiale decreto del 27 gennajo 1808 posero le basi del sistema *parcellare* che fu poi svolto con speciali istruzioni ordinate e compendiate nella *Raccolta metodica*, il Codice del Catasto francese (2).

Secondo questo sistema, le proprietà stabili dovevano essere misurate, descritte e stimate ad una ad una, e i risultamenti di queste operazioni dovevano essere raccolti in tre atti fondamentali.

1.° La mappa (*le plan*), ove ciascuna proprietà doveva delinearsi secondo la sua configurazione ed estensione, ed essere distinta con un proprio numero; con questa legge che formar dovesse una *figura* o *particella* ogni edifizio, ed ogni terreno, o posseduto da una diversa persona, o destinato ad una diversa qualità di coltura, o fornito di un diverso grado di bontà.

2.° Il catasto (*l'état de section*), ove erano da registrarsi progressivamente i singoli numeri di mappa rappresentanti le singole *particelle* od *appezzamenti*, contraponendo a ciascun numero la rispettiva situazione, superficie, qualità e classe, la rendita censuaria ed il nome del possessore.

3.° Il libro delle partite (*la matrice*), nel quale sotto il nome di ciascun possessore si dovevano radunare in altrettanti gruppi tutte le particelle possedute da ciascuno di essi in ciascun comune (3).

---

*de loi sur les finances de l'an* 13: « Après un mûr examen, sa Majesté, frappée depuis longtemps de l'injuste inégalité dans la répartition de l'impôt foncier.... touchée de la presque unanimité du vœu des départemens.... pénétrée de cette vérité que la richesse territoriale de la France est la base impérissable de sa grandeur et de sa force.... entraînée peut être par un noble instinct vers l'exécution du projet à raison même de sa grandeur, et si l'on veut de ses difficultés.... Sa Majesté a résolu de faire encore ce présent à la France; de lui donner avec une *base certaine* pour la répartition de l'impôt foncier le moyen de réparer *toutes les injustices*.... La loi contient en conséquence la proposition d'une contribution pour continuer l'opération commencée, c'est-à-dire la confection d'un *Cadastre général par masse de culture* ». Ovox, *Collection des lois, decrets, etc.*, vol. III, pag. 8.

(1) Goudin, *Notice historique, etc.*, pag. 125.

(2) *Recueil méthodique des lois, decrets sur le Cadastre de la France.* Paris, 1811.

(3) *Recueil méthodique, etc.*, passim.

Le misure e le stime dovevano eseguirsi rispettivamente da geometri e periti, ed essere sopravegliate e rivedute da controllori, ispettori e direttori in ciascun dipartimento. A tutti era preposto un direttore generale per tutta la Francia (1). Ogni cosa pareva disposta con senno ed antiveggenza, e gli autori della *Raccolta metodica* non dubitavano di esprimere le più belle speranze, e dirò anzi l'assicurazione del più felice risultamento. « Le mappe, essi dicevano, hanno tutta la perfezione che insegna la scienza; il Catasto sarà il migliore registro della proprietà; varrà a togliere infinite questioni di confine, e potrà anche servire di titolo per provare il possesso. Quanto alle stime, aggiungevano, si sono adoperati tutti i mezzi praticabili e le cautele più imponenti per ottenere l'uguaglianza proporzionale fra i comuni, per modo che associando mano mano i diversi comuni catastati in ciascun cantone, e poscia i cantoni operati in ciascun dipartimento, si perverrà per gradi alla livellazione di tutti i dipartimenti, e, terminato il Catasto, la legge non farà che annunziare annualmente la proporzione in cui ogni proprietario in tutta l'estensione dell'Impero dovrà pagare la sua contribuzione; e questa proporzione potrà variare secondo i bisogni dello Stato da un anno all'altro, ma sarà sempre uguale per tutti i contribuenti dell'Impero » (2).

IX. A così belle speranze non corrisposero i risultamenti. E cominciando dalle mappe, non si può dubitare che le istruzioni contenessero molti savj provvedimenti a farle riuscire perfette. E fra queste vuolsi annoverare precipuamente l'essersi ordinato che le misure si fondassero sopra basi trigonometriche. Tuttavia (e qui seguo l'autorità del signor Truchy, geometra in capo del Catasto francese) poco o nulla giovarono queste cautele, o dimenticate o male osservate nella maggior parte dei dipartimenti. I geometri, abituati alle misurazioni concitate e solo approssimanti delle masse di colture o qualità, mal sapevano adattarsi al rigore della misura *parcellare*; nè questo rigore esigevasi dai revisori, persuasi che le misure di semplice approssimanza bastino allo scopo di indicare precisamente e stimare i fondi, e che più oltre non si richieda. E questa persuasione dettava il regolamento del 10 ottobre 1821, il quale dichiarando inutili le triangolazioni, concentrava le misure ai perimetri dei singoli comuni, ed in più altri modi pareva sancire la pratica delle imperfette misurazioni. Di che abusando sempre più i geometri, si giunse a tale che colle istruzioni del 7 febbrajo 1824, e poscia con quelle più stringenti del 15 marzo 1827, si dovette

(1) *Recueil méthodique, etc.*, passim.

(2) *Recueil méthodique, etc.*, §§ 1110-1135.

agire nel senso contrario per ricondurre le misure a maggiore regolarità. Laonde il citato scrittore conchiude, che quanto alla misura i quattro anni dal 1808 al 1812 furono anni di infelici esperimenti, e le mappe in scale troppo piccole, ricorrette e degradate non possono utilmente servire; che dal 1812 al 1827 si incontra un'alternativa di bene e di male secondo i tempi, i luoghi e le persone: e che solo dal 1827 in appresso si entra in un periodo di deciso miglioramento (1). Ma lasciando le misure, io mi affretto a favellare delle stime e della perequazione del Censo che costituisce l'oggetto principale del mio discorso.

X. Le operazioni del nuovo Censimento, siccome si è veduto di sopra, si dovevano intraprendere contemporaneamente in varj comuni e cantoni di varj dipartimenti quà e là per la Francia, coll'espresso intendimento di associare per la distribuzione dell'imposta da prima tutti i comuni componenti un cantone in cui fosse compiuto il nuovo Censo, e poscia tutti i cantoni censiti quà e là in qualsivoglia dipartimento. Al quale intento, dopo di avere assegnato a ciascun dipartimento e cantone la somma d'imposta loro competente, si dovevano da una parte unire tutte le somme d'imposta attribuite ai cantoni censiti, e dall'altra accumulare tutte le rendite censuarie dei cantoni medesimi per dividere il totale delle une sul totale delle altre, e dedurne una cifra unica d'imposta per ogni lira di rendita in tutti i cantoni e comuni così associati (2).

XI. Eseguitasi dal 1808 al 1812 l'associazione dei comuni in varj cantoni, si volle associare nel 1813 tutti i cantoni censiti nei varj dipartimenti. È però facile imaginare quale difficoltà involvesse questo divisamento. Da una parte lo staccare alcuni cantoni dal proprio dipartimento per unirli ai cantoni di altri dipartimenti disseminati quà e là per tutta la Francia e costituirne una società speciale era cosa affatto nuova, aliena dagli ordini consueti di pubblica amministrazione, e non agevole ad eseguirsi senza intralcio e confusione. Dall'altra parte una tale associazione doveva produrre variazioni di imposta assai rilevanti ed inattese, delle quali i possessori non potevano rendersi alcuna ragione. Laonde sorsero da ogni parte objezioni e reclami, ed il Governo colla legge del 15 marzo 1813 circonscrisse le associazioni cantonali al perimetro di ciascun dipartimento (3).

---

(1) Trucy, *Mémoire sur le Cadastre*, pag. 24-34.

(2) *Recueil méthodique*, §§ 1128-1132.

(3) Hennet, *Rapport à S. E. le Ministre des finances*, 6 novembre 1817, chap. III, pag. 29. — Chabrol, *Rapport au roi*, 15 mars 1830. — Audiffret, *Système financier de la France*, vol. II, ove trovasi inserto il rapporto del ministro Chabrol.

Ma le difficoltà e le cagioni di lamento erano in parte diminuite, in parte mutate, non però tolte interamente. Le associazioni cantonali racchiuse nei limiti di ciascun dipartimento cadevano il più delle volte su pochi cantoni, l'uno dei quali doveva subire la massima diminuzione di rendita e di imposta, e l'altro il massimo accrescimento; laonde quest'ultimo avrebbe dovuto sopportare tutto il peso di cui il primo era alleggerito sino a che altri cantoni venissero a dividerlo con esso. Ne derivavano così due inconvenienti: primamente un indebito aggravio di alcuni fra i cantoni associati, e poi un continuo variare nella misura dell'imposta di tutti: ed i reclami continuavano. I più moderati chiedevano che l'associazione dei cantoni si differisse fino a che potesse essere generale e definitiva; altri andavano più oltre, e mettendo in dubbio l'uguaglianza proporzionale delle stime, riputavano impossibile anche la futura e generale associazione dei cantoni e dipartimenti (1). Intanto avvenivano i mutamenti del 1814 e 1815 e l'attenzione del Governo era distratta per qualche tempo dal Censo.

XII. Ricomposte le cose pubbliche della Francia, anche il Censimento ebbe di nuovo, incominciando dal 1817, una parte dei pensieri del Governo. Già era mancata l'associazione graduale o progressiva così solennemente promessa, già vedevasi rimessa ad un'epoca lontana la perequazione generale, e molti dubitavano se anche questa si sarebbe potuta conseguire. Si notavano le differenze delle stime fra comune e comune, fra cantone e cantone in un medesimo dipartimento, e si teneva per fermo che molto maggiori dovevano essere da dipartimento a dipartimento. Si giunse perfino a rimettere in dubbio l'utilità del Censimento *parcellare* già eseguito in novemila e più comuni, ed i Consigli dipartimentali furono chiamati a deliberare se quell'opera si dovesse continuare. Il maggior numero pensò che si dovesse proseguire, e si proseguì(2). Ma l'Amministrazione non prese alcuna cura di chiarire se veramente sussistevano le temute disuguaglianze, o per lo meno non impartì alcun provvedimento per toglierle e per prevenirle in avvenire. I lavori si eseguirono ancora quà e là, senza un compiuto sistema di collegamento che li conducesse ad unità e raccogliesse in un corpo le sparse membra. L'operatore, osserva il signor David, era isolato nel comune, l'ispettore e gli altri impiegati lo erano del pari nel loro ufficio (3).

---

(1) Hennet, Chabrol, loc. cit.

(2) Hennet, Chabrol, loc. cit.

(3) David, *Du Cadastre et de la péréquation, etc.* Vedi *Journal des économistes*, avril et juin 1848.

XIII. In questo stato di cose la pubblica attenzione si rivolgeva sui metodi temporanei che servivano, e dovevano servire tuttavia per molti anni, a ripartire le imposte fra i dipartimenti ed i cantoni; e considerando le grandi inuguaglianze delle valutazioni che erano la base di così fatti ripartimenti, chiedevano che ne fossero corrette almeno le maggiori e più evidenti. Ed il Governo annuendo anche a questa domanda, faceva raccogliere in varj dipartimenti quel numero che potè maggiore di contratti di affitto e di compre e vendite di stabili, e cavatone in via di approssimanza il valore o la rendita media, ne dedusse una tal quale estimazione della forza produttiva de' territorj ed accordò ad alcuni di essi quella diminuzione di imposta che parve di equità. E questo sistema, sancito dalla legge 15 maggio 1818 ed ampliato da quella del 31 luglio 1821, si andò applicando mano mano a più dipartimenti (1).

Per tal modo si saranno per avventura sollevati alcuni dipartimenti da un indebito aggravio nel ripartimento dell'imposta; ma le operazioni del Censimento *parcellare* ne soffrivano un nuovo detrimento. Imperocchè da quel punto parve dimenticarsi dai più che da lui solo poteva e doveva derivare la generale perequazione del tributo prediale. E quel Catasto che salendo (giusta le promesse della *Raccolta metodica*) dai possessori ai comuni, e da questi mano mano ai cantoni, ai dipartimenti ed allo Stato, doveva condurre all'imposta unica e di *contingente*, parve condannato al meschino ufficio di ripartitore comunale alla foggia dei Catasti locali altra volta disseminati quà e là per la Francia.

Non è già che di quando in quando, precipuamente nell'esame dei conti di finanza e delle spese fatte o da farsi pel Catasto, non sorgesse nelle Camere qualche voce assennata ad avvertire che quell'opera si allontanava sempre più dal suo scopo: ma quelle voci andavano perdute in mezzo a tanti e più vivi interessi.

XIV. A tutto questo aggiungevasi un'altra complicazione. Da che il nuovo Censo si era compiuto quà e là in un comune bisognava pensare a conservarlo; a mantenerlo cioè in piena corrispondenza coi mutamenti che avvengono nelle persone dei possessori e nella sostanza e destinazione dei fondi, e pei quali si muta o il debitore dell'imposta o la cifra dell'estimo. Al che non essendosi provveduto con metodi abbastanza compiuti ed opportuni, ne avvenne che la cifra dell'estimo cadde ben presto e quasi da per tutto in confusione. E da tutte le parti invocavasi una nuova e più compiuta legge di conservazione catastale (2).

---

(1) Chabrol, *Rapport au roi, etc.* — Audiffret, *Système financier, etc.*, vol. II, pag. 86.
(2) Trucht, *Mémoire etc.*, pag. 86.

XV. Questo nuovo inconveniente era altrettanto grave che manifesto, e non potevasi ritardare un provvedimento senza aggravarlo di più. L'Amministrazione vi dedicava una speciale attenzione, invocava il soccorso della scienza e dell'arte, raccoglieva progetti e memorie, adunava gente di dottrina e di pratica a discuterle; e nessun utile risultamento ne usciva (1). Il problema si era fuori di modo complicato; pareva strano l'incontrare grandi spese per conservare il Censo senza prima correggerlo; ai progetti di conservazione si associavano pertanto quelli di revisione e perequazione; e molti, non paghi di ciò, vi connettevano anche un altro problema più vasto e difficile, la dimostrazione legale della proprietà e degli altri diritti reali, l'*intavolazione* germanica (2).

L'Amministrazione posta in mezzo a cotante difficoltà disperava oramai di poterne uscire con rimedj parziali; e nel 1837, benchè il Censo non fosse ancora compiuto in tutta la Francia, si parlò della graduale di lui rinovazione. E dalle parole si passò a'fatti rinovandone le operazioni quà e là in alcuni comuni (3).

Da questo punto si accrebbe la pubblica ansietà. Ad ogni anno nelle Camere si domandava la soluzione di questo vecchio problema. Nel 1845 in ispecie si protestava contro la rinovazione parziale del Censo intrapresa per semplici ordinanze del Governo: e la Commissione dei conti minacciava il rifiuto di qualunque somma per le spese catastali, se il Ministro non assumeva l'impegno di presentare nell'anno seguente l'aspettato progetto di legge. Il Ministro rispondeva non potersi avvisare alla conservazione del Censo, se prima non se ne correggevano i difetti; il problema essere complicato e difficile; le persone dell'arte non andare d'accordo; molti progetti essersi presentati e discussi, e nessuno avere potuto riunire il voto generale; tuttavia conchiudeva promettendo la nuova legge (4).

Si aprivano le Camere del 1846. Il progetto di legge non era ancora compiuto;

---

(1) Trucht, *Mémoire etc.*, pag. 57. « Les 85 géomètres en chef, et les 86 directeurs ont produit toutes leurs idées. Tous avaient voté la conservation annuelle: *aucun n'a su indiquer la manière de proceder.* Les plus instruits furent appellés à Paris en 1828. Ils discutèrent plus de trois mois, et arrêtèrent un projet de conservation.... 1830 a tout renversé ».

(2) Si veda in ispecie: Courdemanche, *Du danger de prêter à hypothèque et d'acquérir immeubles, ou vues d'amélioration du régime hypothécaire et du Cadastre.* Paris, 1830. — Loreau, *Du crédit foncier, ou création d'un système hypothécaire appuyé sur le Cadastre, l'enregistrement des contracts, etc.* Paris, 1841.

(3) Audiffret, *Système financier de la France*, vol. I, pag. 37. — E la *Note explicative* premessa al *Projet de loi sur le renouvellement et la conservation du Cadastre.*

(4) *Moniteur universel*, 27 juin 1845.

ma nel luglio lo fu; ed accompagnato da una *Nota dichiarativa* fu sottoposto all'esame dei Consigli di dipartimento (1). Ed è questo un progetto di graduale ma compiuta rinovazione del Censo in tutta la Francia. Grave ed ardita risoluzione alla quale il Ministro non poteva essere condotto che dalla più assoluta necessità.

*SEZIONE SECONDA.*

## *Della necessità di rinovare il Catasto francese.*

XVI. Il Ministro delle finanze nella *Nota dichiarativa* deduce la necessità di rinovare il Catasto precipuamente dalle seguenti ragioni:

1.° Perchè i libri delle partite sopracarichi di cancellazioni e trascrizioni, e logori per lungo uso diventano a poco a poco inservibili;

2.° Perchè le mutazioni dei possessori e le diversità dei confini risultanti dalle divisioni delle proprietà, si sono finora registrate soltanto nel libro delle partite (*matrice*) senza introdurre variazione alcuna nel catasto (*état de section*) e nella mappa; il qual metodo, prosegue egli, non poteva servire utilmente che per alcuni anni. Avvegnachè variandosi nel libro delle partite i possessori ed i possessi, e restando ogni cosa invariata nella mappa e nel catasto, ne segue che col corso del tempo questi due documenti non corrispondono più nè col libro delle partite nè collo stato effettivo del terreno. Onde i possessori non hanno più una guida sicura per riconoscere le loro proprietà, e gli agenti pubblici sono essi medesimi imbarazzati a stabilire l'identità dei beni che sono l'oggetto delle mutazioni successive;

3.° Perchè il tempo ha introdotto nei diversi prodotti della terra cambiamenti così considerevoli, che l'eguaglianza proporzionale stabilita in origine si trova profondamente alterata;

4.° Perchè le anzidette cause di confusione ed ineguaglianza si complicano ben anche con errori di misura e di stima incorsi nei lavori de' primi tempi, a cagione dell'imperfezione dei metodi, della poca esattezza degli stromenti e dell'inesperienza degli agenti (2).

XVII. Io non so se i Consigli dipartimentali abbiano esaminato bene addentro queste ragioni: so bene che molti di essi hanno espresso il voto che il Censimento

(1) *Moniteur universel*, 14 juin e 14 juillet 1846. *Projet de loi, etc.* — Il progetto di legge non fu presentato alle Camere neppure nel 1847. Il Ministro delle finanze dichiarò che si era voluto istituire su di esso alcuni esperimenti. Vedi *Moniteur universel*, 15 juillet, 1847.

(2) *Projet de loi, etc. Note explicative.*

venga corretto nelle parti difettose, ma non interamente rifatto. Laonde è mestieri considerare con qualche diligenza questo punto preliminare della questione.

E per verità le tre prime delle anzidette ragioni non parrebbero sufficienti a far accogliere il divisamento dell'intera rinovazione del Censo.

Pongasi pure, quanto alla prima, che molti libri delle partite siano sopracarichi di cancellazioni e trascrizioni, e pongasi pure che molti errori sianvi incorsi nel registrare le mutazioni. A tutto ciò si potrà riparare col rinovare quei libri, desumendo dai catasti la descrizione dei possessi, e gli attuali possessori da nuove professioni e verificazioni, a somiglianza di quelle che si praticarono nel formare i primi libri. Ma non per questo sarà necessario il rinovare la misura, molto meno le stime.

Utilissimo, in secondo luogo, vuol reputarsi il sistema di delineare sulle mappe le divisioni di proprietà; ma non così necessario che senza di esso non si possa conseguire nel generale, ed astrazion fatta da qualche rara eccezione, la dimostrazione dei possessi, quando le mutazioni e divisioni si registrino con ottimo metodo e perfetta diligenza nel libro delle partite; di che è prova il Censimento lombardo, nel quale da ben ottant' anni si sono tenuti in chiaro i possessi ed i possessori col solo ajuto del libro delle partite, ed appena in qualche raro caso si è ricorso all'espediente di delineare su fogli speciali aggiunti alle mappe i nuovi appezzamenti risultanti dalle divisioni di un esteso perimetro (1). E quand'anche si volesse introdurre nel Censo francese codesto miglioramento, non sarebbe necessario rinovare da capo la misura e le mappe, ma, posto che siansi eseguiti regolarmente ne' registri i trasporti censuarj, si potrebbe al resto provvedere col delineare sulle mappe antiche o sopra fogli separati le avvenute divisioni: le quali ancora non sono moltissime, potendosi far conto che non oltrepassino di consueto in un anno il numero di cinque per ogni mille particelle anteriori. Assai più grave sarebbe lo sconcio se non si fossero introdotte con sufficiente regolarità nelle mappe e nei registri le mutazioni avvenute negli stabili in causa di perenzioni, alluvioni e simili. Tuttavia anche questo potrebbesi per avventura correggere senza rinovare da capo il Censimento.

Nè credo, in terzo luogo, che il Ministro avrebbe proposto e le Camere sarebbero per accogliere la totale rinovazione del Censo al solo intento di rimovere

---

(1) Il Censimento milanese o lombardo fu compiuto nel 1760 nelle provincie di Milano, Como, Lodi, Pavia, e Cremona, ed esteso nel 1785 al Mantovano. Ora si è compiuto e si sta attuando nelle altre provincie del regno lombardo-veneto il Catasto prediale, foggiato in gran parte sulle norme del milanese. I due Censimenti si devono per ora considerare come affatto distinti; più tardi si eseguirà la vicendevole loro perequazione.

le ineguaglianze introdottesi nel valore dei beni dopo eseguite le operazioni catastali. Non è qui luogo di trattare da capo la questione sulla preferenza di un Censo stabile e fisso, o di un Censo variabile ad epoche determinate e non molto lontane. I vantaggi e gli inconvenienti reciproci dei due sistemi sono ormai noti abbastanza. Col primo si lasciano introdurre, egli è vero, alcune disuguaglianze tra l'imposta e la rendita; ma si incoraggia il solerte agricoltore e si promove la pubblica e privata prosperità. Coll'altro si ha il vantaggio di proporzionare in ogni tempo l'imposta alla rendita; ma si ha l'inconveniente di colpire quasi subito col tributo i miglioramenti, e di scoraggiare e punir quasi l'industria agricola. Se poi la rinovazione del Censo non è già stabilita per massima, ma giunge improvvisa, come avverrebbe nella Francia, essa produce per molti possessori l'effetto contrario a quello a cui si mira: imperocchè le differenze fra la rendita e l'imposta formano un elemento delle transazioni contrattuali, e rinovandosi il Censo viene spesso sollevato un possessore che per titolo di maggiore imposta ha pagato meno il suo fondo, e viene aggravato colui che per contraria ragione lo ha pagato a maggior prezzo. E però, essendo per lo meno uguali i vantaggi e gli inconvenienti dei due sistemi, ben di rado o non mai avviene che uno Stato, senz'altri motivi, rinovi con ingente dispendio il Censimento parcellare al solo scopo di modificare le stime secondo i cambiamenti che si sono introdotti a poco a poco nella rendita dei fondi (1).

---

(1) Lo Smith, il Say ed il Jacob vogliono essere precipuamente indicati fra coloro che ad ogni variare della rendita di un fondo vorrebbero modificare la stima censuaria e la conseguente imposta onde conservare fra l'una e l'altra la più rigorosa corrispondenza. Smith, *Richesse des nations*, lib. V, cap. 2. — Say, *Traité d'économie politique*, lib. III, cap. 8. — Jacob, *Science des finances*, §. 1174.

Il Young, il Carli, il Sismondi ed altri respingono le frequenti mutazioni dell'estimo come dannose allo sviluppo dell'agricoltura, e attribuiscono alla stabilità del Censimento l'immenso sviluppo dell'agricoltura nell'Inghilterra e nella Lombardia. Young, *Arithmétique politique, etc.* dall'inglese. — Carli, *Lettere a Pompeo Neri*. — Sismondi, *Nouveaux principes d'économie politique*, lib. I, cap. 3.

Altri infine, condannando più acremente codeste mutazioni, le chiamano ingiuste, sovvertitrici dell'ordine naturale dei prezzi e delle contrattazioni, lesive dei diritti acquisiti. — Struensée, *Abhandlungen über wichtige Gegenstände*, vol. III, pag. 90. — Sartorius, *Über gleiche Besteurung*, pag. 92. Ed a questi si accostava il ministro Chabrol nel 1830 con quelle solenni parole: « Le Gouvernement a décidé avec raison qu'il ne devait intervenir dans une meilleure répartition de l'impôt direct, que par la modération successive des contingents des départements, et qu'il ne lui appartient pas de porter en quelque sorte une véritable atteinte à la propriété, en modifiant, par des appréciations variables et incertaines sans l'assentiment des propriétaires, une charge qui est devenue inhérente au capital qu'elle grève depuis tant d'années, et qui se confond tous les jours davantage avec la valeur des immeubles par les

XVIII. Ma se la rinovazione del Catasto francese non poteva per avventura esser consigliata da nessuna delle anzidette cagioni per sè sola, bene esser lo poteva da tutte insieme: e si manifesta assolutamente necessaria, se a quelle si aggiunga la quarta, e senza dubbio la più grave di tutte, i difetti di misura e di stima che si dicono incorsi nei lavori dei primi tempi e che probabilmente si insinuarono anche negli ultimi, e precipuamente nelle stime. Imperocchè i difetti delle stime non ammettono rimedj parziali ed isolati, ma collegandosi fra loro costituiscono quasi una catena, i cui anelli non possono essere restaurati se tutta non viene disciolta e interamente rifatta. E se ciò accader suole in tutti i Censi, tanto più avvenir deve nel Censimento francese, ove le stime si eseguirono per salti quà e là ne' suoi trentasette mila comuni nel corso di oltre trent' anni, e gli stessi miglioramenti introdotti nei metodi e nella pratica esecuzione dovettero essere causa di sproporzioni.

Se adunque nella formazione del nuovo Censo sono incorsi errori di misura e di stima, e indarno si è tentato e si tenterebbe di fondare in esso la perequazione dell' imposta; se i libri delle partite sono carichi di cancellazioni e correzioni; se la scrittura censuaria è caduta in confusione e non si possono più riconoscere i beni di ciascun possessore; se in fine questa grand'opera non può servire allo scopo a cui è stata diretta, ben a ragione si è proposto di rifarla da capo; e tutti loderanno la sapienza e diremo anzi il coraggio del Ministro che, uscito dal circolo di espedienti parziali ed inefficaci, osò accogliere per tempo quell' unico provvedimento a cui la forza degli avvenimenti doveva presto o tardi condurre (1).

---

successions, les partages, et les échanges, qui les trasmettent sans cesse à des mains nouvelles ». Chaptal, *Report au roi, etc.* Così il Ministro del 1830 proclamava l'invariabilità delle stime censuarie, quello del 1845 la loro mutabilità.

(1) Dopo quello che abbiamo veduto fin quì non credo che in Francia si farà eco alle seguenti parole del chiarissimo Moreau de Jonnes: « Au demeurant, on doit considérer aujourd'hui l'entreprise immense du Cadastre de la France achevée entièrement. Aucun autre pays de l'Europe n'en possède un aussi vaste et aussi parfait ». Moreau de Jonnes, *Élémens de statistique*. Paris, 1847.

E poichè ho toccato di questo libro, mi sia permessa un'altra osservazione. L'illustre autore, a pag. 297, scrive: «On sait que le nom de *cote* exprime, sur les cartes cadastrales, le numéro assigné à toute proprieté quelconque»; e poi osserva che le *cotes* nel 1815 erano circa 10 milioni; che a torto si vollero cresciute nel 1842 a circa 11 milioni e 500,000; e più a torto se ne dedusse essere perciò la superficie de' singoli campi diminuita di circa il 15 per 100, mentre il numero maggiore delle *cotes* procede in gran parte dalle fabbriche nuove.

Quì havvi qualche cosa di vero, ma non può tacersi: 1.° Che l' illustre autore ha preso

## PARTE SECONDA.

### DEL PROGETTO DI LEGGE PEL NUOVO CATASTO.

#### *CENNI PRELIMINARI.*

XIX. Siccome abbiamo veduto di sopra, il progetto di legge è preceduto da una *Nota dichiarativa* nella quale il Ministro, premesso un cenno degli anzidetti difetti, e toccate alcune considerazioni, delle quali dirassi in appresso, conchiude che la nuova legge ha per iscopo:

1.° Di rinovare il Catasto per modo che abbia maggiore esattezza ed autorità: e sia meglio appropriato anche ai bisogni dell'interesse privato;

2.° Di provvedere alla conservazione dei lavori che saranno rinovati, garantendoli dalle cause di distruzione che li guastarono la prima volta (1).

XX. Le principali disposizioni del progetto sono poi le seguenti:

1.° Rinovazione delle operazioni catastali;

*a*) Si procederà alla rinovazione delle mappe, dei catasti e dei libri delle partite in tutti i comuni del regno. Questa rinovazione si effettuerà successivamente in modo che sia terminata nel corso di trent'anni, incominciando in ciascun dipartimento dai comuni che hanno catasti più antichi e più difettosi;

---

abbaglio credendo che la parola *cote* significhi le singole proprietà o particelle, quando in vece significa il complesso delle particelle appartenenti a ciascun possessore, le quali in Francia non sono nè 10 nè 12 milioni, ma oltre 120 milioni; — 2.° Che gli scrittori i quali hanno istituito il suddetto calcolo non ne dedussero che sia diminuita la superficie delle singole particelle, ma quella delle singole partite; — 3.° Che difatto le partite per lo più si dividono e suddividono, senza che si dividano materialmente anche i singoli campi; — 4.° Che le nuove fabbriche accrescono bensì il numero delle particelle od appezzamenti, ma poco influiscono sul numero delle partite.

L'autore più sotto sembra assumere la parola *cote* nel vero senso, ed osserva che molti errano confondendo il numero delle *cotes* con quello de' possessori. È questo è verissimo: ma l'autore sembra confondersi egli stesso nell'indicare la cagione di questa differenza, la quale più veramente deriva nella massima parte da ciò che un solo proprietario talvolta possiede in più comuni, ed ha in ciascuno di essi una distinta partita.

Queste cose ho voluto osservare per aggiungere una prova novella a ciò che dice l'illustre scrittore sulla facilità di prendere abbaglj nei calcoli statistici.

(1) *Note explicative, etc.*

*b*) All'epoca della rinovazione delle mappe e dei libri catastali (e successivamente di trenta in trent'anni) sarà riveduta la valutazione delle rendite imponibili;

*c*) Le mappe parcellari continueranno ad essere stabilite secondo il possesso e godimento di fatto, colla riserva del diritto a chi spetta;

*d*) Le operazioni di misura e di stima si eseguiranno secondo le forme prescritte dalle leggi e regolamenti sul Catasto;

*e*) Ne' sei mesi che seguiranno la pubblicazione dei ruoli o partite dei singoli possessori, potranno questi reclamare contro la misura ed il classamento de' loro fondi e contro le stime delle loro case ed opifizj (1).

2.° Conservazione del Catasto:

*a*) Allorquando il Catasto sarà come sopra rinovato, tutte le mutazioni che avverranno nelle proprietà fondiarie, nelle loro forme e nei loro confini, saranno annualmente indicate nelle mappe, nei catasti e nel libro delle partite;

*b*) Saranno stabilite successivamente in ciascun dipartimento delle divisioni di conservazione catastale in numero proporzionato all' estensione dei territorj ed alla divisione di proprietà;

*c*) Le mappe originali saranno invariabili e saranno depositate alla direzione delle contribuzioni dirette del dipartimento coi processi verbali della ricognizione dei confini. Sarà rilasciata ai comuni una copia delle mappe, dei catasti e dei libri delle partite. Una seconda copia di questi atti, come pure una seconda copia dei processi verbali, sarà deposta in ciascun uffizio di conservazione;

*d*) Il conservatore terrà per ciascun comune del suo circondario un registro sul quale inscriverà di mano in mano che gli verranno a cognizione i cambiamenti risultanti da vendite, cambj, successioni, divisioni e da qualunque altro atto regolante lo stato della proprietà. Le dichiarazioni volontarie delle parti saranno pure registrate in questo libro;

*e*) Il lavoro delle registrazioni di sopra indicate si effettuerà sugli atti catastali depositati tanto alla direzione del dipartimento, quanto all'uffizio del conservatore, e quanto presso i comuni;

*f*) Spirato il periodo trentennario, si procederà alla verificazione e ricognizione delle mutazioni effettuate dopo la rinovazione del Catasto. Le mappe ed i registri, se occorrerà, saranno rettificati e completati; e ne saranno eseguite nuove copie per servire alla conservazione durante il nuovo periodo;

*g*) Per gli immobili situati nei cantoni nuovamente censiti, ogni atto traslativo di proprietà dovrà indicare le divisioni catastali ove sono situati i beni

(1) *Projet de loi, etc.*, art. 1-4.

cadenti nella convenzione ed i numeri sotto i quali sono descritti nelle mappe. Gli eredi saranno obbligati di enunciare le stesse indicazioni nelle dichiarazioni di successione, gli uscieri negli atti del loro ministero, ed i cancellieri nella redazione delle sentenze. Ommettendo sì fatte indicazioni, i pubblici impiegati ed i privati saranno sottoposti alla multa di cinquanta franchi (1).

XXI. A queste disposizioni se ne possono aggiungere alcune altre contenute nella *Nota dichiarativa*, quali sono:

Che la triangolazione sarà appoggiata da per tutto ove si potrà alle operazioni geodetiche della carta della Francia;

Che le mappe saranno formate da per tutto in scala proporzionale alla maggiore o minore divisione dei possessi; e vi saranno indicati tutti i confini, i fossi, i muri, per modo che si possa, al solo vedere della mappa, riconoscere se siano comuni od appartengano ad un solo proprietario;

Che i lavori d'arte saranno sopravegliati e riconosciuti non più da imprenditori interessati, ma da impiegati appositamente destinati (2).

XXII. Tali sono le principali disposizioni proposte dal Ministro, le quali, siccome ognun vede, non contengono le basi di un compiuto sistema di Censimento, ma riferendosi alle massime e disposizioni vigenti, vogliono renderle intere e migliori.

Laonde io sarò obbligato più volte ad esaminare non solo il nuovo progetto di legge, ma ben anche le leggi ed i regolamenti anteriori a cui si riferisce.

## *SEZIONE PRIMA.*

## *Della rinovazione del Catasto.*

### CAPO PRIMO.

### *Della rinovazione del Catasto in generale.*

XXIII. L'articolo 1.° del progetto di legge dichiara che il Catasto sarà rinovato in trent'anni *incominciando in ciascun dipartimento dai comuni che hanno Catasti più antichi e più difettosi* (3).

Questa disposizione, che a primo aspetto può sembrare di mero ordine, è della massima importanza ed involve la questione fondamentale, se voglia farsi

(1) *Projet de loi, etc.*, art. 11-17.
(2) *Note explicative, etc.*
(3) *Projet de loi*, art. 1.

un Catasto uniforme e perequato in tutta la Francia, o rinovare altrettanti Catasti quanti sono i comuni.

XXIV. Io non posso a meno di credere che realmente si voglia eseguire un Catasto uniforme e perequato; perchè questo fu il voto di tutte le leggi e regolamenti catastali della Francia dal 1790 in poi; ed altrimenti operando non si rinoverebbe il Censo, ma piuttosto si abbandonerebbe la riforma censuaria abbozzata dall'Assemblea costituente e svolta ampiamente nella *Raccolta metodica*.

Nè sarò di leggieri per associarmi a coloro, i quali, veduti gl' infelici esperimenti di perequazione dipartimentale, con tanta precipitazione intrapresi ed abbandonati negli anni 1813 e 1814, ne conchiusero che il Catasto parcellare non possa servire al generale ripartimento dell'imposta fra i dipartimenti, i cantoni ed i comuni, ma si debba limitarne l'ufficio a ripartire fra i possessori la somma d'imposta assegnata con altri metodi a ciascun comune (1). Imperocchè dal non essersi potuto con certe norme e sotto l'impero di certe condizioni e circostanze effettuare nel 1813 e 1814 l'associazione graduale dei cantoni e dei dipartimenti, non è lecito il dedurne che ciò non si possa conseguire con altre norme e sotto l'influenza di altre circostanze.

XXV. Prima poi di abbandonare il pensiero di un Catasto uniforme e perequato, che servir possa al ripartimento dell'imposta fra i comuni e i dipartimenti, bisognerebbe chiarire con quali altri mezzi si possa provvedere a questo supremo bisogno della giustizia distributiva; giacchè nessuno vorrà confidare ne' metodi attuali, quando abbiamo sentito, non ha guari, un deputato proclamarsi innanzi alla Camera, senza che alcuno il contradicesse, il rappresentante di un dipartimento che da mezzo secolo paga il doppio di quello che dovrebbe pagare (2).

XXVI. Ma se da una parte io tengo per fermo che si voglia dare alla Francia un Catasto uniforme, perequato ed idoneo al generale ripartimento dell'imposta, dall'altra parte mi sembra che a tale intendimento non bene risponda il metodo ed ordine divisato per l'esecuzione dei lavori.

---

(1) Trucby, *Mémoire sur le Cadastre, etc.* — David, *Du Cadastre et de la péréquation.* — De-Gerando, *Institutes de droit administratif*, vol. IV, pag. 20. « L'expérience a conduit le législateur à adopter deux modes différens de procéder pour la répartition entre les départemens, les arrondissemens, et les communes, et pour la répartition entre les contribuables dans l'enceinte d'une même commune. Le cadastre parcellaire ne s'applique qu'à cette dernière répartition ».

(2) *Moniteur universel*, 27 juin 1845.

E prima di tutto egli è chiaro che, intraprendendosi le operazioni catastali per comuni e cantoni sparsi quà e là per la Francia, non è possibile istituire in tempo gli esami e confronti indispensabili per imprimere alle stime quell'uguaglianza proporzionale che è la base fondamentale della successiva associazione dei comuni e dipartimenti; su di che avrò occasione di intrattenermi più a lungo favellando delle stime.

Posto poi che i comuni per tal modo censiti quà e là avessero stime abbastanza proporzionali e perequate, la loro associazione graduale e progressiva, dovendo farsi quasi per caso e senza scelta, condurrebbe necessariamente a tutte quelle difficoltà ed a quegli intralci che abbiamo veduto essersi incontrati negli esperimenti del 1813 e 1814 (1).

XXVII. Perchè adunque l'associazione dei cantoni e dei dipartimenti possa effettuarsi, e molto più perchè possa effettuarsi gradualmente, è mestieri che le operazioni catastali si imprendano in pochi punti prestabiliti, e si proseguano da cantone a cantone, da dipartimento a dipartimento; per guisa che da un lato i risultamenti di esse si possano mano mano raffrontare e condurre alla necessaria uguaglianza; e dall'altro lato, compiute le operazioni sopra una grande estensione di territorio, si possano le diverse parti raccogliere in gruppi e associare progressivamente con quell'ordine che offra minori oscillazioni e saltuarietà nell'imposta, ed il passaggio dall'antico al nuovo sistema si svolga con legge possibilmente costante ed uniforme. E di questo ancora si dovrà favellare un'altra volta con più estensione. Intanto basti l'averne fatto un cenno, per non passar oltre senza qualche osservazione ad un articolo di tanta importanza.

## CAPO SECONDO.

### *Delle mappe e dell' inserizione dei possessori.*

XXVIII. L'articolo 4.° del progetto è concepito in questi termini:

« Le mappe parcellari continueranno ad eseguirsi secondo il godimento dei possessori e sotto la riserva dei diritti a chi spettano.

» Le operazioni di misura si eseguiranno secondo le forme prescritte dalla legge e dai regolamenti esistenti sul Catasto, salve le disposizioni contenute nei seguenti articoli ».

E quì tengon dietro varie disposizioni concernenti il modo di riconoscere e stabilire il possesso e godimento de' singoli appezzamenti e di inscriverli al nome del possessore.

---

(1) Vedi sopra, § XI

XXIX. Questo articolo ponendo per base delle mappe e dei registri catastali il possesso, ha conservato una delle massime fondamentali nella materia censuaria. Imperocchè il Censo, non avendo per iscopo il riconoscimento dei diritti privati, ma l'esazione dell'imposta, non indaga troppo sottilmente i titoli della proprietà, ma sta contento ad una tal quale dimostrazione di essa, e nel dubbio si attiene al possesso di fatto, inscrivendo il fondo a colui che, raccogliendone i frutti come cosa sua propria, e sentendo i vantaggi dell'utile dominio, può e deve sostenerne anche i pesi, ed è collocato più direttamente sotto la mano del fisco (1). Onde avviene che l'azione fiscale riesce abitualmente più pronta e sicura, e non può mai essere sospesa o ritardata per qualsivoglia contestazione delle parti ed ingerenza de' tribunali. Per ragioni consimili, se la proprietà diretta è bensì certa, ma ne è legalmente staccato l'utile dominio o l'usufrutto, il Censo attiensi principalmente a quest'ultimo.

XXX. Ma una recente opinione vorrebbe che il Censo si facesse anche dimostratore giuridico della proprietà e dei diritti reali che la scemano e la rendono precaria; vorrebbe in una parola che facesse anche le veci dell'*intavolazione* germanica (2).

Non è quì luogo a discutere sull'indole e l'importanza del sistema d'*intavolazione* della proprietà e degli altri diritti reali, e di indagare se e con quali modificazioni possa praticarsi anche nei paesi ove la proprietà prediale è sommamente sminuzzata e divisa, come in gran parte della Francia. Dirò solo che io reputo il sistema *tavolare* assai importante e praticabile anche in paesi di sminuzzata proprietà, quando si restringano entro certi confini i diritti da inscriversi e le conseguenze legali dell'inscrizione, e si adottino opportuni provvedimenti di pratica esecuzione. Ma credo ancora che il Censo non possa, senza gravi pericoli ed inconvenienti, fare insieme le funzioni proprie e quelle dei libri di *intavolazione*, perchè l'uno e gli altri hanno fondamento e scopo tanto diversi, quanto lo sono da una parte il semplice possesso e la percezione dell'imposta, e dall'altra la proprietà e la tutela dei diritti privati.

Anche nei varj paesi della Germania ove esiste da tempo il sistema *tavolare* per l'inscrizione della proprietà e degli altri diritti reali, e si introdusse recentemente un più regolare sistema d'imposta prediale, non si è generalmente

(1) Era la massima del Censimento di Roma imperiale; L. 2. Cod. *de annon. et tribut.* — Frag. 4. Dig. *de Censib.* « Tributa solvere debet qui *possessionem* tenet, et fructus percipit ». — « Si cum ego fundum possiderem professus sim, petitor autem professus non fuerit, *actionem illi manere placuit* ».

(2) Vedi sopra, § XV

osato fondere insieme i due istituti; e se in qualche luogo se ne è tentata la prova, è assai dubbio che sia per riuscire (1). In Francia poi il pensiero di così fatta fusione sarebbe affatto intempestivo, giacchè ivi l'inserizione della proprietà e degli altri diritti reali non è ancora obbligatoria per gli effetti civili, e il renderla tale involve una grande riforma legislativa; così che la questione della rinovazione e conservazione del Catasto si renderebbe sempre più complicata e difficile e se ne allontanerebbe vie più lo scioglimento.

Si pensi adunque primamente alla rinovazione del Catasto; tutto il territorio della Francia si descriva esattamente nelle mappe e nei registri censuarj secondo l'attuale stato di possesso ed il valore catastale; e si provveda a che una tale descrizione sia mantenuta costantemente in evidenza. Si studierà frattanto la grande questione, se anche in Francia la prova della proprietà e degli altri diritti reali debba dipendere dall'inserizione nei pubblici libri; e quando sia decisa affermativamente, si potrà allora esaminare se e come una tale inserizione possa effettuarsi nei registri del Catasto e confondersi coll'inserizione censuaria, o si debba operare in appositi libri più o meno collegati coi libri e colle mappe del Censo.

Intanto, anche nell'attuale sistema di legislazione civile della Francia, un Catasto bene eseguito e ben conservato, quantunque diretto allo scopo principale dell'esazione dell'imposta, potrà riuscire di grande vantaggio anche alle transazioni civili; giacchè i privati e le pubbliche autorità vi potranno attingere l'esatta descrizione e situazione dei fondi e lo stato del possesso, da principio meramente di fatto, ma col progresso del tempo titolato, siccome desunto dai documenti che si dovranno presentare per conseguire il trasporto dell'inserizione dall'uno all'altro possessore. Di che abbiamo un esempio famigliare nei paesi di Censimento milanese, ove il Catasto non fa prova di proprietà, nè ancora fu attuato il sistema *tavolare* prescritto dal Codice austriaco per l'acquisto della proprietà e degli altri diritti reali; e tuttavia i registri censuarj forniscono un prezioso sussidio nelle transazioni civili e sono abitualmente consultati per conoscere non solamente la situazione, la superficie e gli altri dati caratteristici dei

(1) Nell'Olanda si tenta questa prova; e il Catasto è ormai diretto primamente a dimostrare la proprietà, poi ad esigere l'imposta. Vedi *Revue de législation et jurisprudence*, 1847. Volume II.

La prova è troppo recente ed incompiuta per giudicarne gli effetti. Il conflitto però appare manifesto nelle varie disposizioni; e talune mi sembrano inconciliabili. Così, a cagione di esempio, non si comprende di leggieri come si voglia col Catasto dimostrare la vera proprietà, e poi si ammettano correzioni d'ufficio da parte del direttore o conservatore. Ibi, pagina 22.

singoli fondi, ma ben anche i possessori di essi ed il titolo del possesso, che quasi sempre si confonde con quello della proprietà.

XXXI. Del resto non posso tacere che le norme riferite nella *Raccolta metodica* per l'inscrizione dei possessori (1) non mi pajono abbastanza svolte ed ordinate per costituire un sistema compiuto ed una guida non manchevole a chi deve occuparsi di questa non infima parte delle operazioni catastali. Lo che basti aver accennato, trattandosi di un oggetto a cui potrassi di leggieri provvedere quando si abbiano presenti le massime indicate di sopra, e si applichino diligentemente ai diversi modi di possedere, e precipuamente a' varj casi in cui il possesso e la proprietà sono separati l'uno dall'altra.

XXXII. Non mi fermerò lungamente sulle norme concernenti le mappe. Esse costituiscono senza dubbio una delle parti più accurate della *Raccolta metodica*. Trasandate sino dai primi momenti, mutate nel 1821, richiamate in vigore nel 1827, sono ora confermate e ampliate nel nuovo progetto; e resta solo che esattamente si osservino.

Si chiederà forse perchè non siasi imitato l'esempio di alcuni paesi, nei quali, mediante segni convenuti, si indicarono nelle mappe le qualità di coltura di ciascun appezzamento. Al che sarebbe per avventura pronta la risposta, che tale indicazione topografica può bensì riuscire di qualche vantaggio alla statistica, ponendo chiaramente sotto gli occhi le regioni delle diverse colture; ma pel Censo non è molto importante, nè senza inconvenienti. Imperocchè, a tacere del grande lavoro e dispendio che vi si deve impiegare, essa non è che una ripetizione delle qualità di coltura indicate nel catasto; e nei paesi ove la proprietà è molto divisa, od obbliga a formare le mappe in una scala troppo grande ed incomoda, o riesce troppo confusa ed imbarazzante. Oltre di che le qualità di coltura si mutano, e questi segni tanto difficili e costosi, in breve tempo più non corrispondono al vero. Cotali indicazioni si erano introdotte anche nelle mappe ridotte del Censimento milanese; ma parvero poscia piuttosto inopportune che utili, e si ommisero nell'eseguirne le copie e nel rinovarne gli esemplari che il tempo e l'uso avevano guasti.

Havvi anzi motivo a dubitare che nel nuovo progetto siasi andato già troppo oltre prescrivendo che nelle mappe saranno indicati i confini, i fossi, i muri, per modo che, al solo vedere la mappa, si possa riconoscere se siano comuni od appartengano ad un solo proprietario. Da una parte la proprietà, od anche il

(1) *Recueil méthodique, etc.* Tit. IV. Sez. I. Cap. VIII

semplice possesso dei fossi, dei muri e simili, non sono molto agevoli a riconoscersi. Dall'altra parte, riconosciuto anche il possesso, il rappresentarlo sulle mappe nell'anzidetto modo non è senza qualche difficoltà, e può dar luogo agevolmente a confusioni ed errori, e per conseguenza a reclami e modificazioni delle mappe. Qualunque sia la destinazione e l'uso delle mappe, la loro semplicità sarà sempre un gran pregio; e volendo farle servire a troppi fini, si correrà il pericolo che valgan bene a nessuno.

XXXIII. Farò in vece un'osservazione di puro ordine, ma di qualche importanza. Ed è questa, che, siccome la divisione parcellare del territorio per gli effetti del Censo è fondata non solo nella diversità dei possessori, ma ben anche nelle diverse qualità di coltura; così è necessario che, innanzi di determinare e misurare le singole particelle, si stabiliscano le norme e le basi fondamentali della qualificazione de' terreni, fissando accuratamente le qualità di coltura da considerarsi separatamente secondo che dirassi parlando delle stime. Senza di ciò, ravvisandosi nell'atto delle stime insufficiente o meno regolare il sistema di qualificazione adottato nel fare le mappe, o bisognerà ritoccare le mappe stesse per metterle in armonia colle stime, o sagrificare l'esattezza di queste alla conservazione di quelle.

Ciò conduce poi ad avvertire come le operazioni della misura parcellare non si possano abbandonare intieramente a semplici geometri; ma debbano questi possibilmente essere anche periti stimatori, od accompagnati e diretti da periti. Per tal modo si potrà ad un tempo eseguire la misura, e preparare le basi della stima, mediante le operazioni di qualificazione.

## CAPO TERZO.

### *Delle stime, e principalmente delle stime de' terreni.*

XXXIV. Intorno alle stime il nuovo progetto di legge si limita a dichiarare che saranno eseguite *secondo le forme prescritte dalle leggi e dai regolamenti esistenti sul Catasto* (1).

Leggendo le quali parole si direbbe, il Ministro avere la piena persuasione che le leggi ed i regolamenti fin quì stati in vigore contengano norme sufficienti ed opportune a formare buone stime, e che il risultamento contrario procedesse soltanto dall'inesperienza degli operatori e da difetto di sopraveglianza. E senza

(1) *Projet de loi, etc.*, art. 4.

dubbio queste ultime cagioni contribuirono a rendere meno perfette le stime censuarie della Francia; ma certamente concorsero anche altre cagioni più intrinseche e dipendenti dalle massime e dai metodi che servirono di norma a quella vasta e difficile operazione.

Io non intendo di esaminare partitamente quelle massime e quei metodi, ma devo toccarne almeno le principali onde si vegga se possono assumersi con piena fiducia e senza verun cambiamento per base del nuovo Censo. Nel che fare mi atterrò sovra tutto alle stime dei terreni, come quelle che sono la parte più importante e difficile di un Censimento, e tengono il luogo precipuo anche nei regolamenti francesi.

XXXV. Le stime censuarie dei terreni differiscono, siccome nello scopo, così anche nell'indole e nei metodi, dalle stime ordinarie e di contrattazione.

Imperocchè le stime di contrattazione avendo per iscopo di stabilire il valor venale dei fondi, si deve in esse necessariamente risguardare non solo al prodotto attuale, ma ben anche alla bontà intrinseca del terreno ed alla conseguente suscettibilità di miglioramenti, agli usi speciali cui il fondo può essere destinato, alla scarsezza od abbondanza del danaro, alla facilità o difficoltà di impiegarlo, alla misura dell'interesse e simili.

Al contrario, le stime censuarie mirando a determinare la rendita che può e deve essere sottoposta al tributo senza aggravio eccessivo del possessore, non consentono che troppo si doni alla naturale fertilità del terreno non ancor messa a profitto, o come dicono alla capacità potenziale, ma devono attenersi sovra tutto allo stato attuale di coltura, ed alla produzione effettiva (1).

---

(1) Il Fabbroni ed il Fineschi hanno caldamente difeso il sistema che nelle stime contrattuali e censuarie attribuisce la più gran parte alla virtù produttiva o potenziale del suolo, con poco o nessun riguardo allo stato attuale di coltura. Questo sistema fu praticamente applicato al Censimento degli Stati pontificj, intrapreso nel 1777, e con qualche varietà di metodo esteso nel 1780 al Bolognese: ma fu poscia abbandonato nelle successive riforme censuarie eseguite in quegli Stati. Vedi Editti del 1777 e 1778. — Fabbroni, *Vere teorie per le stime dei terreni.* — Fineschi, *Regole teorico-pratiche per la stima de' fondi rustici.* — *Leggi e regolamenti pel nuovo Censimento dello Stato ecclesiastico.* Roma, 1824.

Contro questo sistema si elevarono precipuamente il Mengotti e Lapo de' Ricci. Vedi Mengotti, *Progetto per le stime dei fondi rustici,* nelle *Esercitazioni dell'Accademia agraria di Pesaro,* 1842. — Lapo de' Ricci, *Memoria letta all'Accademia de' Georgofili di Firenze, il 5 aprile* 1846.

Lodovico Ricci dando opera al Censimento modenese dichiarò di volersi attenere alla via di mezzo tra il valore *intrinseco* ed il valore *attuale.* Vedi Editto 30 gennajo 1792. Anche il Gioja facendo conto di ogni circostanza si pose naturalmente in mezzo alle estreme opinioni;

XXXVI. Oltre di questo, le stime di contrattazione tendendo ad equilibrare l'interesse de' contraenti ne' singoli casi riescono di necessità stime individuali di uno od altro fondo; mentre le stime censuarie mirando al generale ripartimento delle imposte su tutti i fondi dello Stato, sono stime generiche ed astratte delle singole qualità e classi delle terre, e non diventano stime individuali, se non quando un determinato fondo viene ascritto ad una od un'altra qualità e classe (1).

XXXVII. Per le quali ragioni le stime censuarie assumono un carattere tutto proprio, e si compongono di una serie di operazioni affatto speciali e distinte, quali sono:

1.° La *qualificazione,* ossia la precisa determinazione e scelta delle qualità di coltura da stimarsi separatamente;

2.° La *classificazione,* o determinazione del numero delle classi in cui devono ripartirsi i fondi di ciascuna qualità e coltura, secondo i diversi gradi di bontà;

3.° La *stima* propriamente detta, o tariffa della rendita delle singole qualità e classi; con che si compie la stima generica;

4.° Il *classamento,* od applicazione de' singoli fondi alla qualità e classe che loro compete;

5.° La *calcolazione,* o *quotizzazione* della rendita de' singoli fondi, in ragione della loro superficie e della tariffa di ciascuna qualità e classe a cui appartengono; onde sorge la stima individuale o concreta.

XXXVIII. A queste massime si attennero in sostanza anche gli autori del Censimento francese; e noi le vediamo sviluppate nella *Raccolta metodica,* quantunque in modo per avventura men compiuto e distinto (2). Onde è che molte cose

---

e quantunque nelle stime contrattuali assai donasse alla naturale fertilità ed al possibile miglioramento, nelle stime censuarie trovò giusto attenersi a valutazioni più positive e meno incerte. Gioja, *Nuovo prospetto delle scienze economiche,* vol. VI, Parte VII. Alla stessa conchiusione, quantunque per via diversa, si condusse il Mancini, il quale, rischiarando colla luce della filosofia del diritto e delle recenti dottrine economiche una vieta ed inamena controversia, la sollevò a nuova altezza ed importanza. Mancini, *Della suscettibilità di miglioramento dei fondi come elemento della loro valutazione.* Napoli, 1842: nel giornale, *Continuazione delle Ore solitarie.*

(1) Il sistema delle stime generiche per qualità e classi, oltre all'essere il solo possibile in un ampio Stato, giova meglio all'imparzialità ed uguaglianza delle valutazioni. E forse nessuno seguirà l'esempio della Toscana che recentemente volle risuscitare la pratica antica delle stime direttamente individuali. Vedi *Istruzioni e regolamenti pel Catasto della Toscana.* Firenze, 1821.

(2) *Recueil méthodique.* Tit. VI.

restano a desiderarsi in quel documento circa le stime, quand'anche si prescinda, siccome io farò, da un decreto del 10 ottobre 1821, che ne soppresse o variò le parti migliori, e tolse loro ogni forma e carattere peritale (1).

### 1.° *Qualificazione e classificazione.*

XXXIX. Siccome lo scopo precipuo e la condizione indispensabile delle stime censuarie è la loro uguaglianza proporzionale, così è chiaro che ogni parte di esse deve predisporsi a questo fine. La stessa *qualificazione*, comunque sembri cosa meramente di fatto, non va esente da questa legge, e deve eseguirsi secondo un sistema preconcetto ed uniforme in tutto il territorio. E questo sistema, se non offre gravi difficoltà nelle qualità semplici e principali di coltura, non ne va scevro nelle qualità composte e subalterne.

Prima base delle stime censuarie è pertanto un buon vocabolario delle diverse qualità principali e subalterne di coltura esistenti nelle varie parti del territorio: un vocabolario fondato sopra elementi positivi e coordinati con norme uniformi ed appropriate allo scopo, per guisa che non vi sia ommessa nessuna qualità, la quale meriti una stima separata, e tuttavia non se ne accresca il numero fuor di modo; un vocabolario che assicuri anzi tutto essersi inteso sotto il medesimo nome sempre la medesima cosa, e renda per conseguenza possibile una buona applicazione delle stime ed un giusto confronto fra di esse.

Tale vocabolario io non lo trovo fra le istruzioni del Censimento francese. Il perito, anzi il semplice geometra, nell'eseguire in un comune la misura delle singole particelle, applica loro quella denominazione che gli viene suggerita dagli indicatori locali, o che meglio risponde ad un'idea da lui preconcetta. Lo stesso fa un altro geometra in un altro comune; e siccome fra essi non è stabilito un uniforme linguaggio, così è chiaro che poca o nessuna corrispondenza esisterà nelle relative denominazioni. Onde spesso, nelle colture meno usitate e composte, sotto la medesima appellazione saranno indicate cose diverse, ed al contrario; e sarà tolta la possibilità e la giustezza dei confronti (2).

XL. Uguale diligenza vuolsi usare nella *classificazione* che qui si assume nel senso ristretto di sopra indicato. Senza dubbio il numero delle classi deve variare nella medesima qualità di coltura da comune a comune; e nello stesso

---

(1) De-Gerando, *Institutes de droit administratif*, vol. IV, § 1798.

(2) Un vocabolario di questa natura fu adottato nel Censimento lombardo-veneto. Vedi *Istruzioni pel Censimento lombardo-veneto*, 8 giugno 1826.

comune da qualità a qualità. Ma le classi dovrebbero ordinarsi per modo che tale varietà sia la minore possibile, e che, dati i medesimi estremi di rendita nella prima ed ultima classe, i gradi intermedj siano per quanto si può eguali nelle diverse qualità e nei diversi comuni; senza di che i confronti riescirebbero anche qui od impossibili o sommamente difficili e poco fruttuosi. Questa cautela fu trascurata, siccome in più Censi, così anche nel Censimento francese; e non si dovrebbe trasandare nelle nuove operazioni.

### 2.° *Stima generica o tariffa.*

XLI. A comporre la stima generica delle diverse qualità e classi concorrono tre distinte operazioni:

*a*) il riconoscimento o *rilievo* del prodotto *lordo*;

*b*) la valutazione del prodotto *lordo* a danaro;

*c*) la determinazione della rendita *netta*.

#### a) *Prodotti.*

XLII. Il riconoscimento del prodotto *lordo*, comunque sembri esso pure una cosa meramente di fatto, tuttavia non è senza difficoltà; giacchè non si tratta di conoscere il prodotto di tale fondo in un tale anno, ma la produzione ordinaria o media di una od altra qualità e classe di fondi in una lunga serie di anni; e questa media non è facile a determinarsi.

In Francia si è stabilito che la produzione ordinaria di una qualità o classe di fondi si abbia a determinare, istituendo una media sul prodotto annuo ottenuto negli ultimi quindici anni che precedono la stima, detratte le due annate più ubertose e le due più sterili (1).

Questa disposizione è troppo generica e troppo spesso inapplicabile in modo opportuno. Da una parte, non potendosi di consueto avere notizie precise dei prodotti delle singole qualità per un intero quindiecnnio, e precipuamente nei paesi ove predominano le qualità composte, o vige un largo sistema di rotazioni agrarie, lo stimatore è facilmente condotto ad accontentarsi di cifre ipotetiche ed arbitrarie. Dall'altra parte, egli è chiaro che, operandosi le stime ad epoche più o meno lontane, il quindicennio normale deve variare da comune a comune e può comprendere anni di maggiore o minore fertilità; e la differenza può essere anche più grande se alla distanza de' tempi si unisca pur quella de' luoghi

(1) *Recueil méthodique*, art. 334.

più o meno favoriti dal corso delle stagioni e da altre circostanze durante il quindicennio. La quantità ordinaria dei prodotti di una qualità e classe di fondi in un comune non può rilevarsi con metodi nudamente artificiali ed empirici; ma deve essere dedotta da una serie di notizie raccolte in modi svariati e diversi, da ponderati e maturi studj sulla qualità del terreno, sui metodi di coltura, sulla ruota agraria, sugli affitti, e da opportuni confronti colla medesima qualità e classe degli altri comuni: notizie, studj e confronti di cui vuolsi tenere esatta annotazione, perchè i risultamenti che se ne dedussero possano agevolmente sottoporsi ad esame all'occasione delle revisioni d'ufficio e della decisione dei reclami.

XLIII. Un'altra osservazione vuolsi fare a questo luogo. Si ritenne nelle istruzioni francesi che nel corso di quindici anni le annate più ubertose compensino le più infelici nelle quali intervengono siccità, grandini, piogge straordinarie, invernate rigide, straripamenti di fiumi ed altri infortunj che diminuiscono od anche distruggono la rendita (1). Ma prima di tutto, come può avvenire questo compenso, se dai quindici anni normali si deducono i due anni più sterili e i due più ubertosi, ne' quali appunto dovrebbero concorrere gli elementi da compensarsi fra loro? In secondo luogo, pongasi pure che non si deducano gli anni migliori ed i pessimi. Egli è chiaro che gli anni di maggiore abbondanza compenseranno bensì gli anni di minore fertilità, ma non potranno compensare gli anni di intera o quasi intera fallacia.

Da ciò ne conseguita che, a volere operare esattamente, bisogna anzi tutto trovare il prodotto ordinario di un anno nè straordinariamente fertile nè fuori del consueto fallace, e poi fare su questo prodotto una speciale deduzione per gli infortunj che di quando in quando distruggono una rilevante parte della rendita; e che, ciò non facendosi, bisogna riserbare ai possessori il diritto di un condono d'imposta ogni qual volta accade l'infortunio, siccome si pratica in molti paesi.

Ora che trattasi di rinovare le stime, bisognerà adunque risolvere se si voglia ancora attenersi all'antico metodo, sottoponendosi all'imbarazzo dei condoni ed all'incertezza dell'imposta che ne deriva, o se vogliasi adottare il sistema delle deduzioni anticipate; ed in questo caso bisognerà stabilirne rigorosamente la misura secondo la diversa qualità dei prodotti e le diverse circostanze dei luoghi, come praticossi da prima nel Censimento milanese, e poi nelle altre provincie del regno lombardo-veneto (2).

---

(1) *Recueil méthodique*, art. 338.

(2) *Istruzioni per le stime*, 1.° marzo 1828.

b) *Prezzi.*

XLIV. A prezzi normali del Censimento francese furono scelti ugualmente i prezzi di un quindicennio, e precisamente i prezzi stati in vigore nei quindici anni che decorsero dal 1783 al 1790, e dal 1797 al 1803, con questa legge che si deducessero, rispettivamente in ciascun luogo, i due anni dei prezzi più bassi e i due dei prezzi più elevati, essendosi già ommessi in generale gli anni dal 1791 al 1796, come quelli nei quali i valori furono enormemente alterati pel corso obbligato della carta-moneta (1).

Ciò parve il meglio che far si potesse; ma vedesi di leggieri che, ad onta delle accennate cautele, quell'epoca piena di straordinarj avvenimenti offrir doveva valori tuttavia straordinarj e assai diversi fra loro. Oltre di che le proporzioni dei valori ora devono essere sommamente variate da paese a paese pei mutamenti avvenuti nel commercio e nei mezzi di comunicazione in codesti quarant' anni, che precipuamente per la Francia ben valgono qualche secolo. Laonde sembra indispensabile che i prezzi normali adottati nel 1807 siano ora posti da parte e vi si sostituiscano altri prezzi desunti da un'epoca più prossima e più tranquilla, i quali involvano maggiori elementi di stabilità e di perequazione.

XLV. E ancora non basta scegliere i prezzi di un'epoca opportuna e raccoglierli con qualche diligenza. Fa d'uopo esaminarli, confrontarli, depurarli e concretarli secondo il massimo e il minimo di ciascuna provincia, e possibilmente di ciascun distretto e comune; così che al perito non rimanga una soverchia libertà nell'applicarli ai singoli casi. E poichè le notizie dei prezzi generalmente risguardano soltanto a' prodotti principali, bisogna dedurne da esse anche i prezzi delle derrate secondarie, giusta opportune leggi di proporzione. Le quali cose non possono operarsi separatamente quà e colà, nè possono lasciarsi alle cure di individui isolati, come si pratica quasi al tutto in Francia; ma si debbono effettuare con vedute generali e coll'opera di persone pratiche di molti luoghi e molto esperte nel fatto delle stime. Con ciò solo può ottenersi una tariffa generale dei prezzi delle derrate, proporzionatamente uniforme e tale che servir possa, direm quasi, di secondo cardine a stime esatte ed ugualmente proporzionali (2).

---

(1) *Recueil méthodique*, art. 445-446.

(2) Nel Censimento lombardo-veneto i prodotti principali si valutarono secondo i prezzi che corsero nei singoli comuni durante il triennio 1823-1825, ma regolati da genere a

c) *Rendita netta.*

XLVI. Riconosciuto ed apprezzato a danaro il prodotto *lordo* vuolsi ridurlo a rendita *netta*.

« La rendita netta (dicono le istruzioni del 1790) è ciò che rimane al proprietario del prodotto *brutto*, dedotte le spese di coltura, di semente, di raccolta e di conservazione ». Questa definizione coincide in sostanza con quella della sovrana patente 23 dicembre 1817, regolatrice del nuovo Censimento nella monarchia austriaca: e vuolsi ritenere giusta ed appropriata, precipuamente se le spese di coltura si assumano in senso alquanto largo, per modo che abbraccino anche gli interessi del danaro impiegato negli strumenti del lavoro, o come dicono, nelle scorte vive e morte, e aggiungeremo ancora nelle case coloniche e simili.

Io so bene che, secondo le più recenti dottrine di alcuni economisti, il Ricardo in ispecie, per determinare la rendita netta della terra si dovrebbe dedurre dal prodotto lordo apprezzato a danaro anche l'interesse de' capitali consolidati nel terreno per dissodarlo e migliorarlo (1). Ma, senza entrare in una sottile discussione su questo argomento, a me basterà osservare che nella pratica sarebbe impossibile il distinguere quella parte del prodotto che si deve alla naturale fertilità del suolo da quella che procede dall'industria e dai miglioramenti consolidati. Oltre di che la rendita netta dei terreni in questo sistema si ridurrebbe a ben piccola cosa, e lo Stato non potrebbe limitare l'imposta a questa sola parte del prodotto del suolo quando vi assoggetta la rendita degli edifizj, che quasi tutta procede dai capitali e dall'industria; molto meno potrebbe rinunziare quasi interamente all'una ed all'altra.

XLVII. Ma, se le accennate definizioni della rendita netta concordano quasi letteralmente, assai diverso è il modo con cui furono svolte e applicate in Francia e nel regno lombardo-veneto.

---

genere secondo il più costante rapporto appalesatosi in un lungo periodo di anni. I prezzi delle derrate secondarie si stabilirono secondo l'ordinaria proporzione che essi tengono con quelli dei generi principali. Sovrana risoluzione 28 aprile 1832 e relative istruzioni.

(1) Quantunque discordanti in altre parti della teoria della rendita, concordano in questa conclusione il Ricardo, il Malthus ed il Rossi. Vedi Ricardo, *Principes d'économie politique, traduit par Costancio*, cap. 2, vol. II, pag. 68. — Malthus, *Des définitions en économie politique, traduit par Fonteyraud*, cap. 10, n.° 21. — Rossi, *Cours d'économie politique*, vol. II, pag. 18 e 20. Questo sistema viene in sostanza a coincidere con quello dell'assoluta fertilità delle terre, di cui si è detto di sopra.

Nel regno lombardo-veneto le deduzioni da farsi dal prodotto lordo si sono possibilmente desunte da fatti positivi ed avverati, essendosi compilate le stime sulla base dei sistemi colonici realmente esistenti nei singoli comuni, ed avuti i debiti riguardi a tutti i rapporti di fatto e di diritto vigenti fra il proprietario ed il contadino (1). E da un metodo così positivo e legale si possono attendere risultamenti del pari legali e positivi.

In Francia, al contrario, si suppose che tutti i fondi si facciano lavorare direttamente, o, come dicono, ad economia dal proprietario, e si posero a deduzione del prodotto lordo le spese che questi dovrebbe sostenere a tal uopo (2). Il qual metodo sostituendo il più delle volte le ipotesi ai fatti, deve cadere più facilmente nel falso, e aprire l'adito ad errori ed arbitrj. Ben è vero che le stime in tal modo preparate si devono pei regolamenti francesi confrontare cogli affitti a danaro per modificarle a norma di questi; ma cotali modificazioni, fatte per lo più a foggia di transazione fra due risultamenti diversi ed ambedue mal sicuri, possono talvolta correggere qualche grande inuguaglianza, ma di raro condurre ad una stima pienamente regolare ed esatta (3).

### 3.° *Classamento.*

XLVIII. Il classamento costituisce in sostanza la stima individuale di ciascun fondo, perchè, collocato un fondo in una data qualità e classe a cui corrisponde una data tariffa o stima generica, la di lui sorte è definitivamente stabilita, e l'esprimerne in cifra la rendita in ragione di superficie non è che un calcolo aritmetico.

Il classamento dei terreni non concerne, a dir vero, la perequazione del Censo. Tuttavia può avervi un'influenza indiretta. È chiaro difatto che se in un comune si collocasse in prima classe una parte minima dei fondi che le spettano per la loro bontà, e il restante si ponesse indebitamente nelle infime classi,

---

(1) *Istruzioni per le stime*, 1.° marzo 1828.

(2) *Recueil méthodique*. Tit. VI, sez. III.

(3) Le affittanze e le compre e vendite comprendono troppi elementi precarj ed accidentali, ed abbracciano di consueto proprietà troppo svariate e diverse, per servire di norma esclusiva alle stime censuarie, come proposero anche recentemente Loreau, Audiffret ed altri. Vedi Loreau, *Du crédit foncier*, cap. 1.° e 2.° — Audiffret, *Système financier de la France*, vol. I, pag. 38. — Idem, *Libération de la propriété*. Paris, 1844.

I regolamenti francesi non giunsero a questo punto; tuttavia diedero troppo gran peso agli affitti. Essi devono bensì costituire uno degli elementi del criterio peritale, ma non prendere interamente il suo luogo, se non in qualche rarissimo caso; e questo ancora deve operarsi con molte cautele.

un tal comune potrebbe avere le tariffe dei terreni in apparenza assai elevate ed un estimo in complesso assai tenue. Laonde è necessario esaminare se i fondi della stessa bontà siano stati collocati nella medesima classe ne' diversi comuni; con che non solo si avvantaggia il classamento, ma si fa quasi una riprova anche della classificazione. Le quali cose così essendo, non solo tornerebbe inopportuno il regolamento francese del 10 ottobre 1821 che abbandona per intero il classamento ai possessori di ciascun comune; ma lascerebbe molto a desiderare anche la *Raccolta metodica*, la quale affida bensì questa cura al perito ed al controllore, ma ne fa una faccenda del tutto isolata in ciascun comune senza riguardo dall'uno all'altro (1).

XLIX. Del resto, non vuolsi ommettere una considerazione, la quale concerne più propriamente il classamento, ma influisce più o meno anche sul resto delle stime.

Le stime, in qualunque modo si eseguiscano, non possono condursi a termine in uno o pochi anni, massimamente in un territorio così vasto come la Francia; e per conseguenza il censitore, di mano in mano che procede nelle operazioni da uno ad altro cantone o dipartimento, vi trova le terre avvantaggiate da recenti miglioramenti, i quali sarebbero sfuggiti all'azione delle stime se quei cantoni e dipartimenti fossero stati censiti pei primi. Quindi il pericolo o di gravare indebitamente alcuni cantoni e dipartimenti, o di vedervi sospesi i miglioramenti.

Ad ovviare questo duplice inconveniente, la legge deve adunque supporre che le stime censuarie si eseguiscano da per tutto nello stesso anno in cui si sono incominciate in qualsivoglia cantone e dipartimento, e disporre che il censitore, dietro opportune cautele di verificazione, non si faccia carico de' miglioramenti eseguiti dopo quell'epoca (2).

## CAPO QUARTO.

### *Del collegamento e della revisione delle stime.*

L. Fin qui abbiamo esaminato le stime nelle singole parti. Giova ora

(1) *Recueil méthodique.* Tit. III. — A ciò si ebbe una grande attenzione nel Censimento lombardo-veneto, istituendo estesi confronti da comune a comune. Vedi circolare 24 marzo 1832.

(2) Anche a ciò si è provveduto nel Censimento lombardo-veneto. Notificazione 27 maggio 1828.

considerarle nel loro complesso e nella loro applicazione alla generale perequazione dell'estimo.

Non basta, o Signori, che siansi adottate buone massime per formare le stime; non basta che siansi preparati buoni materiali a comporle; bisogna vegliare a che se ne faccia una giusta e compiuta applicazione a tutti i casi; bisogna studiarne mano mano i risultamenti parziali; bisogna sopra tutto confrontarli fra loro da luogo a luogo, da oggetto ad oggetto; indagare, scoprire, riparare da principio gli errori e le dissonanze che possono guastare od inceppare il regolare procedimento dell'opera, e adoperarsi in ogni modo per avviarla ad un risultamento compiuto ed uniforme.

E quando il tutto è condotto a termine colle maggiori cautele e diligenze, bisogna sottomettere il tutto alla prova del reclamo delle parti interessate, e tutto rivedere con metodi e mezzi possibilmente nuovi ed assolutamente opportuni.

### 4.° *Del collegamento delle stime e delle revisioni d'ufficio.*

LI. Non mancano nei regolamenti francesi alcune prescrizioni concernenti la direzione, la sopraveglianza e la revisione delle stime.

Il perito stimatore è sempre accompagnato nelle sue operazioni da un *controllore* che prende parte alle operazioni, lo dirige, lo sopraveglia, e occorrendo ne riferisce al direttore dipartimentale.

Un ispettore dipartimentale si reca in ciascun comune, prende cognizione dei lavori, esamina se le istruzioni siano bene applicate e se le stime siano proporzionali da comune a comune.

Più tardi, il direttore dipartimentale rivede ad una ad una le stime, e raccolti, ove occorra, presso di sè l'ispettore, il controllore ed i periti, comunica loro le proprie osservazioni, onde possano approfittarne e correggere le stime od esporre le contro osservazioni.

Finalmente, alcuni ispettori generali ed un commissario del Governo percorrono di tempo in tempo i dipartimenti, per assicurarsi vie meglio del modo con cui procedono le operazioni (1).

LII. Tutto ciò può recare alcuna utilità, ma non basta ad assicurare l'uguaglianza proporzionale delle stime.

Il solo provvedimento che miri dritto a questo scopo sono i confronti commessi all'ispettore dipartimentale. Ma questi confronti sono ristretti ai comuni

(1) *Recueil méthodique.* Tit. III, sez. III.

di ciascun cantone e non si allargano da cantone a cantone. Lo che riuscirebbe anche difficile, per non dire impossibile, quando le stime si eseguiscono per salti quà e là ora nell'uno ora nell'altro cantone.

Il direttore poi si limita piuttosto ad esaminare ciascuna stima ne'suoi particolari di esecuzione, e direm quasi nelle forme, anzi che estendersi a confrontare le une colle altre. Nè egli potrebbe farlo con effetto, chiuso nel suo ufficio, e sprovveduto di cognizioni locali e del sussidio di periti.

Gli ispettori e direttori di un dipartimento non sono poi in comunicazione con quelli degli altri, non mai prendono concerti fra loro, non mai studiano le circostanze dei paesi che stanno loro d'attorno. Sono potenze che agiscono isolate, e dall'isolamento non nasce l'accordo.

Gli ispettori generali e il commissario del Governo percorrono, è vero, quà e là; ma le loro ispezioni non possono al certo estendersi all'esame delle singole stime, nè si scorge stabilito alcun metodo che agevoli almeno alcuni confronti, di approssimanza sì, ma sufficientemente estesi e sicuri.

LIII. Ben altre cautele (mi sia permesso valermi di un esempio domestico) si sono adoperate nel Censimento lombardo-veneto.

E prima di tutto, gli ufficj e le persone hanno avuto un ordinamento assai diverso e più acconcio alle operazioni e revisioni centrali. La superiore direzione di tutte le operazioni è affidata ad una Giunta composta di consiglieri di Governo, di procuratori fiscali e di un collegio di periti, sotto l'immediata presidenza di S. A. I. R. il Serenissimo Arciduca Vice-re del regno lombardo-veneto (1). La pratica esecuzione dei lavori è poi demandata a geometri e periti, o commissarj stimatori, i quali nella stagione opportuna eseguiscono le ricognizioni di campagna, diretti e sopravegliati da ispettori provinciali, ed assistiti dalle delegazioni censuarie nominate dai rispettivi comuni; e nell'inverno si raccolgono negli ufficj della Giunta per compiere i lavori incominciati in campagna. Il quale ordinamento ognun vede quanto sia opportuno ad imprimere ai lavori un carattere di piena uniformità.

Appresso ciò, tutto l'ordine dei lavori è predisposto a questo fine. Le operazioni delle stime non si intraprendono e compiono tutte di seguito comune per comune, come si pratica in Francia; ma ciascuna operazione si eseguisce contemporaneamente su tutto il territorio, nè si passa da una ad un'altra finchè la prima non sia eseguita da per tutto. In campagna si eseguiscono confronti da comune a comune, da distretto a distretto, da provincia a provincia sugli

(1) Sovrane patenti 23 dicembre 1817 e 31 dicembre 1818.

elementi e sui risultamenti di ciascuna operazione; e questi confronti si ripetono, si depurano, si allargano nelle concentrazioni iemali presso la Giunta, ove sono raccolti i commissarj, gli stimatori e gli ispettori di tutte le provincie. Il collegio dei periti tiene dietro a tutte queste operazioni, a tutti questi confronti ed a' loro risultamenti; e quando non ne sia pienamente soddisfatto, fa rinovare le verificazioni di campagna, ed impartisce nuove istruzioni, o le invoca dall'I. R. Giunta (1).

Per tal modo le singole operazioni procedono uniformemente e sicure; e si evita, per quanto è possibile, il pericolo di scoprire gli errori, allora solo che il riparo è troppo tardo o troppo difficile.

### 2.° *Dei reclami.*

LIV. Considerazioni poco dissimili occorrono circa i reclami. E quì intendo favellare sovra tutto dei reclami sulle tariffe o stime generiche delle terre e sulla loro perequazione, che è l'argomento precipuo del mio discorso.

Secondo i regolamenti francesi, le tariffe delle singole qualità e classi dopo che sono compiute in un cantone e rivedute dall'ispettore o dal direttore, vengono sottoposte all'esame di un'assemblea cantonale di delegati comunali a tale uopo eletti dai rispettivi consigli. L'assemblea prende le sue deliberazioni e rimette i suoi voti al direttore col mezzo del vice-prefetto e del prefetto che vi uniscono le proprie osservazioni. Il direttore sente, ove lo creda opportuno, l'ispettore, i controllori ed i periti; e retrocede tutti gli atti al prefetto, che, udito il Consiglio di prefettura, decide sulle modificazioni addomandate (2).

Senza dubbio queste pratiche sono dettate dall'intendimento di circondarsi delle maggiori cognizioni e cautele in opera sommamente delicata e difficile. E tuttavia credo che non siasi pienamente raggiunto lo scopo. E per verità, quale sussidio può aspettarsi da un'assemblea di gente eletta al momento del bisogno, e non preparata al nuovo ufficio? Qual luce possono recare in argomento tanto oscuro e complicato i prefetti ed i vice-prefetti sforniti di speciali cognizioni di scienza e di fatto, ed occupati di tanti altri oggetti di pubblica amministrazione? I Consigli di prefettura possono raccogliere maggior copia di cognizioni di fatto; ma non può abbondare anche in essi la scienza e la pratica delle stime. Tutto adunque si riduce alle osservazioni dei direttori, i quali avendo già riveduto ed approvato le stime, possono parere chiamati, piuttosto a render conto del loro

---

(1) Sovrane patenti suddette: istruzioni 8 giugno 1826 e 16 maggio 1828.

(2) *Recueil méthodique*. Tit. VII, VIII.

operato, che a far ragione ai reclamanti. E dopo ciò chi decide? Il prefetto che, siccome ho notato, non è nè perito, nè assistito da periti suoi proprj.

Tutta poi la procedura è condotta con poca pubblicità, senza forme solenni; e, quello che più importa, senza esami e ricognizioni al cospetto dei luoghi, e senza confronti da cantone a cantone, da dipartimento a dipartimento.

LV. E qui mi sia permesso di addurre un'altra volta a paragone ciò che si fece nel Censimento lombardo-veneto.

Compiute le stime generiche delle qualità e classi dei terreni in tutte le provincie, vennero esse recate a notizia delle delegazioni censuarie dei rispettivi comuni; e queste, già pratiche delle precorse operazioni, hanno potuto più agevolmente apprezzarne i risultamenti e produrre i loro richiami, che dovevano essere svolti precipuamente a forma di confronto con altri comuni confinanti nel medesimo distretto, od anche in altri distretti e provincie. Tali reclami furono esaminati in ciascun distretto dall'assemblea delle delegazioni censuarie; ed i risultamenti di queste disamine furono coordinati ed illustrati da un perito di confidenza dell'assemblea medesima, e poscia trasmessi alla Congregazione provinciale che doveva considerarli precipuamente ne' rapporti dell'uguaglianza proporzionale da distretto a distretto ed aggiungere tutte quelle osservazioni che trovasse opportune. I lavori delle singole Congregazioni si mandarono rispettivamente alle due Congregazioni centrali di Lombardia e di Venezia, cui era commesso di esaminarli precipuamente nel rispetto di parità da provincia a provincia (1). Tutti questi lavori però non erano che i preliminari, e diremo quasi il soggetto delle revisioni peritali che furono demandate in ciascuna provincia ad una Commissione mista di commissarj censuarj e di periti eletti dalle provincie stesse. Queste esaminarono e discussero collegialmente nelle rispettive provincie, e di consueto al cospetto de'luoghi, i reclami delle delegazioni censuarie, e le proposte delle assemblee distrettuali e delle congregazioni provinciali e centrali. E quando sì fatti richiami e proposte involvevano confronti fra due o più provincie, le relative Commissioni si univano insieme e discutevano ogni cosa, trasferendosi al cospetto de'luoghi in ciascuna provincia (2). Ampio e difficile lavoro, che in alcune provincie durò pel corso di due anni, e diede luogo a sottili e complicate discussioni.

Preparati così gli elementi per decidere i reclami e perequare le stime, tutti gli atti furono rimessi alla Giunta che li fece esaminare, quanto alla legalità dal

(1) Regolamento 7 febbrajo 1838.

(2) Norme 26 aprile 1841.

proprio ufficio fiscale, e quanto all'intrinseco dal collegio dei periti, e pronunciò poscia il definitivo suo giudizio.

E qui si erano presentate due gravi difficoltà. Da una parte la Giunta non poteva esaminare e definire contemporaneamente le stime di tutte le provincie, come avevano fatto le Commissioni provinciali, le quali operavano per lo più separatamente; dall'altra parte, se ciò fosse stato possibile, non si sarebbe poi assolutamente potuto attuare immediatamente il nuovo Censo in tutte le provincie, perchè, dopo definite le tariffe, bisognava decidere i reclami dei possessori sulle qualità e classi applicate a' singoli fondi, calcolare la rendita che in base delle approvate tariffe compete a ciascuna delle particelle di terra che compongono il territorio sottoposto a questa vasta operazione, regolare definitivamente le mappe ed i catasti, formare i libri delle partite, e di tutti questi atti disporre le copie da mandarsi agli ufficj distrettuali e centrali di conservazione. E però, dovendosi definire progressivamente le stime di ciascuna provincia ed attuare successivamente in esse il nuovo Censo, era a trovar modo che ciò non nuocesse alla perequazione dell'estimo ed alla graduale associazione delle diverse parti del territorio.

Incominciò adunque la Giunta ad istituire dei calcoli di approssimanza sugli aumenti e sulle diminuzioni di estimo che ciascuna provincia avrebbe subito all'attuarsi del nuovo Censo; e sulla base di questi calcoli determinò le provincie che si sarebbero sottoposte primamente al nuovo Censo ed associate fra di loro pel ripartimento dell'imposta, raccogliendole in gruppi così preordinati che gli aumenti e le diminuzioni del tributo vi fossero meno rilevanti e meno variabili. E dalle provincie nelle quali il nuovo Censo doveva attuarsi primamente incominciò l'esame e la definizione delle stime, con tale ordine e modo che si provvedesse insieme alla perequazione interna di ciascuna ed al collegamento delle une colle altre. Al quale intento in ciascuna provincia non solamente si esaminarono e definirono le stime dei comuni in essa cadenti, ma quelle ancora che, appartenendo ad altre provincie, avevano formato oggetto di vicendevoli confronti e reclami. E così, mediante una serie continuata di tariffe, si stabiliva il graduale passaggio dall'una all'altra provincia, e si ponevano le basi della generale perequazione del Censo. Dopo di che, si definivano anche i reclami dei possessori e si procedeva alle altre operazioni di sopra accennate (1).

LVI. Ben vedo, o Signori, che sarebbe difficile applicare pienamente alla Francia il sistema tenuto nel regno lombardo-veneto nel rivedere le stime e nell'attuare

(1) Notificazione 20 maggio 1846.

progressivamente il nuovo Censo in ciascuna provincia; perchè desso presuppone il contemporaneo sviluppo delle operazioni peritali in tutto il territorio e l'istituzione di un ufficio centrale ove tutto il lavoro preparato dai periti al cospetto de' luoghi si compia e si conduca a definitiva esistenza; le quali cose difficilmente si possono conciliare colla vastità del territorio della Francia. Ma so ancora che, senza adottare qualche cosa di somigliante, non si potrà mai conseguire nè uguaglianza proporzionale di stime, nè Censimento generale, nè imposta di contingente.

E però, se il contemporaneo sviluppo delle operazioni peritali e l'influenza di un ufficio centrale non si possono condurre in Francia a quel punto a cui si condussero nel regno lombardo-veneto, ben si dovrebbe procurare di avvicinarvisi con qualche speciale provvedimento. Tale sarebbe, a cagione di esempio, se tutto il territorio francese si dividesse in varj gruppi di dieci o quindici dipartimenti, costituenti quasi altrettante regioni censuarie; se in ciascuna di queste regioni si stabilisse un ufficio principale, e le operazioni e perequazioni censuarie si svolgessero progressivamente in alcuno di quei grandi ripartimenti e poscia in un altro; e se finalmente i lavori di una regione si collegassero con quelli di un'altra mediante gli opportuni concerti fra gli uffici principali, i quali tutti dovrebbero dipendere da un ufficio supremo o centrale, da cui partissero i regolamenti, le istruzioni e le disposizioni di più generale importanza.

E posto ancora che sì fatti provvedimenti involvessero qualche non lieve difficoltà, non si dovrebbe intralasciare veruna cosa per vincerla, giacchè alla fine si tratta di decidere se si voglia e si possa dare alla Francia un Censimento generale ed un'imposta di *contingente;* o se, relegato questo genere d'imposta fra le utopie non eseguibili in quel vasto territorio, e ridotto il Catasto ad un semplice ripartitore comunale, si abbiano a perpetuare gli antichi metodi di riparto fra i dipartimenti e i cantoni; e con essi tutti gli inconvenienti e le inuguaglianze che ne derivano, e che si potranno per avventura diminuire alcun poco, togliere del tutto non mai.

Io credo che la Francia, la quale ha proclamato così solennemente l'intenzione di pervenire col mezzo del Catasto *parcellare* all'equabile ripartimento dell'imposta in tutto lo Stato, non vorrà ora nè ripetere le prove con quegli ordini e metodi che non bene riuscirono; nè arrestarsi al cospetto di qualche difficoltà. Gli statisti francesi si facciano adunque a meditare codesto problema della perequazione del Censo coll'attenzione che esso merita, ne apprezzino giustamente l'importanza e le difficoltà, facciano studio intorno a' mezzi di superarle, e potranno cogliere una nobile palma anche in questo difficile aringo.

*SEZIONE SECONDA.*

## *Della conservazione del Catasto.*

LVII. Venendo a favellare della conservazione del Catasto, è da ricordarsi aver essa due parti distinte: la prima delle quali ha per iscopo di tenere in chiaro le mutazioni dei possessori de' beni dipendentemente dalle credità, compre e vendite e simili: la seconda mira a far palese costantemente il vero stato dei beni, avuto riguardo ai mutamenti che avvengono nella loro consistenza e destinazione.

CAPO PRIMO.

### *Delle mutazioni dei possessori.*

LVIII. La parte che risguarda le mutazioni dei possessori ha richiamato in ispecial modo l'attenzione del Ministro, e bene a ragione.

Ai primi tempi del nuovo Catasto la cura di registrare le mutazioni dei possessori era abbandonata interamente all'autorità comunale. I possessori denunziavano all'ufficio del podestà i beni che avevano acquistato o ceduto ad altri; il segretario ne teneva annotazione sopra un registro interinale; nel luglio di ogni anno il podestà radunava i ripartitori delle imposte e faceva loro esaminare ed approvare i trapassi; e dietro ciò venivano definitivamente registrati nel libro delle partite (1).

Questo metodo si riconobbe imperfetto e si mutò colle disposizioni del 1807 e 1810, secondo le quali l'operazione procede di tal guisa. Il possessore denunzia al podestà i beni che acquistò o cessò di possedere nel comune, producendo i relativi titoli di acquisto o di alienazione: il podestà riconosce ed identifica sì fatti beni col sussidio dei registri e delle mappe e li nota in una schedula o bollettino che tien luogo di domanda del trasporto. Manda poscia queste schedule al controllore delle imposte che di tre in tre mesi le invia al direttore dipartimentale. Questi annota interinalmente in apposito giornale le avvenute mutazioni, ed alla fine dell'anno le registra definitivamente sul libro delle partite, e commette al controllore di eseguirle ugualmente sul libro esistente presso il comune. La registrazione poi si eseguisce in questo modo. Da una parte si

(1) Legge 3 frimale anno VII.

cancella l'intera partita, tanto di colui che abbandona la proprietà di tutti i suoi beni o di una porzione di essi, quanto di colui che l'acquista; dall'altra parte si inscrive tanto all'uno che all'altro una nuova partita accresciuta dei beni acquistati e diminuita dei beni abbandonati. Se il cedente non conserva più alcun possesso nel comune, la sua partita si estingue; se l'acquirente non aveva alcuna partita nel comune, gliene viene aperta una. Le partite o affatto nuove o rinovate si inscrivono in aggiunta alle prime in apposito volume, ed acquistano un numero progressivo in continuazione all'ultimo numero del primo volume, e così mano mano (1).

LIX. Anche questo sistema lascia molto a desiderare. In primo luogo, non è stabilito ai possessori un termine a denunziare i loro acquisti e le loro alienazioni: si raccomanda bensì ai controllori ed ai pubblici ufficiali di adoperarsi per venirne in cognizione; ma questi mezzi indiretti non bastano, se non vi si impegnano direttamente i possessori. In secondo luogo, la verificazione dei trapassi è lasciata ai podestà; e da questi nei piccoli comuni non si può di consueto aspettarsi un'opera abbastanza assidua, diligente ed esatta. Per terzo, le schedule fanno un giro troppo lungo e troppo lento prima di essere registrate nel libro del comune; i trasporti vi rimangono sospesi per circa un anno; e se intanto sopravvengono nuovi passaggi, l'imbarazzo e la confusione riescono quasi inevitabili. Finalmente, la forma materiale delle registrazioni, troppo lunga ed esorbitante, richiede un tempo eccessivo, ed ingombra troppo gran numero di registri (2).

LX. Molto più semplice e sicuro è il sistema da oltre mezzo secolo in vigore ne' paesi di Censimento milanese. I libri delle partite non sono affidati all'autorità comunale, ma sibbene ad un regio ufficiale, il commissario distrettuale, che sopraintende a tutta l'amministrazione del distretto. Chi acquista od aliena uno stabile è obbligato, colla minaccia di una multa, a chiedere il trasporto al più tardi nel termine di tre mesi, producendo i relativi documenti; e quando non si possa nel detto termine far eseguire un trasporto definitivo, come avviene di frequente nelle eredità, si deve chiedere un trasporto temporaneo a chi

(1) *Recueil méthodique*. Tit. X.

(2) Si vide anche in Francia che questo sistema non corrispondeva all'intento: ma si credette che l'esito infelice si dovesse attribuire alla scelta delle persone anzichè ad imperfezione più intrinseca del metodo. Perciò l'esecuzione dei trasporti sui libri dei comuni si tolse ai controllori e si commise ai ricevitori delle imposte; ma le cose andarono ancora peggio e quell'ufficio si affidò nuovamente ai controllori. *Moniteur universel*, 30 mai 1847. Supplément.

frattanto ha l'amministrazione della sostanza. Il commissario distrettuale riconosce anzi tutto se i documenti sono regolari e se i beni da trasportarsi al nuovo possessore sono realmente intestati a colui che li abbandona; redige o rivede la formale petizione ed opera prontamente il trasporto. La forma del quale è semplicissima. La partita di ogni possessore è coordinata sulle due facce opposte del libro. La sinistra contener deve tutti i beni che esso possiede od acquisterà in appresso: la destra tutti quelli che cesserà di possedere: il confronto fra l'una e l'altra faccia presenta il vero stato del possesso. Chiedendosi adunque il trasporto di uno stabile, il commissario lo annota sulla faccia destra della partita a cui è sottratto, e lo registra sulla faccia sinistra di quella a cui è aggiunto. Apposite norme sono poi stabilite per regolare i trasporti involventi scissione di una particella registrata sotto un sol numero di mappa, e per dividere proporzionalmente la rendita di essa su ciascuna delle parti in cui è stata scomposta.

Il trasporto così eseguito dal commissario è assoggettato alla revisione dell'ufficio centrale incaricato della conservazione del Censo. Il commissario gli trasmette di tre in tre mesi una copia di tutte le petizioni all'appoggio delle quali ebbero luogo i trasporti. L'ufficio di revisione le esamina assicurandosi precipuamente che i beni da levarsi da una partita coincidano con quelli che vi sono registrati nel libro centrale. Se qualche diversità vi si riscontra, ne indaga la origine e fa eseguire le correzioni che per avventura occorressero. Diligenti bilanci della misura e della rendita delle singole partite decomposte per trasporti speciali, e del complesso di tutte le partite col totale della misura e della rendita del comune assicurano la costante regolarità della scrittura censuaria e la piena corrispondenza dei libri centrali con quelli dei commissarj distrettuali; e pongono in grado gli ufficj censuarj di render conto in qualsiasi tempo non solo dell'ultimo stato dei possessi, ma di tutti gli anteriori passaggi di ciascun fondo e della formazione o dissoluzione di qualsivoglia partita (1).

LXI. Il sistema francese ha prodotto gli effetti che se ne dovevano aspettare. La scrittura censuaria andò in confusione; e la nuova legge vuol impedire che ciò avvenga un'altra volta. Al che si mira precipuamente con due provvedimenti.

Notossi già come il Ministro attribuisca la cagione principale del disordine all'essersi registrate unicamente sul libro delle partite le mutazioni dei possessori, anche allorquando involvevano la divisione di una particella di terra in nuove frazioni; e come ora si proponga di delineare queste frazioni sulla mappa

(1) Editto 30 settembre 1782. — Istruzione 15 settembre 1791. — Decreto 9 febbrajo 1809. — Tarantola, *Sistema pratico del Censimento prediale milanese.*

e di registrarle nel catasto. E senza dubbio questo è provvedimento assai utile; e venne adottato anche nel Censimento lombardo-veneto. Ma, come già accennai, troppo gran peso gli si attribuisce. Nei paesi di Censimento milanese, giova ripeterlo, questa pratica è per consueto inusitata; e tuttavia la scrittura censuaria si è generalmente conservata per oltre mezzo secolo con quella chiarezza che tutti sanno, e che non venne per avventura raggiunta in altri paesi ove la pratica anzidetta è in vigore. E perchè ciò? perchè il sistema milanese ha in sè stesso una tale bontà, ed è sussidiato da tali altri accorgimenti che bastano a tutto anche senza quest'ultimo; ed al contrario questo solo non basta da sè a raggiungere lo scopo.

E difatto, il Ministro ebbe ricorso anche ad un altro miglioramento che tien molto del sistema milanese: vuole cioè che in ciascun dipartimento si istituiscano degli uffiej censuarj subalterni all'ufficio centrale e superiori al comunale; che a questi uffiej, che diremmo di circondario, incumba la cura di tenere in chiaro le mutazioni di possesso, e che sì fatte operazioni si ripetano poi negli altri uffiej indicati di sopra. Ed anche questo è provvedimento utilissimo.

Ma io chiederò se si voglia fermarsi a queste generali disposizioni o recarle a compimento con ulteriori prescrizioni che valgano ad assicurarne il buon effetto? Chiederò se si voglia adottare qualche mezzo coattivo per avere le denunzie entro un termine conveniente; se curare che le registrazioni sieno eseguite subito dopo; se migliorare la loro forma materiale; se finalmente provvedere a che le registrazioni non solamente si eseguiscano in diversi uffiej, ma l'opera degli uffiej inferiori venga sopravegliata e riveduta dal superiore? Queste cose mi pajono indispensabili; e non vi possono supplire le prescrizioni contenute nell'articolo 17.° del progetto circa l'uso delle indicazioni censuarie nei contratti e negli atti giuridici; le quali valgono a preparare la materia della registrazione, ma non bastano a regolarne la pratica esecuzione (1).

---

(1) Il signor Robernier in più scritti ha proposto, come un mezzo opportuno alla più facile conservazione del Catasto, che i singoli appezzamenti si debbano indicare nei registri censuarj e nei documenti, non già con un semplice numero corrispondente alla figura di mappa, ma con più numeri esprimenti *la distanza del vertice di ciascun angolo di essa figura dal meridiano del luogo e dalla sua perpendicolare*, o in altri termini la *latitudine* e *longitudine* di tutti questi angoli. Vedi Robernier, *De la preuve du droit de proprieté*, vol. II, *Paris*, 1843-1844. — Idem: *Du Cadastre et de sa conservation. Paris*, 1845.

Io dubito però che questo sistema, in apparenza ingegnoso ma involuto, possa applicarsi nella pratica; nè vedo un sufficiente motivo per sostituire l'enunciazione di più numeri a quella di un solo. La difficoltà è riposta nell'indicare opportunamente nelle mappe le nuove divisioni e suddivisioni, e non già nel ripetere queste indicazioni nei registri e nei documenti; e se consistesse in quest'ultimo, io temerei che essa venga col proposto metodo piuttosto accresciuta che diminuita.

CAPO SECONDO.

*Dei cambiamenti negli oggetti.*

LXII. Se importa il tenere in chiaro le mutazioni dei possessori dei fondi, non è meno importante il conoscere, se i fondi che erano soggetti all'imposta hanno subito nella loro consistenza o nella loro destinazione cambiamenti di tal fatta per cui la giustizia richieda che siano in tutto od in parte sottratti al Censo, od esentati temporaneamente dal tributo; e se viceversa si debbano comprendere nel Censo od assoggettare al tributo que' fondi che da prima non vi erano compresi o godevano il privilegio di un'esenzione temporanea dal tributo.

La conoscenza e la piena dimostrazione di questi mutamenti costituisce la seconda parte della conservazione del Catasto. Alla quale si aggiunge quasi per corollario un'operazione assai meno rilevante ed estesa, ma pure da non trasandarsi; ed è la correzione degli errori che si scoprisse essere incorsi nel Censo o fin dal momento della sua costituzione o per successiva pertrattazione degli atti, e che per l'indole loro siano tali da doversi emendare in qualsivoglia tempo.

LXIII. Intorno alla correzione di questi errori poche parole sono a dirsi. In generale, dopo che il Censo fu costituito ne' modi prescritti dalla legge, e dopo che i risultamenti di esso furono regolarmente pubblicati e ne furono decisi i reclami, non è più dato rifare il già fatto, e distruggere gli effetti delle cose giudicate. Tuttavia la correzione non può negarsi quando risulti che, dopo la decisione dei reclami, è occorso qualche errore materiale, come a cagione di esempio nel calcolare la rendita di un fondo in ragione della sua superficie e della tariffa della sua qualità e classe, nel trascrivere la rendita risultata da tale calcolo e simili.

Quanto alla sostanza di questi errori, basterà il precisare con esattezza quali siano correggibili in ogni tempo secondo l'accennato principio; e quanto alla forma, sarà da stabilirsi un metodo chiaro e preciso per introdurle nei catasti e nel libro delle partite. Nè io mi fermerò su questo argomento. Accennerò solo che nei paesi di Censimento milanese queste correzioni si introducono nel libro delle partite con metodo conforme a quello che si pratica per le mutazioni dei possessori, annotando cioè come uscita dalla partita la particella su cui cade l'errore, ed inscrivendola poscia di nuovo siccome entrata colla superficie e

rendita e cogli altri dati catastali corretti; e che questo metodo riesce del pari agevole e chiaro (1).

LXIV. Più difficile e disputato è l'argomento delle mutazioni che avvengono nella sostanza e nella destinazione dei fondi, e delle conseguenti variazioni di estimo od esenzioni d'imposta. Nel quale oggetto le leggi ed i regolamenti stati finora in vigore nella Francia ammettono una grande differenza fra i terreni e gli edifizj.

Pei terreni è prevalsa la massima che gli atti catastali si debbano immutare soltanto per queste due cagioni: primamente se per alluvione si è formato un fondo che non esisteva, o viceversa è scomparso in tutto od in parte per scoscendimento di terra, abrasione o costante occupazione di acque: in secondo luogo, se un fondo o parte di esso viene occupato nel costruire una pubblica strada od altra opera per indole propria esentata dal Censo; o viceversa una strada, una piazza o simile viene ridonata a coltura. Nessuna mutazione si eseguisce negli atti censuarj se un fondo viene migliorato o deteriorato, o da sterile reso fruttifero, fosse pure per sola forza della natura (2).

Per gli edifizj al contrario si ammise una generale revisione delle stime di dieci in dieci anni, per modo che le stime si mutano anche per rilevanti miglioramenti e deterioramenti, e persino per variazioni di rendita procedenti da cause estrinseche e indipendenti dallo stato dell'edifizio (3).

Il progetto di nuova legge, tenendo ferme le anzidette disposizioni, vi aggiungerebbe anche una generale revisione delle stime dei terreni di trenta in trenta anni, la quale di necessità abbraccerebbe, come quella dei fabbricati, ogni deterioramento e miglioramento anche industriale, e le mutazioni dei valori e delle rendite indipendenti dallo stato materiale del fondo.

LXV. Ho già toccato più sopra l'argomento delle generali revisioni del Censo estese ad abbracciare qualsivoglia mutamento della rendita, e mi parve che si fatte revisioni portino seco troppo gravi inconvenienti, inceppando lo sviluppo dell'umana industria applicata alla produzione agricola, e rendendo più o meno incerti i valori dei fondi sempre minacciati di un maggiore aggravio d'imposta.

Tutto ponderato, mi sembra preferibile il sistema finora seguito in Francia, il quale potrebbe essere condotto anche a maggiore semplicità ed unità di principj

(1) Tarantola, *Sistema pratico*, ec.
(2) *Recueil méthodique*. Tit. XI.
(3) Legge 3 frimale anno VII.

accostandosi più strettamente alle massime adottate pel Censimento lombardo-veneto ed in gran parte desunte dal milanese. Secondo queste, di cinque in cinque anni si escludono dal Censo o si esentano dall'imposta tutti i beni o perenti e distrutti per qualsivoglia cagione, o divenuti infruttiferi senza colpa del possessore, o destinati ad uso pubblico e simili, siano dessi terreni od edificj: e viceversa si introducono in Censo o si assoggettano al tributo tutti i beni o nuovamente formati, o divenuti produttivi per sola forza della natura, o sottratti all'uso pubblico e simiglianti. Nessun conto poi si tiene dei semplici miglioramenti e deterioramenti delle terre, nè delle ampliazioni e demolizioni parziali degli edifizj quando esse cadono nel perimetro di una superficie già censita come fabbrica, e per conseguenza si risolvono propriamente in semplici miglioramenti o deterioramenti di un edifizio preesistente: solo, ad incoraggiare le nuove costruzioni o le ricostruzioni di case interamente demolite, si accorda loro l'esenzione dell'imposta pel corso di dieci anni (1).

LXVI. Quanto alla pratica applicazione delle massime, abbastanza bene mi sembra provveduto dai regolamenti francesi alla ricognizione dei beni perenti, alla stima delle alluvioni e simili.

Se non che, si potrebbe per avventura desiderare che anche in Francia le lustrazioni territoriali si eseguissero complessivamente di tempo in tempo per tutto il territorio anzichè praticarle quà e là secondo il chiedono i possessori: e che più positive ed accurate si impartissero le norme speciali per introdurre nelle mappe e negli atti catastali i consentiti mutamenti, e per tenere esatto conto degli aumenti e delle diminuzioni. Le quali cose io non andrò sviluppando più da presso od illustrando cogli esempli del Censimento lombardo-veneto, dubitando di parere troppo grande estimatore delle cose patrie, e troppo minuto indagatore di pratiche meno importanti ed aliene dalla natura del presente discorso.

Temerei anzi di essere già trascorso a questo estremo se non avessi per fermo che molte pratiche, le quali, considerate ad una ad una, sembrar possono di lieve momento, tutte insieme costituiscono la forza ed il nerbo di un buon Censimento e ne assicurano la durevole e perfetta conservazione. Ed il presente ragionamento avrà forse dimostrato questo vero con opposti esempj. I quali io desidero riescano fruttuosi, se non alla Francia, ove appena perverranno queste povere mie parole, almeno a quegli Stati d'Italia che si affaticano intorno ad un buon Censimento.

---

(1) Regolamento 30 maggio 1846.

# ESAME ANATOMICO

## DEL SISTEMA ARTERIOSO DELL'ARTO INFERIORE

VENTIDUE ANNI DOPO LA LEGATURA DELL'ARTERIA FEMORALE PER ANEURISMA.

Memoria

DI

LUIGI PORTA.

Letta nell' adunanza del giorno 22 luglio 1847.

Dopo che Giovanni Hunter introdusse nella moderna chirurgia il metodo da lui intitolato di legare le arterie per la cura radicale dell'aneurisma esterno, e da molte osservazioni venne dimostrato, che l'arteria aneurismatica con questo metodo si può chiudere impunemente, i patologi furono vogliosi di sapere per quali alterazioni del sistema arterioso dell'arto la natura sopperisse al tronco obliterato. L'aneurisma essendo sventuratamente malattia frequente, le operazioni di legatura si moltiplicarono in questi tempi, principalmente agli arti inferiori, ma le necroscopie di coloro che operati con successo morirono da poi, non seguirono la stessa ragione, a motivo primieramente della rara combinazione d'imbattersi nel paziente che muore, onde raccoglierne il pezzo: poi della difficile riuscita dell'injezione; e per ultimo del sacrificio, a cui pochissimi della professione sono disposti, di una lunga e penosa preparazione. Della realtà dei quali ostacoli ne fa fede il fatto positivo, che in mezzo a più centinaja di legature di arterie esterne intraprese in Europa da Giovanni Hunter a noi, sebbene la maggior parte degli operati debbano essere al presente mancati, il numero dei pezzi patologici resi di pubblico diritto è assai piccolo; e nella tenuità del numero sarebbe difficile di citarne uno, che non sia mancante ed al di sotto delle nozioni che oggi abbiamo sul sistema anastomotico, che nelle membra si costituisce intorno ai tronchi obliterati delle arterie. Egli è per

tutto ciò, che avendo io avuto la rara opportunità di dissecare un arto inferiore 22 anni dopo l'allacciatura dell'arteria femorale esterna per aneurisma, credo di molta importanza per la chirurgia di pubblicarne i risultati dell'autossia e le particolarità che il pezzo offriva (1).

Domenico Magaroti, mercante milanese, di 52 anni, sano e robusto, la state 1824 per una distrazione del ginocchio in seguito a caduta ne ebbe un'aneurisma al poplite destro, il quale l'anno appresso operato nell'Ospedale Maggiore di Milano, mediante il laccio circolare dell'arteria femorale esterna al terzo superiore della coscia, guarì, sebbene l'arto operato sia rimasto sempre alquanto atrofico, debole e zoppicante. Da 22 anni godeva il Magaroti della migliore salute, quando la primavera del 1847 infermatosi di peripneumonia morì in propria casa alla fine di marzo. Il cadavere non dimostrò che le traccie dell'infiammazione sofferta al petto; per cui, tagliato fuori l'arto inferiore destro insieme alla pelvi, e trasportato nella Clinica chirurgica di Pavia, il medesimo venne quivi da me e dal mio assistente, il dottore Corneo, injettato per le due iliache destre esterna ed interna con una massa di sego, cinabro e poca cera: e riuscita l'injezione felicemente, si fece la preparazione del membro intero; la quale portò un lavoro per entrambi oltre a sei settimane.

Il sistema arterioso esaminato nel cadavere dal cuore alle principali diramazioni dell'aorta era illeso fino alla coscia destra, ove l'alterazione di questo sistema indotta dall'operazione estendevasi dall'origine delle arterie femorali al principio delle tibiali.

L'arteria femorale superficiale divenuta aneurismatica in fondo al poplite ed allacciata al terzo superiore della coscia era interrotta in ambi i luoghi e presentava tre monconi: uno superiore, uno intermedio ai punti obliterati, ed uno inferiore. Il moncone superiore, lungo quattro pollici, dava tre rami ampliati, sotto ai quali pel tratto di quindici linee, sebbene rappicciolito forse della metà e senza altri vasi laterali, non era legamentoso nè chiuso dal trombo interno, come per l'ordinario avviene, ma conservavasi aperto in fondo cieco a foggia di ditale, ripieno di materia injettata, e finiva anzi con un'estremità clavata (fig. I *a*). Il moncone mediano distava dal superiore di sole sei linee, ed entrambi erano congiunti per un legamento intermedio (fig. I *c*) in forma di bendello largo quattro linee, bianco, fitto, di una tessitura veramente fibrosa e fermamente agglutinato alla faccia posteriore dell'apice (*a b*) dei due monconi, i quali perciò gli

(1) Io debbo alla gentilezza e cooperazione del dottore Carlo Alfieri di Milano, di essere stato avvertito del caso e di avere ottenuto dopo l'apertura del cadavere il pezzo per la preparazione.

stavano davanti e lo coprivano. Questo legamento nuovo intermedio ai monconi, dopo ventidue anni si poteva ritenere permanente.

Il moncone mediano della femorale fino alla sede dell'aneurisma misurava sette pollici, era cicatrizzato all'apice in fondo cieco, assottigliato ed ostrutto da un trombo interno di otto linee; poi si riapriva riacquistando calibro naturale nel mezzo del poplite, e tornava a restringersi in basso, essendo vicino all'aneurisma chiuso nuovamente dal grumo interno. Nel quale tragitto il moncone mediano spiccava quindici rami femoro-poplitei di vario calibro ed i più molto allargati.

Il luogo dell'aneurisma in corrispondenza della solcatura dei condili del femore, e precisamente fra le arterie articolari superiori ed inferiori, era contrassegnato da un cilindro tutto solido, del diametro di cinque e della lunghezza di dodici linee, e di un tessuto bianco, fitto, omogeneo, tenace, fibroso ed organizzato senza vestigia di pareti membranacee, o di coaguli indicanti la presenza dell'arteria e dell'aneurisma (fig. II *a a*). La poplitea finiva improvvisamente nell'estremità superiore del cilindro solido ora descritto, conservando fino al punto d'inserzione la tessitura naturale e distinta delle pareti, sebbene fosse occupata dal trombo (fig. II): ciò che portava a credere, che l'arteria fosse tronca nel luogo dell'aneurisma e non entrasse nella composizione del cilindro attuale. Parimente il moncone inferiore della poplitea di due pollici in lunghezza si annestava colle sue pareti all'estremità inferiore di questo, conservava la naturalezza del lume e della tessitura, mancava di trombo e dati colle articolari inferiori quattro rami laterali, finiva nelle arterie tibiali.

La circolazione laterale fra i monconi dell'arteria ostrutta era diretta ed indiretta. La prima si faceva col mezzo di anastomosi dirette. Dal moncone superiore, quindici linee sopra la cima sul lato interno usciva un grosso ramo dilatato e dalla radice di questo ramo dilatato scendeva un bel vasetto (fig. I *d d*), il quale sempre all'interno del moncone e del bendello legamentoso con un elegante zigzag raggiunto l'apice del moncone mediano direttamente lo penetrava, scorrendo per sette linee il centro del trombo interno, e poi abbandonatolo piegava all'interno del primo ramo dello stesso moncone mediano (fig. I *d d*). Ora questo moncone di mezzo, ossia l'arteria poplitea, un pollice prima della sua inserzione nel cilindro fibroso, era atrofica ed internamente occupata da un grumo nero e sodo (fig. II *b*), il quale nascondeva un bel vaso nuovo ondulato, lungo dieci e largo quasi una linea (fig. II *c c*); e questo vaso nuovo generatosi in seno al trombo, superiormente continuavasi nella tonaca interna e si apriva nel vano della stessa poplitea, inferiormente sortendo dietro l'estremità del trombo veniva ad innestarsi allo sbocco dell'articolare superiore

esterna (fig. II *d*), a cui era continuo. I due vasi interni quivi descritti, organizzatisi nuovamente in grembo ai trombi interni del moncone mediano della femorale operata, erano perfettamente ripieni della cera injettata ed offrivano una parete sottilissima, dilicata e trasparente; motivo per cui apparivano più gracili dei rami esterni, a cui seguitavano.

Nella mia opera *Delle alterazioni patologiche delle arterie*, in una sezione sulle anastomosi che fanno la circolazione diretta, ho dimostrato con una serie di esperimenti e di figure le nuove anastomosi che nei bruti si ordiscono dentro le arterie legate e dentro i trombi interni che le riempiono, cosa non vista nè sospettata per lo addietro, ma per mancanza di opportunità non avendo potuto vedere, io allora mi limitava ad ammettere per analogia che le stesse anastomosi potessero generarsi anche nelle arterie obliterate dell'uomo. Ora il pezzo patologico che descrivo, e di cui porgo le figure (fig. I e II), dimostra incontrastabilmente la verità di un fatto da prima ignorato ed ammesso primamente da me per una ragionevole illazione di quanto avea osservato nelle arterie dei bruti. Nella mentovata sezione della mia opera, confessando di non avere mai potuto scoprire come i nuovi archi anastomotici si schiudessero e venissero a comunicare coi vasi primitivi, di cui fanno seguito, congetturava, che il fenomeno in origine succedesse per inosculazione dei nuovi vasellini, i quali sospinti dall'onda sanguigna vengono ad incontrarsi e si abboccano. Ebbene, nella femorale allacciata del Magaroti, il fenomeno dell'abboccamento dei nuovi archi anastomotici non è più una congettura, ma un fatto positivo ed innegabile. Ad ambedue le estremità del moncone mediano il vaso nuovo germogliato superiormente a seconda dell'onda sanguigna, serpeggiando in basso per entro la matrice del trombo interno, ne sorte e finisce all'orificio interno di un ramo primitivo con cui si agglutina e continua (fig. I e II).

La circolazione laterale indiretta si faceva superiormente dal moncone superiore della femorale superficiale obliterata e dalla femorale profonda; inferiormente, dai rami della femoro-poplitea sopra e sotto il luogo dell'aneurisma fino alle tibiali, ed il nuovo sistema anastomotico aveva per substrati i principali muscoli della coscia, le due diramazioni del nervo grande ischiatico, il tibiale ed il peroneo ed i legamenti del ginocchio.

Dei tre grossi rami ampliati del moncone superiore della femorale esterna, il primo esterno suddiviso entro il muscolo sartorio, coi rami ricorrenti del secondo femorale del moncone mediano formava un grossissimo arco anastomotico a zigzag, e poi un'elissi a due archi più esili: il secondo ramo interno del moncone superiore dopo il rametto anastomotico diretto sopra descritto, in seno alla porzione media del tricipite adduttore coi due primi rami femorali

del moncone mediano, due belli elissi anastomotici ondulati: il terzo ramo esterno del moncone superiore coi rami ricorrenti del secondo e del quarto femorale del moncone mediano sopra e dentro le carni del muscolo vasto esterno dei magnifici elissi a più branche tortuose. Così che i tre rami del moncone superiore coi primi quattro del mediano facevano più di dodici archi anastomotici tutti ampliati; tragittavano forse una metà del sangue del tronco obliterato al moncone mediano; ed è verosimile che in vita lo facessero pulsare; avvegnachè sette degli archi anastomotici summentovati erano ampj, corti e diretti.

Il tronco della femorale profonda manifestamente ingrandito fino dalla sua origine: e de'suoi rami la circonflessa interna di capacità ordinaria non mandava vasi dilatati in basso e non partecipava, come la circonflessa esterna e le perforanti, al nuovo sistema anastomotico della coscia.

La circonflessa esterna gigantesca: il suo ramo ricorrente al gran trocantere ed una serie di altri rami muscolari superiori di calibro naturale: ma più sotto in mezzo ai muscoli quadricipite e bicipite la maggior parte dei rami circonflessi molto allargati: al terzo inferiore esterno della coscia intrecciati in una rete le diramazioni della circonflessa esterna, delle perforanti e del grande anastomotico popliteo: poi al margine superiore della rotella ed intorno al tendine del quadricipite le ultime propaggini della prima affluenti nelle articolari superiori esterna ed interna. In tal guisa la circonflessa esterna alimentava tre dei principali rami della poplitea coi quali faceva dieci a dodici archi anastomotici ampliati di vario calibro.

Dal tronco della femorale profonda, dopo la circonflessa in mezzo a molti rami naturali ed estranei al nuovo sistema anastomotico, uscivano prima due rami minori accresciuti entro i muscoli retto e gracile pel quarto e sesto ramo della poplitea: poi alla metà posteriore della coscia due grossi rami ondulati, i quali entro i nervi peroneo e tibiale, convertiti questi nervi in propria guaina, davano rami di comunicazione al grande anastomotico popliteo ed alla gemella, e poi sortendo, il ramo del nervo peroneo entrava nella ricorrente posteriore della tibiale anteriore; l'altro del nervo tibiale affluiva intero nella ricorrente della tibiale posteriore. Infine le tre ultime e più grosse perforanti in seno ai muscoli semimembranoso, bicipite e vasto esterno suddivise con altrettanti rami del grande anastomotico popliteo ordivano un magnifico intreccio di otto a nove grossissime anastomosi: per cui tutti insieme gli archi anastomotici della femorale profonda coi rami della poplitea sommavano almeno a diciotto.

Il moncone mediano dall'apice fino all'aneurisma dava quattordici rami: in corrispondenza di questo l'arteria gemella obliterata alla sua radice; e nella sua parte inferiore sotto l'aneurisma quattro rami; in tutto diciannove, e colle

due tibiali ventuno rami. Dei quattordici rami al di sopra, quattro piccoli o mediocri e senza ampliazione; gli altri dieci dilatati in vario grado. I primi quattro rami del moncone mediano ricevevano vasi ampliati unicamente dai tre rami ampliati del moncone superiore, non offrivano che i loro rami superiori ricorrenti ingranditi, e figuravano come semplici vasi inferenti dello stesso moncone inferiore da cui nascevano. Il ramo grande anastomotico che succedeva era veramente meritevole di questo nome, amplissimo nel suo tronco e con una moltitudine di archi giganteschi s'annodava colla circonflessa esterna, le perforanti, le arterie dei nervi; e fra tante diramazioni superiori ricorrenti ampliate, non gettava direttamente in basso che una mediocre branca ad un ramo popliteo anonimo che gli stava sotto: per cui il grande anastomotico figurava come il precipuo vaso afferente della poplitea: ed è infatti al suo sbocco, che il tronco di quest'arteria si mostrava panciuto, e poi riacquistava il calibro naturale, mentre al di sopra era sensibilmente atrofico. Dopo il grande anastomotico, i rami che seguivano fino all'aneurisma erano a considerarsi come efferenti della poplitea: e fra essi si distinguevano tre poplitei anonimi di molta grandezza intermedj al grande anastomotico ed alle articolari superiori: uno esterno, il quale grosso alla radice e con grosse branche derivate dalle perforanti e dal grande anastomotico, ne mandava delle maggiori in basso per l'arteria gemella e l'articolare superiore esterna: gli altri due anonimi poplitei interni; il primo superiore grossissimo discendeva sul condilo interno, affluendo nei rami della circonflessa esterna e delle due articolari superiori; l'altro ramo parimente grossissimo dopo un tragitto di sette pollici sul lato interno del ginocchio fino alla tuberosità della tibia faceva colle articolari interne una rete di sei o sette archi anastomotici; e poi raccogliendosi di nuovo in due tronchi immetteva nei due rami della ricorrente tibiale posteriore. I tronchi delle articolari superiori al di sopra del punto obliterato dell'aneurisma erano poco ampliati; ma molto più le diramazioni loro pei vasi che ricevevano superiormente dai rami poplitei precedenti e dalla circonflessa. L'articolare superiore interna sul condilo corrispondente faceva un magnifico pennacchio d'anastomosi ampliate colla compagna dell'altro lato e la circonflessa pel circolo della rotella; ma un arco principale che figurava come continuazione del tronco entrava nell'articolare inferiore interna. L'articolare superiore esterna sul condilo esterno formava una superba digitazione, da cui sorgevano rami ricorrenti per la circonflessa esterna ed un ramo popliteo anonimo; rami per l'articolare interna ed il circolo della rotella; e poi quattro grosse diramazioni discendenti, due posteriori e due anteriori per l'articolare inferiore esterna.

Dalla porzione obliterata della poplitea corrispondente all'aneurisma sortiva

l'arteria gemella pei muscoli dello stesso nome; ma essendo quest'arteria obliterata alla radice, riceveva superiormente rami dal vaso discendente entro il nervo tibiale posteriore e da uno dei rami poplitei anonimi; ed è per queste sorgenti che l'arteria gemella si manteneva aperta e del calibro naturale in onta all'obliterazione del suo tronco.

L'ultima estremità della poplitea fra l'aneurisma e le tibiali rappresentante il moncone inferiore dava quattro rami: uno interno piccolo, anonimo, di calibro naturale e senza anastomosi palesi: il secondo parimente interno, anonimo, grossetto, il quale sotto al condilo faceva un solo e lungo arco anastomotico col ramo popliteo anonimo, gigantesco, che si disse per sette pollici discendere dalla poplitea alla ricorrente tibiale posteriore. Delle articolari inferiori, l'interna assai sviluppata sulla tuberosità della tibia facea una rete di rami più grossi del tronco, i quali concorrendo al circolo della rotella si univano colle altre articolari, in ispecie la superiore interna e la ricorrente tibiale posteriore: l'articolare inferiore esterna, ancora più grande sull'orlo posteriore del condilo esterno, dava due rami all'articolare superiore esterna e due rami per la ricorrente tibiale posteriore; e poi colla continuazione di questi rami sboccava nel circolo della rotella.

L'estremità inferiore della poplitea avea calibro naturale e si biforcava nelle due tibiali, parimente di grandezza naturale, ed alimentate ciascuna dalla poplitea e dalla propria ricorrente. La tibiale anteriore aveva due ricorrenti; una posteriore più grossa, che riceveva il vaso discendente entro il nervo peroneo, e tre belle diramazioni posteriori dell'articolare inferiore esterna: l'altra ricorrente anteriore più piccola, divisa in quattro rami sulla faccia anteriore esterna della tuberosità della tibia, faceva molteplici anastomosi colla stessa articolare inferiore esterna. La tibiale posteriore aveva una sola ricorrente grossissima, la quale sul margine interno dello stinco della tibia biforcata, col ramo inferiore congiungevasi al ramo più grosso del grosso ramo popliteo anonimo, e coll'altro ramo suddiviso teneva branche di comunicazione colle articolari inferiori ed il circolo della rotella. Questo circolo della rotella era rappresentato da una rete amplissima arteriosa, disposta circolarmente all'osso sopra e sotto il tendine del muscolo quadricipite ed il legamento rotolo-tibiale e risultava dal convegno delle ultime diramazioni della circonflessa esterna, dei due rami poplitei interni anonimi, delle quattro articolari e delle ricorrenti tibiali. Tale era la disposizione del sistema anastomotico delle arterie della coscia in giro al tronco centrale obliterato.

Essendo la femorale superficiale ostrutta nei due punti summentovati, il sistema delle anastomosi laterali s'annodava in due gruppi o circoli distinti

intorno ai medesimi. Il primo circolo superiore periferico al luogo operato della femorale si faceva fra i tre rami del moncone superiore, alcuni rami della circonflessa esterna e le principali diramazioni delle perforanti coi primi cinque rami del moncone mediano, compresovi il ramo grande anastomotico popliteo: le quali diramazioni superiori ed inferiori, accorrenti e ricorrenti in seno ai principali muscoli della coscia suddivisi, intessevano una rete periferica di circa trenta archi anastomotici, del lume ciascuno di uno a tre millimetri, per la quale il sangue con breve giro guadagnava l'alveo centrale della poplitea, le conservava la cavità e grandezza naturale, e probabilmente ancora restituivale una parte del battito. Il secondo circolo anastomotico intorno il punto obliterato dell'aneurisma teneva il ginocchio girando intorno ai condili ed alla rotella, ed aveva per radici al di sopra le estreme diramazioni della circonflessa esterna, tre rami poplitei anonimi molto allargati e le due articolari superiori; inferiormente le articolari inferiori e le ricorrenti tibiali rese gigantesche: queste diramazioni decomponendosi intessevano una seconda rete di venti a venticinque archi anastomotici, del calibro di due a quattro millimetri cadauno; pei quali archi il sangue, che per l'obliterazione dell'arteria aneurismatica al di sotto era impedito di proseguire, traboccando nuovamente dalla poplitea nei rami periferici al ginocchio raggiungeva l'ultima estremità della stessa poplitea al di là dell'aneurisma per seguire da poi il suo cammino naturale alla gamba. Però i due circoli anastomotici quivi accennati non erano affatto isolati l'un l'altro, avvegnachè la circonflessa esterna sul lato esterno della coscia nel lungo suo cammino dava al terzo inferiore dei rami ampliati al grande anastomotico popliteo pel circolo superiore; e poi sul tendine del muscolo quadricipite terminava con parecchie diramazioni grossissime nelle articolari superiori pel circolo inferiore.

In tal guisa il sangue che sul lato esterno dell'arto usciva dall'alveo centrale alla biforcazione della femorale comune, veniva successivamente filando pei quattro anelli anastomotici della circonflessa esterna, delle articolari esterne superiore ed inferiore e della ricorrente tibiale anteriore prima di rientrare negli alvei centrali della gamba. Sul lato interno e posteriore pei rami femoro-poplitei, esso a dirittura affluiva nel tronco della poplitea; da dove per le tre anella anastomotiche dei rami poplitei anonimi, articolari interni superiore ed inferiore e della ricorrente tibiale posteriore, raggiungeva la stessa meta.

Conchiudendo, i fatti più importanti per la scienza somministrati da questo pezzo sono: 1.° la perfetta obliterazione dell'aneurisma non ostante la permeabilità ed interezza di calibro del moncone mediano della poplitea, che rese quest'ultimo nuovamente centro della circolazione della coscia, come argomento

comprovante, che la dilatazione del primo circolo anastomotico ha dovuto farsi posteriormente alla chiusura del tumore per mezzo del coagulo; — 2.° la genesi di nuove anastomosi dirette nella matrice dei grumi interni dell'arteria obliterata, fatto nuovo, non ancora osservato, per quanto mi consta, nella patologia dell'uomo; — 3.° la conversione dei nervi peroneo e tibiale in semplici guaine dei grossi archi anastomotici che racchiudevano: dal quale stato di atrofia dei nervi assai probabilmente procedettero l'atrofia e la debolezza superstite dell'arto operato in onta al grande sviluppo del sistema anastomotico del medesimo; — 4.° il numero delle anastomosi indirette, molto superiore in questo, che negli altri pezzi analoghi fino ad ora pubblicati: il che viene in appoggio di una proposizione da me altrove motivata, che al confronto colla ricchezza del sistema anastomotico, che negli animali si costituisce in seguito alla legatura delle arterie centrali delle membra, la povertà ed insufficienza dello stesso sistema, quale è stato rappresentato e descritto nei pezzi patologici dell'uomo, debba essere in buona parte illusoria per difetto di materia injettata e di preparazione.

## DESCRIZIONE DELLA TAVOLA.

Questa tavola presenta due sezioni dell'arteria femorale esterna di Domenico Magaroti, allacciata da 22 anni.

Fig. I. Sezione dell'arteria operata con un vaso anastomotico diretto.

*a* moncone superiore pervio fino all'estremità e ripieno della cera injettata.

*b* moncone inferiore spaccato con un trombo cilindrico di otto linee nel mezzo.

*c* bendello legamentoso intermedio ai monconi.

*d d* vaso anastomotico nuovo, il quale discendendo dall'ultimo ramo laterale interno del moncone superiore penetra l'apice del moncone inferiore; scorre entro il trombo, e poi in basso sortendo finisce ad inoscularsi all'orificio interno del primo ramo laterale interno dello stesso moncone inferiore.

Fig. II. Sezione dell'arteria poplitea e dell'aneurisma con un vaso anastomotico nuovo interno.

*a a* cilindro fibroso superstite all'aneurisma, spaccato, del diametro di cinque e della lunghezza di dodici linee.

*b* trombo interno, il quale pel tratto di dieci linee ostruiva la poplitea appena al di sopra del cilindro dell'aneurisma.

*c c* vaso anastomotico interno nuovo, il quale, sepolto entro il trombo *b*, superiormente si apriva nel lume della poplitea, inferiormente abbandonato il trombo si ripiegava all'indietro e veniva ad inoscularsi all'orificio interno dell'articolare superiore esterna.

*d* arteria articolare superiore esterna.

fig 1

fig 2

B. Compere dir.

F. Villeroy m

# DELL'USO CUI ERANO DESTINATI I VETRI

## CON EPIGRAFI CUFICHE,

E

## DELLA ORIGINE, ESTENSIONE E DURATA DI ESSO.

Memoria

DI

CARLO OTTAVIO CASTIGLIONI.

Il consenso delle nazioni nell'attribuire ai metalli nobili ed al rame e suoi composti la rappresentazione del valore, e nel renderli così il mezzo universale di cambio delle merci, è uno dei fenomeni che maggiormente si meritano le meditazioni del filosofo intento ad indagare, se una tale rappresentazione sia una quasi necessaria conseguenza dello stato di civiltà, e della attitudine a tal uopo dei mentovati metalli derivante dallo splendore, durevolezza, indestruttibilità, e divisibilità di essi; o se piuttosto tale rappresentazione introdottasi per ispeciali circostanze presso qualcheduna delle antiche nazioni, siasi di là propagata presso tutte le altre. Ove consideriamo che l'impero del Perù, forse sopra ogni altro ricco in metalli preziosi, raggiunse un tal quale grado di civiltà senza che attribuisse ai metalli stessi e, quel che è più, a nessun'altra materia il valore di moneta (1), ne saremo indotti a sospettare la seconda ipotesi essere più probabile che non la prima. D'altra parte però, se andremo

(1) Sebbene i Peruani avessero un sistema d'imposte e di dogane, pure non avevano moneta di sorta, nè materia di cambio universale. Le imposte si pagavano da essi col lavoro, le gabelle con una parte aliquota della merce (V. Garcilasso de Vega, *Hist. des Yncas*, lib. V, cap. VII. — *Della conquista del Perù*, Relazione d'un capitano spagnuolo nella Raccolta di Ramusio, tomo III, f.° 320 v.).

investigando i più antichi ricordi delle altre nazioni, ci si farà manifesto che il progresso della civiltà vi andava di mano in mano introducendo l'uso, siccome di merce universale, ora di un metallo ora di un altro, ora di materie che sotto certi rispetti partecipano delle prerogative dei metalli stessi; ma che l'uso promiscuo di quelli nel principio mentovati, quale è vigente oggidì, e la conseguente eliminazione di tutti gli altri, e così delle materie che ne hanno tenuto le veci, non si stabilì se non se allorquando l'allargato commercio andò ponendo successivamente in contatto le nazioni più recenti colle più anticamente incivilite (1). Così pure, anche dopo introdotto l'uso attuale delle monete metalliche, allorquando guerre od assedj, o peculiari circostanze di qualunque sorta ne privarono temporariamente una città od una contrada, vi si ebbe nuovamente ricorso a qualcheduna tra le materie che ne avevan tenuto il luogo nell'antichità, sia per conservatasi tradizione, sia piuttosto per parità di circostanze. Onde è a conchiudere, che i metalli ed alcune altre materie abbiano bensì in sè stessi una ragione sufficiente per cui vengano a preferenza scelti a rappresentare il valore, ma che l'attuale sistema che ne limita l'uso ai metalli da principio mentovati, siccome più atti a tale uopo (2), non si è stabilito

(1) Quello che ancora più evidentemente dimostra una tale ultima circostanza, si è che in Roma e nelle altre città del Lazio la prima moneta metallica fu di bronzo; che alla Cina lo fu di rame; che l'Egitto e le città greche, greco-sicule e greco-italiche incominciarono la monetazione dall'argento, mentre in vece le contrade dell'Asia occidentale l'incominciarono dall'oro. Più tardi Roma ebbe moneta d'argento, indi d'oro. Più tardi i Cinesi hanno attribuito all'argento il valore, ma non la forma di moneta, e l'oro è tuttavia per essi fra le merci preziose. Però, se dobbiamo credere a quello che riferisce De-Halde (*Descr. de la Chine*, tomo II, pag. 165), i Cinesi in epoca antichissima avrebbero fabbricato moneta d'oro, e lo stesso si raccoglierebbe dalle autorità citate da Biot (*Du syst. monét. des Chinois* nel *Jour. Asiat., mai* 1837, pag. 430-432); ma siccome lo stesso Biot dice altrove (pag. 422), che l'oro non fu mai ridotto in moneta alla Cina, così pare che egli pensi che gli autori cinesi diano il nome di moneta a un determinato peso d'oro. Sarebbe però sempre vero che anticamente l'oro vi avrebbe avuto il valore di moneta che non vi ha oggidì.

(2) Tali non sono infatti il ferro, lo stagno, il piombo, dei quali il primo presenta ostacoli insuperabili al conio e grandi alla fusione; gli altri due, a motivo della loro arrendevolezza, non sono atti a serbare le tracce dell'impronta. D'altra parte, questi tre metalli non sono dotati dell'apparente indestruttibilità dei metalli preziosi, venendo assai più facilmente di essi intaccati dalle sostanze colle quali sono posti a contatto. Dico apparente, perchè non intendo qui parlare della indestruttibilità chimica comune a tutti i metalli, risultamento negativo, noto solo alle età recenti, mercè la vanità dei tentativi, intesi a produrre i metalli col mezzo di altre sostanze. Monge (*L'art du monnoyage chez les Anciens* nelle *Mémoires de l'Acad. des Inscr.*, tomo IX, 1831, pag. 199) avendo osservato che tutte le monete antiche sono di bronzo, cioè di rame con lega di stagno, e che una tale lega non si trova d'ordinario in

se non se col lungo andare del commercio e col conseguitone consenso delle grandi nazioni.

In prova di che, omettendo di parlare delle valutazioni indicate col mezzo del valore degli animali più utili alla economia sia pastorizia sia agricola, valutazioni che presso gli Ebrei, presso gli Egizj, presso i Greci e presso i Romani sembrano avere preceduto la rappresentazione attribuita ai metalli, le conchiglie dette *cauris* sono tuttora la moneta corrente di assai contrade dell'Asia e dell'Affrica, e il furono nell'antichità in una estensione assai maggiore, compresavi anche la Cina, ove, in memoria di un tale fatto, conchiglia e

---

natura, ne inferì per simil modo che gli antichi preferissero il bronzo al rame onde ottenere una maggiore durata delle monete, perchè il bronzo è incomparabilmente meno soggetto alla ossidazione che non il rame. Tale ragionamento non mi pare però atto a persuaderci ove non portiamo le nostre indagini oltre la moneta; poichè veggiamo tuttodì che la moneta di rame non si ossida, mentre è in circolo, nè si consuma agevolmente, come avviene dello stagno e del piombo, ned è a credere che gli antichi pensassero a produrne la durata al di là di un tal limite. Se però osserveremo il fatto già altrove notato anche dallo stesso Mongez (*Encyclopèdie mèthod.*, articolo *Virole*), cioè che il bronzo suppliva presso gli antichi a tutti pressochè gli usi della vita civile, non solo in luogo del ferro, ma ben anche in luogo del rame che usiamo oggidì, dappoichè l'uso della stagnatura, non ignota agli antichi stessi (Plin., *Hist. natur.*, lib. XXXIV, § 17), fattosi più frequente, ci ha insegnato a meglio evitare gli inconvenienti della ossidazione, ne dedurremmo che gli antichi riducessero in moneta il bronzo, perchè desso era il metallo più adoperato nell'uso comune, in quel modo istesso che il rame essendo poscia stato sostituito al bronzo negli altri usi della vita, il fu pure nella moneta. I nomi poi che gli antichi davano a questi metalli messi a paragone con quelli usati dai moderni, ci porgono evidente conferma di un tal fatto. Χαλκὸς ed *æs* erano indistintamente nomi collettivi del bronzo o del rame, onde χαλκοῦς era la moneta di bronzo, e le poche nozioni forniteci da Plinio (lib. XXXIV, § 20) ci mostrano come il rame e tutti i suoi composti fossero compresi sotto il nome di *æs*. Dall'*æramen* dei Latini, voce derivata da *æs*, provengono il nome italiano e lo spagnuolo del rame, mentre i Francesi ne hanno derivato quello del bronzo, ed essi poi, siccome pure i Tedeschi e gl'Inglesi, derivano il nome del rame da Cipro ove ne erano le antiche miniere, onde *æs cyprium* era detto il rame in rosetta. Il nome poi di bronzo (*brass* in inglese) di cui usiamo oggidì, viene da una radice germanica introdottasi nel medio evo, mentre si fece *brandusium* dal verbo *brennen*, bruciare, fondere, cioè *metallo che ha subito l'azione del fuoco* (Vedi il documento riportato dal Muratori, *Antiq. medii ævi*, Diss. XXIV, pag. 566, ove altresì *brandla silver* è *argentum igne probatum*.). Da tutto questo appare che la distinzione fra il rame ed il bronzo, trascurata affatto dagli antichi, almeno quanto agli usi della vita civile cui impiegavano pressochè esclusivamente il bronzo, fu più generalmente osservata di mano in mano che resasi più facile, e perciò stesso più frequente la stagnatura, si ottennero col rame puro istromenti di minor peso, e quindi di minor prezzo che non erano quelli di bronzo.

ricchezza vengono tuttora indicate con uno stesso carattere (1). Così a Roma, se ne crediamo a Svetonio (2), ad un antico scrittore, *De rebus bellicis* (3), ed a Cedreno (4), la moneta di cuojo e di terra cotta avrebbe preceduto quella di bronzo, o fors'anche l'attribuito valore al bronzo. La stessa moneta di cuojo fu pure in uso a Cartagine ed a Sparta, almeno amendue questi fatti sono narrati dagli antichi (5). La moneta di stagno avea corso nel Senegal all'epoca dei viaggi di Cadamosto (6), e lo ha anche oggidì in alcune contrade della Penisola di là dal Gange e nelle Isole della Sonda (7). Così quella di piombo è usata pure nelle isole stesse (8). In altre contrade d'Oriente i grani dell'*Abrus precatorius* servono ad uguale uso. Per simil modo le barre di ferro erano l'ordinaria rappresentazione del valore nel commercio colle spiagge affricane lungo l'Atlantico in sul declinare del secolo scorso (9). In vece pezzi di ferro di

---

(1) Biot nel *Nouv. Journ. Asiat., mai* 1837, pag. 427. Nessuna materia, tranne i metalli, ebbe giammai un corso di moneta più esteso di questa. La sua valutazione attuale e le tracce di essa in tempi antichi attraversano l'antico continente dalla Cina al Senegal: « Il paraît que les coquilles blanches appellées cowris ont été et sont peut-être encore en usage comme monnoye dans les provinces limitrophes du royaume d'Ava, particulièrement dans celle de Yunnan »; Davis, *La Chine*, tomo II, pag. 304. Vedi anche per l'uso di esse come moneta nelle varie contrade d'Asia e d'Affrica: Du-Halde, *Description de la Chine*, tomo II, pag. 165; Makrisi, *Hist. Mon. Arab.*, edente Tychsen, pag. 103; Cadamosto nella Raccolta di Ramusio, tomo I, f.° 100 v, e 177; Mungo Park, *Travels;* Renaudot, *Anciennes relations etc.* Gli estratti dei Viaggi di Ibn-Batouta di Du-Laurier, nel *Journ. Asiat., février*, 1847, pag. 105, 117 e 118; Marco Polo, lib. II, cap. 8 e 39; Tychsen, *Introd. in rem num. muhamm.*, pag. 223; De Sacy, *Chrestomathie arabe*, tomo II, pag. 471; Tavernier, *Voyages*, tomo II, pag. 16.

(2) Apud Suidam, voce Ἀσσάριον.

(3) Pubblicato in fine della *Notitia utraque cum occidentis, tum orientis, etc.*, edizione di Basilea, Frobenius, 1552.

(4) Tom. I, pag. 118, edit. Veneta. Dal primo o dal terzo di questi scrittori prese Baudelot la notizia di un tale fatto, alterandone però qualche circostanza (*Réflexions sur les deux plus anciennes médailles romaines*, pag. 4). Onde non so come Raoul Rochette nei suoi articoli sull'*Es grave* dei PP. Marchi e Tessieri dica ignorare la fonte onde attingesse lo stesso Baudelot. Vedi *Journal des Savans, novembre* 1840.

(5) Il primo dall'autore dell'*Eryxias* falsamente attribuito a Platone e da Aristide, *Orat. platon.*, II. Il secondo da Seneca, *De benef.*, lib. V, cap. 14.

(6) Nella Raccolta di Ramusio, tomo I, f.° 102 v.

(7) Vedi Lodovico Bartema nella stessa Raccolta, tomo I, f.° 166 v, lib. VI, cap. 18.

(8) Al Gabinetto Numismatico di Milano havvi una simile moneta forata come le cinesi, col nome di un Sultano, *Abu'lmaali*, in caratteri arabi; vedi anche Fraehn, *Recensio*, pag. 555, e il Catalogo di Welzel.

(9) Vedi Beccaria, *Elementi di economia pubblica*, tomo II. pag. 12; Zurla, *I Viaggi di Marco Polo*, ec., tomo II, pag. 129.

determinata forma, unitamente ad anelli d'oro, sono la moneta corrente di alcune regioni vicine alla Nubia, quando in altre contrade più interiori dell'Affrica la polvere d'oro supplisce agli stessi usi, siccome la polvere stessa rinchiusa in penne di determinata grandezza unitamente a grani di cacao vi supplì un tempo al Messico (1). Del pari, in alcune contrade di Affrica tengono vece di moneta le così dette contarie, o globetti di vetro (2), delle quali sono sì fattamente vaghe le popolazioni selvagge, che desse formano parte considerevole del loro commercio (3), parte esercitata un tempo dalla sola Venezia che ora ne divide i lucri con alcune città di Germania e d'Olanda.

Infine, nel secondo degli indicati modi, cioè a supplire alla accidentale mancanza dei metalli preziosi e del rame, od anche ad eliminarne l'uso, ebbero nuovamente valore in casi di assedio od in peculiari circostanze le monete di cuojo improntate, di che la storia ci fornisce più esempj che troppo lungo sarebbe annoverare, onde mi accontenterò solo di aggiungere che anche la numismatica orientale non ne è sprovvista, trovandosene quattro in questo Museo del chiarissimo professore Palagi (4). A questa classe appartennero pure le

---

(1) Cortes, Seconda relazione nella Raccolta di Ramusio, tom. II, f.° 197 v.

(2) Il Periplo del Mare Eritreo (Vedi *Geogr. Min.*, tom. I) ci fa conoscere quanto sia antico un tale commercio che in allora esercitavasi dall'Egitto coll'Arabia. Anche dagli scrittori arabi appare quanto ivi fossero in uso avanti Maometto pei vezzi delle donne tali globetti di vetro che si traevano da Safar nell'Yemen, ove erano portati da Alessandria. Vedi gli Estratti dell'Aghani di Abu'lfaragi, presso Poujoulat Bapt. (*Voyages dans l'Asie Mineure, etc.*). Non senza ragione hanno creduto gli scrittori veneti che il nome di contarie che portano presso di noi derivi dal verbo *contare*, in significazione di valere, avere prezzo, e che equivalga a *contante*, e ciò perchè nelle contrade vicine al Mar Rosso hanno valore di moneta. Vedi Bossolin: *Guida alle fabbriche vetrarie di Murano*, pag. 32; Minutoli, *Ueber die Anfertigung, und die Nutzanwendung der färbigen Gläser*, § 22; Valentia, *Travels*, tomo II, pag. 71; Bruce, *Travels*, lib. I, cap. 7; Filiasi, *Ricerche storico-critiche sulla Laguna veneta*, pag. 140 e 188.

(3) Le notizie raccolte dai militari francesi in Algeri intorno alle popolazioni poste in vicinanza al deserto di Sahara, ci fanno scorgere quanto una tal merce sia tuttora ricercata in quelle contrade. Vedi *Sahara Algérien*. Così il viaggiatore Teofilo Lefebvre narra che le donne dei Gallas, nazione di negri mezzo selvaggia che abita nell'Abissinia e nelle contrade vicine, sono adornate con profusione di tali contarie sul collo, sulle braccia e sulla cintura. Vedi *Nouv. Ann. des Voyages*, 1847, *janvier et février*, pag. 254.

(4) Due di questi cuoj hanno la seguente impronta ΣΟ الاف فزيل مثار *segnale di cuojo della rossa* (moneta) 48 (Vedi la Tavola III, A.). L'ي servile in فزيل e così il ف isolato nell'ultima parola sono errori di ortografia non infrequenti nei monumenti dei Turchi, ai quali la prima voce che è turca ci indica spettare questa moneta obsidionale. Se poi per *rossa* si intenda la moneta d'oro cui questo segno equivalesse, con significato indicato da Hindoglu (*Dict. turc* V. قزل), o quella di rame cui gli Arabi chiamano فلس احمر *quattrino rosso*, può

monete di ferro che il rigido legislatore di Sparta introdusse a togliere i suoi concittadini dal contatto dei metalli preziosi, o piuttosto dalle conseguenze di esso. Vi appartenne quello stagno che al dire di Aristotile (1) e di Polluce (2) Dionisio tiranno di Siracusa effigiò in moneta. Vi appartiene il platino che la Russia ha monetato e messo in circolo, ma che non è accettato fuori di quell'impero. Vi appartiene pure in fatto, checchè siasi detto in contrario da alcuni scrittori di economia politica, la carta monetata, sottile trovato dei Cinesi e fors'anco dei nostri padri (3): che se voglia pure riguardarsi come un documento di credito, viene, ove abbia corso obbligatorio, ad essere nel fatto un surrogato della moneta metallica.

---

essere incerto. La cifra 45 è forse relativa alla data dell'Egira, omesse le centinaja. Un altro di questi cuoj ha il nome di محمد *Mohammed* disposto in forma di cerchio, con qualche altra lettera affatto abrasa. Olao Gherardo Tychsen (*Introd. in rem num. muhamm.*, pag. 186) accenna pure a monete turche di cuojo di Solimano II. Infine, nel Gulistan di Saadi è fatta menzione di monete persiane di eguale materia.

(1) *Economicus.*

(2) *Onomasticon.*

(3) Le scoperte dei moderni ci hanno fatto conoscere che molte delle invenzioni state attribuite agli Europei derivano in vece dalla Cina, donde penetrarono inosservate in Europa, sia per mezzo delle relazioni di commercio apertesi nei secoli di mezzo fra quell'antico impero e gli Arabi, indi colle repubbliche d'Italia, sia più tardi ancora per quella comunicazione che l'immensa, sebbene effimera, estensione dell'impero dei Mogoli, aprì fra l'Occidente e l'ultimo Oriente. Quando consideriamo che la carta monetata fu inventata alla Cina sino dal secolo IX (Biot, *Sur le système monèt. des Chinois* nel *Journal Asiatique, août* 1837, pag. 128), che vi ebbe corso per più secoli, che di là durante appunto la dominazione mogolica fu introdotta, sebbene per poco tempo, e con esito infelice nella Persia, saremmo tentati di credere con Langlès (*Dissert. sur les papiers monnaie des Orientaux, Mém. de Littér. de l'Institt.*, anno XI, tomo IV) che questa invenzione di tanta utilità, ma insieme di tanto facile abuso, ne sia stata come tante altre di là introdotta presso di noi. Consideriamo però d'altra parte che la Repubblica di Milano diede corso forzato alle sue carte di debito sino dall'anno 1240 (vedi Corio, *Storia di Milano*). Osserviamo inoltre, che il banco pubblico già introdotto in Venezia sino dal secolo XII, mercè di un prestito forzato, e chiamato in allora Camera degli imprestiti, vi aveva probabilmente già dato origine alla circolazione delle carte di pubblico debito (vedi Mars, *Storia del Commercio dei Veneziani*, tomo VI, pag. 248 e segg.): che in Milano, e così in Venezia, si diede corso alle carte di debito liquidato, e che in vece alla Cina si emisero carte da rimborsare a termine lontano. Osserviamo ancora che tutti questi fatti sono anteriori all'epoca in che la carta monetata fu introdotta dai Mogoli in Persia, ed anche a quella in cui i Polo padre e zio di Marco intrapresero i loro viaggi. Ciò considerato, verremo, credo, nell'opinione che allo stato attuale delle nostre cognizioni intorno a questo argomento non può aversi per dimostrato, e forse neppure per probabile, che tale invenzione ci venga dalla Cina.

Dopo di questi pochi cenni, relativi ai tanti esempj di materie che in diverse epoche ed in diverse circostanze servirono di moneta od anche furono foggiate in moneta, vedremo non esservi da meravigliare se essendosi rinvenuti vetri o paste di forma simile a quella delle monete stesse, ed improntate ora da una sola parte ed ora anche da amendue di epigrafi cufiche, ossiano antiche arabiche, come le più antiche monete degli Arabi, venissero senz'altra disamina collocate in questa classe; doveva altresì sembrare tanto più probabile che fossero monete, in quanto che, come abbiamo or ora veduto, il vetro fu antica materia di estesissimo commercio, e che inoltre in contrade poste a vicino contatto colle genti arabiche una merce di vetro tiene luogo di moneta corrente. Troviamo quindi che Wormio (1) sino dal secolo decimosettimo, e però innanzi che si fosse tentata l'interpretazione delle epigrafi di questi monumenti, riferisce essere state in Sicilia rinvenute monete di vetro. Allorchè poi sulla fine del secolo scorso lo studio dell'archeologia arabica, poco sino ad allora curata dai numismatici, si rese più comune, assai di tali monumenti vennero alla luce, specialmente per opera di Adler e di Assemani. Le epigrafi, le quali non contenevano d'ordinario se non se nomi e titoli di principi, pareano confermare la già concepita opinione, e sembrava pure confermarla il numero grande di essi, e così la pretesa mancanza della moneta di rame dell'epoca e della contrada cui spettano questi vetri, argomento che si volea convalidato dalla deficienza di tale metallo asserita dagli storici (2). Infine se ne trovò pure uno in cui era fatta non dubbia menzione della moneta, accompagnata però da altro vocabolo, sulla interpretazione del quale disputarono De Sacy, Ol. Gh. Tychsen ed Assemani, essendo finalmente nato il dubbio che fossero tessere destinate a certe distribuzioni, anzichè monete. Allorchè pubblicai, sono ora ventisette anni, le *Monete cufiche dell'I. R. Museo di Milano*, seguii io pure l'opinione più ovvia, che mi sembrava in allora anche la più probabile, la quale voleva questi vetri destinati a far le veci di moneta; ma non andò guari che l'esame dei diversi monumenti di questo genere sino ad allora conosciuti, mi persuase non essere dessi nè monete, nè tessere, ma bensì *pesi*, destinati a verificare il peso delle monete (3). Sebbene siano passati tanti anni, non credo che scrittore alcuno di archeologia siasi occupato daddovero nel discutere l'opinione da me in

(1) *Apud* Kilianum Stobæum, *Opuscula*, tomo II, pag. 210.

(2) Vedi Assemani, *Prospetto delle Letture della Sezione di Padova del C. R. Istituto*, 1816.

(3) *Osservazioni sull'opera intitolata Descrizione di alcune monete cufiche del Museo Mainoni*. Milano, 1821. pag. 15 = *Nuove Osservazioni sopra un plagio etc.*, ivi, 1822. pag. 25.

allora emessa (1); onde, avendo io avuto occasione dopo l'edizione di quei miei opuscoli di esaminare più centinaja di questi vetri o paste tuttora inediti, oltre alcune impronte di altri, non che quelli che furono editi dopo di quell'epoca, potei stabilire con tale fondamento l'opinione stessa da non lasciarvi più dubbio alcuno. Ho quindi creduto opportuno di riprendere una volta l'intralasciato argomento, riproducendo e rettificando, ove n'era d'uopo, quanto fu da me in allora esposto, ed aggiungendo poi i risultamenti delle mie ulteriori osservazioni.

Onde procedere con qualche ordine in questa disamina, ho incominciato dall'esporre gli argomenti pei quali è ormai dimostrato che questi monumenti sostennero appresso gli Arabi l'uso di pesi, ed a confutare le obbiezioni che sono state mosse o che potrebbero muoversi in contrario. Passerò quindi ad investigare sino a quale epoca ed in quali contrade siano stati in uso durante la dominazione islamitica, e onde derivi la straordinaria abbondanza ne' musei di quelli fabbricati in Egitto durante la dominazione stessa. Poi con ordine retrogrado al tempo mi metterò ad indagare se un tale uso abbia preceduto l'impero islamitico, ed in tal caso da quale nazione sia derivato.

Questa disamina ci farà strada ad investigare in quali contrade siasi più anticamente esercitata e perfezionata l'arte vetraria, e se tale indagine possa collegarsi coll'altra dell'uso primitivo del vetro per la verificazione del peso, non che per quello analogo delle misure di capacità. Quale sia stato il motivo per cui il vetro fosse scelto a tal fine, a preferenza di altre materie usate da diverse nazioni, ed a malgrado degli inconvenienti che sembra presentare. A questa indagine si verrà collegando, sebbene indirettamente, l'altra intorno al

---

(1) Veggo infatti che Stickel (*Handbuch zur morgenl. Müntzkunde*, Leipzig, 1848) chiama tuttora questi vetri *assegnati* o *monete obsidionali; Glassassignaten oder Hülfsmüntzen.* Il dotto Arri rapito da morte immatura alle scienze archeologiche (vedi *Atti di Torino,* tomo XXXIX) volle di più corroborare con nuovi argomenti l'opinione stessa. Con maggiore impegno si accinse alla stessa prova il barone Mortillaro, e fra gli altri argomenti citò pure un brano di Makrisi, riportato da De Sacy (*Chrestom. arabe,* tomo II, pag. 470), da cui, dice egli, risulta che gli Arabi usarono paste per moneta. Se si trattasse di paste, ossia vetri, l'argomento sarebbe di gran valore, ma ognuno può vedere che vi si tratta di pasta di farina, cioè di pane, che servì un tempo di moneta di conto a Bagdad, fatto singolare confermato dallo stesso Makrisi nella sua *Storia delle monete;* Pietrazewski poi (*Numi Mohammedani*), dopo di essersi dichiarato nella sua prefazione esitante intorno all'uso di questi vetri, finisce col formarne due classi, l'una di monete, l'altra di *assegnati,* senza però indicarci con quale criterio egli distingua l'una dall'altra classe. Però d'altra parte, da un cenno dato per incidenza da Fraehn (in una Memoria sulla città di Ukek letta all'Accademia di Pietroburgo ai 12 dicembre 1834), scorgo aveva quel principe dei numismatici orientali adottata la mia opinione.

modo col quale le nazioni che, convenendo colle altre intorno alla rappresentazione del valore attribuito ai metalli, non hanno però avuto moneta coniata in metalli nobili, vi supplissero per altra via.

Nel mio opuscolo sovra citato appoggiai specialmente la mia opinione a due di questi vetri. L'uno era stato pubblicato fra quelli del Museo Mainoni (1), e io vi leggeva in allora امر اسامه بن زيد بجبرز دينر واف. *Ha ordinato Asamah figlio di Zeid l'indicazione del dinar di giusto peso.* L'altro era stato edito da Assemani (2), e io vi leggeva مما امر به .... بن ... دينر واف, *per ordine di ... figlio di ... dinar di giusto peso.* Osservai doversi leggere in amendue واف *di giusto peso,* e non وافر, *abbondante*, come era stato letto nel primo seguendo la lezione stata proposta in quello che porta il nome di Obeidallah figlio di el Khabkhab, di cui ho già fatto cenno, siccome di quello intorno al quale scrissero De Sacy, Assemani ed Olao Gherardo Tychsen. La lezione erronea وافر, *abbondante*, era nata da un segno in forma di semicerchio che fu preso per la lettera ر, segno che non trovasi in questi due vetri. Confermai inoltre la mia lezione col mezzo di alcune fra le più antiche monete islamitiche conosciute, nelle quali leggesi la stessa voce واف che non vi era stata mai interpretata sino allora, mentre invece era stata creduta cifra numerica. Sarebbe ora superfluo più a lungo insistere sovra questo punto, ora che tanti altri vetri, come vedremo in appresso, sono venuti a confermare questa lezione (3).

---

(1) *Descrizione di alcune monete cufiche del Museo Mainoni,* Tavola II.ª, n.° 5.

(2) *Museo Naniano,* Parte II, n.° 110.

(3) Onde alcuno non creda che io voglia attribuirmi l'altrui, mi è necessità far osservare che il signor De-Saulcy, cui va di tanto debitrice la numismatica orientale, ha per isbaglio asserito che la lezione واف, *vaf,* sostituita alla erronea وافر, *vafir*, è dovuta a De Sacy, non a me, soggiungendo anzi: « On peut s'étonner de voir M.r Castiglioni ne pas reconnaitre sur les monnaies le mot واف que M.r De Sacy avait rencontré sur le verre d'Obeidallah » (*Nouv. Jour. Asiat., décembre* 1839, page 488). E pure lo stesso De Sacy aveva scritto: « Il est certain, comme l'a bien vu M.r Castiglioni, que le dernier mot est *vaf*, c'est-à-dire de juste poids, et non *vafir* » (*Journ. des Savans,* 1823, *mars*, pag. 139). Debbo però aggiungere che l'indicato equivoco può essere nato dalla circostanza che nell'accennare al mentovato vetro nella descrizione delle monete cufiche del Museo Milanese scrissi *di giusto peso,* quantunque così non si leggesse nel citato articolo di De Sacy, che interpretò *de fort poids,* e quantunque io non avessi ancora raggiunta la vera interpretazione della voce arabica. Il che come sia avvenuto non saprei dirlo dopo il decorso di tanti anni. Assai opportunamente però lo stesso De-Saulcy paragona la voce *vaf, di giusto peso,* colla greca καλὸν e colle arabe جايز طيب, delle quali a lui solo è dovuta la felice interpretazione, dimostrando egli che tutte queste voci si riferiscono alla moneta, quasi per autenticarne il valore. A proposito poi dell'ultima tra le indicate voci osservo che جايزة indica altresì quell'aumento di stipendio che

Innanzi procedere debbo però qui rettificare quanto vi fu in allora di erroneo nelle mie lezioni. Circa al secondo di questi vetri mi venne alle mani, per acquisto fattone da questo I. R. Gabinetto Numismatico, l'esemplare del Museo Naniano di Assemani postillato di mano dell'autore, e vidi che egli era riuscito a leggervi: *Per ordine di Jakub figlio di Iskender.* Mi avvidi allora avere io errato nella lezione della voce *dinar*, perchè nel tipo affatto rozzamente disegnato, come il sono tutti in quell'opera, presi per tal voce le ultime lettere del nome *Iskender*. La lezione completa, aggiungendovi la voce وافى che è evidentissima, sarà dunque: *Per ordine di Jakub figlio di Iskender, di giusta misura.* Traduco *di giusta misura* e non *di giusto peso*, perchè paragonando questo vetro con quelli indicati ai numeri 23 e 24 del Catalogo che segue in fine a questo opuscolo, mi è risultato che questo vetro è, siccome quelli, un frammento del manico di un recipiente di capacità, e non un peso. La forma del rovescio e la frattura di esso lo mostrano evidentemente. Vedremo più avanti al numero 16 del detto Catalogo altro esempio della stessa voce arabica, applicata ivi pure alla misura e non al peso; ed infatti la significazione di essa essendo quella di *compimento, integrità*, può applicarsi egualmente all'uno ed all'altro caso. Così pure nelle antiche monete di rame questa voce sta isolata, e colà si riferisce alla moneta come qui alla misura. Quanto al primo degli indicati vetri non posso neppure più sostenere la lezione della voce مبرز da me in allora proposta. Egli è bensì vero che tal voce, la quale ha forma di participio, vale *edito, pubblicato*, e che prendendola in significato di sostantivo, come il consente l'indole della lingua araba che non pone, come le lingue europee, determinati confini fra gli adjettivi ed i sostantivi, potrebbe applicarsi alla notificazione del peso di pubblica autorità. Tutto questo però non m'impedisce di sostituirvi la lezione مبزن (per ميزان, giacchè l'omissione dell'elif servile è frequentissima negli antichi monumenti arabi). A togliere ogni dubbio sulla lezione di questa voce mi basti addurre un altro vetro pubblicato da Pietrazewski (1), in cui la voce stessa è evidentissima, e non manca neppure l'elif servile. Questa voce, la cui forma è detta dai grammatici arabi nome d'istromento, indica d'ordinario la bilancia, siccome istromento atto a pesare; ma non solo può, a norma della sua origine derivata da وزن *pesare*, indicare anche il campione

davasi ai soldati quando andavano alla guerra; e che inoltre la lezione di essa ha ora ottenuta una splendida conferma da una moneta senza figure edita da Pietrazewski (*Numi Mohamm.*, n.° 249), la quale null'altro contiene se non se il nome della città di Damasco e questa voce evidentissima, e dall'altra parte la solita frase sull'unità di Dio.

(1) *Numi Mohammedani.* Berolini, 1843, n.° 371. Vedi anche il Catalogo in fine di questa Memoria al n.° 2.

del peso, ma fu forse altresì usata nel diretto significato di peso da Makrisi, anzi da Maometto, ove disse الميزان كيل اهل مكة وفي رواية ميزان المدينة, *ogni peso dee regolarsi con quello della Mecca*, o come ha un'altra tradizione, *con quello di Medina* (1), ove, se d'ordinario si spiega ميزان per *bilancia*, il senso ammette, anzi esigerebbe meglio il significato diretto di *peso* (2). Checchè ne sia di questa ultima ipotesi, se ancora ci rimanesse dubbio sulla lezione e significato della voce indicata, questo sarebbe tolto dal confronto di altre due voci che occupano eguale posizione nei vetri, voci delle quali il significato non può essere incerto. L'una è وزن che leggesi in un vetro del Museo Palagi (3), e di cui verrà occasione di parlare nuovamente in appresso: وزن è nome d'azione della già citata radice verbale, e non significa nè può significare altro se non se *peso*. L'altra voce si è quella che fu letta متمان da Assemani nel vetro Naniano col nome di Obeidallah, di cui si è già fatta menzione. Dopo di avere esaminato il vetro stesso, e così più altri che contengono la stessa voce; dopo di avere veduto quanto facilmente le lettere mim e kaf possano essere scambiate nella scrittura cufica, ho finito col persuadermi che alla detta voce, sconosciuta nella sua forma nei lessici arabici, debba sostituirsi مثقال, nome d'istromento della radice ثقل sinonima di وزن, e che, siccome quella, significa *pesare* (4). La voce مثقال *mitcal*, usata in origine ad indicare peso in genere, come lo pruova il Corano (5), denotò poscia in ispecial modo il peso della moneta sì d'oro che d'argento (6) ويسمي المثقال دينارا والمثقال درهما. Più tardi divenne specialmente applicata al peso dell'oro, come lo è ancora oggidì non solo in Arabia, ma bensì in tutto l'Oriente maomettano. Ne segue che

(1) Makrisi, *Hist. mon. arab.*, pag. 6.

(2) Infatti la stessa voce è adoperata, con significazioni derivate per analogia, siccome quantità di misura e quindi per modulo o campione, sebbene in quest'ultimo significato sia ora trasportata ad indicare quelle voci che servono di norma alle forme grammaticali.

(3) Vedi in fine il Catalogo al n.° 12.

(4) Anzi De Sacy avea pensato doversi così leggere sul vetro Naniano, ma poi mutò d'avviso (*Mag. encycl.*, ivi), se non che sembra dalla relazione data da Assemani, *ici*, che di nuovo avesse adottata la lezione مثقال, *peso*, senza però che ne derivasse l'affatto ovvia conseguenza che il vetro stesso potesse essere un *peso*.

(5) Sura IV, 44: X, 62; XXXIV, 3 *et passim*.

(6) Makrisi, *ibi*, pag. 3. Forse lo scrittore arabo, come ha acutamente osservato Tychsen, ha voluto indicare che presso gli Arabi dell'Hedgiaz che non avevano moneta, ma contrattavano il metallo a peso, lo stesso peso si usava per l'oro e per l'argento. Ne risulta però sempre che la voce *mitcal* si applicasse al peso tanto dell'oro che dell'argento. Più chiaramente ancora dice che *mitcal* è nome generico di pesi Abu Mohammed figlio di Hazan presso lo stesso Makrisi, *De ponder.*, pag. 60. والمثقال لما له ثقل سوا كبر او صغر

le tre voci ميزان وزن مثقال che troviamo indistintamente usate in questi monumenti a designarne il nome, lo siano siccome perfettamente sinonimi ad indicare *peso,* appartenendo le prime due alla radice وزن, la terza alla radice ثقل, radici che ambe significano *pesare.*

Rettificate in questo modo le lezioni da me proposte in quei miei opuscoli, dirò che erano passati alcuni anni prima che altri di questi monumenti valevoli a chiarire l'argomento venissero alle mie mani, allorchè fui onorato da S. A. I. il Principe Vice-Re dell'incarico di ordinare due ricche collezioni di vetri e di monete cufiche che l'A. S., sollecita del progresso di ogni genere di utili studj, aveva incombenzato l'ora defunto Consigliere Acerbi di adunare per suo conto in Egitto, all'oggetto specialmente di chiarire l'uso di tali affatto singolari monumenti. Qualche anno di poi il Dottor Rüppell, avendo fatto dono al Museo di Francoforte, sua patria, di altra ricca collezione di questo genere, fu a me mandata onde la mettessi in ordine. Infine ebbi l'opportunità di vedere i vetri del già nominato Museo Palagi, che il dotto possessore mi lasciò a tutt'agio esaminare, oltre quelli del Museo già Borgiano, ora *De Propaganda Fide* in Roma, non che le impronte di altri del Museo imperiale di Vienna (1). Nel numero grande di tali vetri, aggiungendovi altresì tutti quelli che furono pubblicati in questo lungo decorso di anni, assai pochi portano epigrafi atte a dare qualche lume intorno alla destinazione di essi, la più parte non contenendo se non se nomi di principi, od indicazioni di epoche, ed alcuni sole leggende relative alla religione, ed a questa circostanza è da attribuire se gli archeologi rimasero sì a lungo incerti intorno all'uso di essi.

Dopo di avere dimostrato che le epigrafi di questi vetri ci indicano che sono pesi di monete, ci resta ora a verificare se il peso stesso corrisponda nel fatto alla indicazione che portano scritta (2). A tale uopo ho quindi raccolto nella seguente tabella tutti quelli che hanno chiara e non dubbia indicazione della moneta di cui esibiscono il peso, aggiungendovi quello di ognuno di essi (quando mi fu possibile ottenerlo) in grani di marco di Milano (3).

---

(1) Debbo qui attestare la mia riconoscenza al dotto signor Arneth, direttore di quell' insigne Museo, per l'opera che volle prestarmi in tale ricerca.

(2) In fine di questa Memoria si trova un Catalogo colla descrizione di tutti i vetri cufici qui appresso accennati, colle relative epoche e circostanze che ad ognuno di essi si riferiscono, non avendo io voluto interrompere il filo della dimostrazione con ricerche ad essa estranee.

(3) Ho usato del peso di marco di Milano, di cui l'oncia si divide in 24 denari, il denaro in 24 grani, il grano poi è 51 milligrammi del sistema decimale francese, e grani 0,96 di peso di marco di Parigi. I miei lavori preparati da molti anni, e così quanto ho pubblicato intorno ai pesi e monete antiche nelle *Monete cufiche del Museo Milanese,* essendo calcolati nel mentovato sistema, non ho creduto doverlo ora abbandonare.

*Pesi del dinar, ossia della moneta d'oro.*

1. Di Asamah figlio di Zeid (pubblicato nel già citato Museo Mainoni, ora trovasi nel Museo imperiale di Milano) . . . . . pesa grani 82
2. Di Haiah, figlio di Serig (pubblicato da Pietrazewski nell'opera già citata).
3. Di Abdolmelec, figlio di Jezid, nel Museo di S. A. I. . . . . pesa » 83
4. Del califfo Fatemida Hakem (Museo *De Propaganda Fide.*)
5. Dell'anno 414 dell'Egira (Museo di S. A. I.) . . . . . pesa » 84

*Pesi del mezzo dinar.*

6. Di Obeidallah, figlio di el Khabkhab (Museo Palagi) . . . . . pesa » 41
7. Del califfo Moctader (Museo di S. A. I.). . . . . pesa » 41

*Peso del dirhem, ossia moneta d'argento.*

8. Di Hegiag, figlio di Jusuf (pubblicato da Pietrazewski).
9. Di . . . . . figlio di Telah (Museo di S. A. I.) . . . . . pesa » 41

*Pesi del fels, ossia moneta di rame di* 30 *kirath.*

10. Di Obeidallah, figlio di el Khabkhab (Museo di S. A. I.). . . . . pesa » 113
11. Del califfo Hakem (Museo di Francoforte). . . . . pesa » 117

*Peso del fels di* 18 *kirath.*

12. (Museo Palagi) . . . . . pesa » 69

*Peso del mezzo fels di* 15 *kirath.*

13. Di Obeidallah, figlio di el Khabkhab (Museo di S. A. I.). . . . . pesa » 58

*Peso di un fels di* 25 *kharube.*

14. (Museo di S. A. I.) . . . . . pesa » 100

*Peso di un fels di* 20 *kharube.*

15. Di Obeidallah, figlio di el Khabkhab (Museo Nani di Venezia). pesa » 77

Ho già avuto occasione di osservare che il nome ed il peso della moneta d'oro degli Arabi in tutto si conformarono a quelle dei Romani (1). Le ulteriori indagini dei dotti ci hanno di poi fatto meglio conoscere l'origine di una tale conformità. Il commercio che il lusso di Roma manteneva, sebbene indirettamente, colle remote contrade dell'Oriente ne fece ivi note le monete per modo che, non solo i dominatori della Persia della stirpe dei Sassanidi regolavano la loro moneta d'oro sul peso di quella di Roma (2), ma che i monarchi stessi delle

(1) *Monete Cufiche dell'I. R. Museo di Milano,* pag. LXI e segg.

(2) È dovuta al dotto Adriano De-Longpérier la cognizione d'un tal fatto importante nella storia monetaria. Egli ha osservato che le monete d'oro di Sapor I eguagliano nel peso gli aurei contemporanei di Macrino di grani parigini 136, e così che quelle di Sapor III pesano

Indie ne adottarono il peso ed in parte anche i tipi sino dai primi tempi dell'Impero (1). Così il nome di *denarius*, più tardi usato dai Romani stessi ad indicare la moneta d'oro in luogo di quella d'argento, che aveva indicato nella sua origine (2), era già sino dal secolo sesto dell'E. V. passato nella lingua Sanskrit colla mutazione dell'*e* in *i* (*dinar*), che accusa, giusta l'osservazione di Jacquet, derivazione da Alessandria d'Egitto, il cui dialetto greco si fu quello che già anticamente introdusse tale variazione detta dai grammatici jotacismo (3). Per la stessa via gli Arabi lungo tempo avanti Maometto avevano ricevuto i nomi delle monete e dei pesi dai Greci e dai Romani, onde all'epoca in cui incominciarono a coniare moneta propria, adottarono il peso della moneta romana d'oro introdotta da Costantino, conservandole insieme il nome di *dinar*. Così ne imitarono la divisione in due, in tre (4) ed in quattro parti. Quest'ultima si fu, come ho già fatto osservare altrove, la più usitata presso gli Arabi di Sicilia e di Affrica. Essa portò presso di loro il nome di *robaj* ربع che vale *quarto* (5), ed appo i Siciliani quello di *tarì*, che credo derivato da τεταρτερὶν (6). Ed infatti il tarì è sempre stato riputato il quarto del soldo d'oro (7), e sebbene assai mutato dall'antico valore, si chiama tuttora *rbnajjä*, cioè quarto (8), dai Maltesi.

---

come i soldi d'oro di Teodosio, cioè grani parigini 81, che sono di Milano 84 $^1/_2$, peso ordinario dei soldi di mediocre conservazione (vedi *Essai sur les médailles des Rois Perses de la dynastie Sassanide*). Da ciò appare che le monete d'oro persiane dette *Sinka*, delle quali ho fatto cenno nelle Osservazioni preliminari alle *Monete Cufiche del Museo di Milano*, pag. CXXVII, sulle autorità della Geografia attribuita ad Ebn Haukal, e degli Atti dei Martiri orientali, sono la metà delle qui accennate.

(1) Raoul Rochette, *Notice sur quelques médailles grecques de la Bactriane et de l'Inde.*

(2) Vedi *Monete Cufiche*, ec., pag. LXI.

(3) Jacquet nel *Nouv. Journal Asiat., septembre* 1840. Il commercio dell'Egitto colle Indie si faceva anticamente, come ha dimostrato Gossellin (*La Geographie des Grecs analysée*), per l'intermedio degli Arabi, trasportandosi le merci attraverso la penisola, mentre i navigatori non osavano avventurarsi in alto mare oltre il Capo Guardafui.

(4) Marsden, *Numism. Orient.*, Parte I, n.° VII.

(5) Quatremère, *Mémoires sur l'Égypte*, tomo II, pag. 297. Vedi anche Makrisi, *Descriz. dell'Egitto* nell'Estratto di De Sacy, *Mag. encycl. 3.e année*, tomo I, 1797, pag. 67.

(6) Erroneamente lo si volle in vece derivato da *dirhem* che non fu mai moneta d'oro, ma bensì d'argento. Vedi *Journ. Asiat.*, 1846 *mars*, pag. 240.

(7) Vedi Fusco, *Dissert. su di una moneta del re Ruggieri detta Ducato*, pag. 4.

(8) Vedi Vassalli, *Lexicon Melitense.* — Egli è però vero che Cedreno vuole che Niceforo l'oca fosse il primo a coniare i quarti di soldo d'oro, alterandone il valore, e che ne' musei non so che si conoscano di tali monete romane, mentre in vece le arabiche risalgono ad un'epoca anteriore al regno del nominato imperatore bizantino. In vece i terzi della moneta d'oro, detti *tremessi*, sono frequentissimi nelle serie romane, mentre quello qui sopra citato, edito da Marsden, è il solo arabico che io conosca.

In pruova di tutto questo ho già fatto osservare che come i tanti denari d'oro romani posteriori a Costantino stati esplorati dagli scrittori di numismatica, e così quelli che ho avuto occasione di pesare io stesso, non raggiungono quasi mai il limite di grani 90 di marco milanesi, e gli spezzati in proporzione; così lo stesso avviene del dinar degli Arabi e suoi spezzati per nulla meno di quattro interi secoli dall'origine della moneta arabica sino al principio del secolo sesto dell'Egira. Le tante monete d'oro che ho potuto esaminare dopo quel primo mio lavoro hanno tutte confermato il già esposto fatto (1). D'altra parte, le indagini dei dotti sulle misure e sui pesi degli antichi hanno da quell'epoca in poi tentato di più precisamente determinare il peso della libbra romana. Dureau de la Malle (2) lo deduce da tre dati: 1.° dal peso della moneta d'oro confrontato col numero che se ne tagliava a diverse epoche per ogni libbra; — 2.° dal peso della moneta d'argento col corrispondente simile ragguaglio del numero che se ne tagliava per libbra; — 3.° dal dato fornitoci dagli antichi intorno al peso di un sestario e di un quadrantale di liquido, di cui gli antichi stessi ci accennano le dimensioni (3). Questo terzo dato importerebbe per la

(1) Una nuova conferma ne porge il fatto rapportato da Amari nelle sue note al Viaggio di Ebn Giobair fornitogli da Longpérier che i denari d'oro degli Almoadi pesano grammi 4. 78, cioè circa grani 90 ¼ mil. (Vedi *Journ. Asiat.*, *mars* 1846, pag. 241). Non posso però omettere di far osservare che un denaro d'oro di Alì figlio di Ikhseid dell'anno 354 dell'egira, coniato in Falastin (Gerusalemme), stato di recente acquistato pell'I. R. Gabinetto Numismatico (Vedi la Tavola III, B, ed il Catalogo in fine), pesa grani milanesi 96. Ma tutti gli altri coniati e prima e dopo di esso sono ben lungi da tale peso e non sorpassano mai la norma indicata. Siccome poi ho avuto occasione di esaminarne un numero grandissimo di ogni epoca, così conviene supporre che l'anomalia presentata dal sovra indicato dipenda da un aumento introdotto nel peso della moneta dai principi Ikhsciditi che non abbia durato oltre la breve vita di quella dinastia.

(2) Nel tomo XII delle *Mémoires de l'Acad. des Inscr.*, 1836, Parte II, pag. 295.

(3) Si è dubitato dagli antiquarj se il liquido col quale verificare il peso del sestario sia il vino, alla cui misura esso doveva servire, o non anzi l'acqua, mentre l'autore dei versi attribuiti a Remmio Fannio dice: *Nam libræ ut memorant bessem sextarius addit. — Seu puros pendas latices seu dona Lyæi.* Nè per questo dobbiamo inferirne che gli antichi non avessero osservata la differenza nel peso specifico tra l'acqua e il vino, che anzi i versi di questo scrittore ci fanno scorgere come egli conoscesse l'uso del pesa-liquori, assegnando anche con accuratezza la proporzione della gravità specifica dell'acqua a quella dell'olio e del mele. anzi avvertendoci che non tutte le acque hanno eguale peso, e così non tutti i vini. Se però porremo mente che nei paesi meridionali, la gravità specifica del vino è maggiore che non nelle contrade più settentrionali, e lo è tanto più ove non vi è l'uso di chiarificarlo, come vi è in Francia, ove fu mossa tale questione, vedremo che la gravità specifica dei due fluidi poteva dagli antichi tenersi per eguale senza notabile errore.

libbra romana il peso di grani parigini 6,122, mentre quelli derivati dalle monete importerebbero simili grani 6,140. Ora quest'ultimo ci darebbe per il peso del soldo d'oro grani parigini 85 $^1/_3$, cioè milanesi 88 $^{87}/_{100}$.

Ha poi osservato lo stesso Dureau de la Malle che i metodi usati dagli antichi dovevano di necessità esigere nella fabbricazione delle monete una tolleranza d'assai maggiore di quella che si usa oggidì. Avrò occasione nel seguito di questo opuscolo di dimostrare quanto sia giusta una tale osservazione, ed il risultamento delle indagini sul peso del sestario d'acqua qui sopra indicato sembra inoltre confermarlo. Osservo però d'altra parte che Dureau de la Malle ha fatto uso dell'acqua distillata, mentre gli antichi (come egli stesso osserva) avranno usato acqua di pioggia. Osservo inoltre che i *dinar* arabici e così i soldi d'oro romani raggiungono talvolta i grani 90 milanesi e di qualche cosa li sorpassano, e che il metodo seguito dallo stesso autore di non prendere a campione i più pesanti, ma un medio tra i meglio conservati, lo espone al pericolo di stare troppo basso nella valutazione a motivo della somma difficoltà che si trovino monete tanto antiche di giusto peso (1). Osservo pure che il dato dedotto dal peso di una quantità di fluido è assai soggetto ad errore, mentre solo $^1/_3$ di linea parigina in più od in meno nella misura del piede romano importa la differenza di grani 1 $^1/_2$ di marco milanese nel peso del soldo d'oro. Da tutti questi dati mi sembra potersi raccogliere che se il giusto peso del soldo d'oro non giungeva ai grani 90 milanesi, superava però gli 89. Ciò posto, se i numeri 1, 3 e 5 pesano grani 82, 83 e 84, se i numeri 6 e 7, pesi del mezzo dinar, pesano grani 41, essi sarebbero deficienti per ragguagliato di circa 7 per cento. Ora è certo che questi vetri sono rimasti sotterra per secoli, ed il colore e la superficie di essi resa scabra, attesta come siano stati intaccati dall'acido fluorico (2). Se osserveremo ancora che i dinar d'oro di media conservazione non giungono d'ordinario a sorpassare i grani 84, vedremo che il vetro ha subito nel volgere dei secoli una diminuzione appresso a poco eguale a quella dell'oro.

Passo ora ai numeri 8 e 9, che portano l'indicazione del *dirhem*, ossia della

(1) Onde arrecare il più possibile di dati di fatto a chiarire un argomento di tanto sottile indagine, aggiungerò qui i pesi dei soldi d'oro del Gabinetto Numismatico di Milano meglio conservati. Sono essi in grani di marco milanese: di Costanzo II, grani 88; di Gioviano, grani 86; di Valentiniano Seniore, grani 89; di Valentiniano Juniore, grani 89; di Onorio, grani 87 e 86; di Anastasio, grani 87, 86 e 85; di Giustino, grani 86; di Eraclio, grani 87, 87 e 86; di Costante II, grani 85.

(2) Quanto ad alcuni di quelli del Museo di S. A. I., il Consigliere Acerbi mi assicurò essere stati rinvenuti fra le rovine di una città d'Egitto.

moneta d'argento. Il primo ha inscritto il nome di Hegiag, ministro del califfo Abdolmelec, sotto il cui califfato fu introdotta la nuova monetazione presso gli Arabi (1). Di questo primo vetro ignorando io il peso, non posso sapere se corrisponda a quello del dirhem che era in corso avanti la nuova monetazione, od in vece se a quello introdotto dal mentovato califfo. Non è così del secondo vetro, il cui peso di grani 41 corrisponde in vece a quello che lo storico Makrisi ne accenna, siccome quello della moneta d'argento che correva presso gli Arabi avanti la nuova monetazione di Abdolmelec, moneta della *tabarieh*, sotto il qual nome è certo doversi intendere una moneta d'argento romana (2).

---

(1) Vedi Makrisi, *Hist. Mon. Arab.*, pag. 13.

(2) *Hist. Mon. Arab.*, pag. 2. *Conf. Monete Cufiche*, pag. LXX. — Ivi si può vedere che il peso del dirhem Tabarieh era appunto di grani milanesi 41. È pure stato osservato da Tychsen che il nome di Tabarieh sembra derivato o da Tiberiade ove era zecca al tempo di Eraclio (Vedi Cattaneo, *Lettera al signor Domenico Sestini*. Milano, 1814 = *Monete Cufiche*, pag. 317). o piuttosto dal nome dei due imperatori Tiberio Maurizio, e Tiberio Costantino, che aveano regnato poco tempo innanzi di Eraclio stesso. La seconda congettura si converte poco meno che in certezza quando si consideri con Ol. Gh. Tychsen che gli Arabi, siccome chiamarono Tabarieh la moneta d'argento, così dal nome di Eraclio chiamarono Heraclei, الهرقلة, i soldi d'oro romani (Makrisi, ivi, pag. 59 e pag. 71 nota). Assai difficile però, per non dire impossibile, riesce il mettere qui d'accordo l'asserzione dello scrittore arabo col sistema monetario dei Romani per l'argento e colle monete stesse. Quanto al primo si raccoglie dalle leggi e dagli scrittori che le monete romane erano l'una di un quarto d'oncia, cioè di sei scrupoli (Vedi *Chronicon Paschale*, pag. 38 all'anno 615 dell'E. V.), l'altra di un ottavo d'oncia, cioè il denaro dopo la diminuzione di esso, su di che non è discordia tra i numismatici; altra del quinto di un'oncia, cioè il migliarese, esso era la dodicesima parte del soldo d'oro, e questo valeva la quinta parte di una libbra d'argento; altra del decimo di un'oncia. cioè la siliqua che era la metà del migliarese, e che equivaleva al peso di una siliqua in oro, cioè alla ventiquattresima parte del soldo d'oro. Oltre questo migliarese vi era un altro migliarese detto anche λεπτόν perchè minore. Questo valeva silique 1 3/4, di modo che il soldo d'oro valeva 14 di questi migliaresi e mille di essi equivalevano ad una libbra d'oro. Infatti 72, che è il numero dei soldi d'oro compresi in una libbra, moltiplicato per 24, numero delle silique, dà 1728, che diviso per 1 3/4 dà 988, cioè prossimamente mille, e 14 per 72 dà 1008 (Vedi le glosse nomiche riportate da Petavio nelle sue note a Sant'Epifanio, tomo II, pagine 433 e 434). Applicando ora a questi dati il peso secondo la norma sopra stabilita del soldo d'oro di grani milanesi fra gli 89 ai 90, avremo l'oncia di simili grani fra 534 e 540. e quindi la moneta di un quarto d'oncia o sei scrupoli fra grani 133 1/2 e 135

Il denaro 1/8 d'oncia . . . . . » 66 3/4 » 67 1/2

Il migliarese 1/3 d'oncia . . . . . » 106 4/5 » 108

La siliqua 1/10 d'oncia . . . . . » 53 2/5 » 54

Il picciolo migliarese . . . . . » 92 — » 94 circa.

Tutte queste monete eccedono la misura assegnata dallo scrittore arabo, e nessuna serba con

Ci conviene adunque credere che questo vetro preceda la nuova monetazione arabica. Non giova poi alla verificazione dell'epoca il nome del magistrato che vi leggiamo, nome che è incerto, colla indicazione essere desso figlio di Telah, indicazione colla quale non mi è riuscito trovarlo fra quelli dei quali gli storici ci hanno conservata memoria.

Venendo ora all'esame dei pesi del *fels*, ossia moneta di rame, osservo: 1.° esser noto che la voce *kirath*, colla quale ne sono indicate le divisioni, è derivata dal greco *κεράτιον* siliqua, e che la voce *kharuba* ne è la traduzione araba (1). — 2.° Che i pesi stanno prossimamente in proporzione dei numeri delle kharube, o dei kirath esposti nelle leggende, avuto riguardo alla maggiore o minore conservazione dei vetri. — 3.° Che il peso indicato col nome di kirath o di kharuba non è però eguale alla siliqua romana, perchè la siliqua romana essendo $^1/_{24}$ del soldo d'oro, sarà non maggiore di grani $3\ ^3/_4$, mentre il peso N. 14 ci fa vedere che la kharuba era non minore di grani 4, e il numero 11 ci mostra che quando anche volessimo supporre il kirath diverso dalla kharuba, esso è non minore di grani $3\ ^9/_{10}$. Osservo d'altra parte che gli Arabi avevano già anticamente due sistemi differenti di pesi, l'uno detto della Mecca, l'altro di Medina; che mentre Makrisi dice in un luogo che il dinar constava di 24 kharube, dice altrove che era di 22 meno un habba (peso che trae il nome da un grano d'orzo). Ne inferisco quindi che l'uno dei sistemi seguiti dagli Arabi adottasse la siliqua romana, ma che l'altro, forse derivato dai Greci anteriori alla dominazione romana in Oriente (2), avesse una kharuba o kirath maggiore della siliqua romana. Ora Makrisi dice che il dinar pesava

---

essa tale proporzione che possa credersene la metà. Se poi dall'esame delle autorità delle leggi e degli scrittori passeremo a quello delle monete stesse, troveremo che, oltre alle qui sovra indicate, sulle quali per la poca differenza fra l'una e l'altra e per la rarissima conservazione perfetta nell'argento è assai difficile portare giudizio, altre pure ne erano in corso di minor peso che potrebbero corrispondere all'indicazione dello scrittore arabo, ma su di queste sono troppo deficienti i dati di fatto perchè possiamo portarne un sicuro giudizio, e tanto più dappoichè le monete d'argento, e specialmente le più minute dall'epoca dei figli di Teodosio in avanti, si vanno rendendo assai rare nella serie dell'impero orientale. Tanto mi basti avere accennato per chi amasse di più ingolfarsi in questa spinosa indagine facendo precedere più diligenti ricerche sulle monete di questo metallo nelle serie imperiali.

(1) In un trattato sui pesi e misure usati in Siria ed in Egitto è detto che Kharuba è il nome che dassi in Siria al Kirath (Vedi Casiri, *Bibl. Arab. Hisp. Escur.*, tomo I, pag. 281).

(2) Ha già osservato De Sacy nelle note a Makrisi (Vedi *Magaz. Encycl.*, 2.e année (1797), tomo VI, pag. 497) che il peso detto di Medina è altrove detto di Siria, ed è appunto probabile che derivasse da quella contrada ove prima dei Romani avevano a lungo dominato i Greci successori d'Alessandro.

22 kirath meno un habba, cioè meno $^1/_3$ di un kirath, il tutto del peso di Siria (1), cosicchè il kirath, ossia kharuba, sarà $^3/_{63}$ del peso del dinar, e supposto questo fra gli 89 e 90 grani, avremo

| VETRI | Peso reale. | Peso calcolato a gr. 89 il dinar. | Peso calcolato a gr. 90 il dinar. | Deficienza. Nel primo caso. | Deficienza. Nel secondo caso. |
|---|---|---|---|---|---|
| N. 10 di 30 kirath pesa. . . . . | grani 113 | 123 $\frac{30}{130}$ | 124 $\frac{80}{130}$ | 10 $\frac{30}{130}$ | 11 $\frac{80}{130}$ |
| » 11 » » » | » 117 | | | 6 $\frac{30}{130}$ | 7 $\frac{80}{130}$ |
| » 12 » 18 » | » 69 | 73 $\frac{122}{130}$ | 74 $\frac{100}{130}$ | 4 $\frac{122}{130}$ | 5 $\frac{100}{130}$ |
| » 13 » 15 » | » 58 | 61 $\frac{80}{130}$ | 62 $\frac{40}{130}$ | 3 $\frac{80}{130}$ | 4 $\frac{40}{130}$ |
| » 14 » 25 kharube supposte eguali ai kirath | » 100 | 102 $\frac{80}{130}$ | 103 $\frac{110}{130}$ | 2 $\frac{80}{130}$ | 3 $\frac{110}{130}$ |
| » 15 » 20 kharube (come sopra) . . . . . | » 77 | 82 $\frac{20}{130}$ | 83 $\frac{10}{130}$ | 5 $\frac{20}{130}$ | 6 $\frac{10}{130}$ |

Ma siccome il N. 10 è evidentemente mancante di un pezzetto, ed è appunto di grani 4 meno pesante del N. 11 che porta eguale indicazione, così possiamo omettere di considerarlo. Ciò fatto, ne risulterà che la deficienza negli altri pesi non è mai proporzionalmente ai pesi stessi maggiore, ma anzi costantemente minore che non nei già veduti pesi della moneta d'oro. Se poi istituiremo il seguente calcolo (omesso sempre di considerare il N. 10 per la suesposta ragione). come 108 numero di kirath, ossia kharube, compreso negli altri pesi, sta a 422, numero dei grani del peso complessivo di essi (aumentato di un'unità per tener conto delle frazioni di ognuno), così starà 21 e $^2/_3$ al quarto termine che ci rappresenterà il peso del dinar desunto dal complesso di questi pesi. desso risulterà di grani 84 e circa $^2/_3$, e quindi alquanto superiore al più conservato tra i pesi del dinar, ossia moneta d'oro, che ho indicati qui sopra ai Numeri 1. 3 e 5.

Oltre ai vetri qui indicati ve ne hanno colla sola leggenda solita delle antiche monete di rame, contenente la professione della credenza maomettana (2), onde non è improbabile che dessi pure appartengano alla classe dei pesi.

---

(1) Vedasi intorno all'interpretazione di questo brano di Makrisi la bella spiegazione di De Sacy nel *Magaz. Encycl.*, 2.e année (1797), tomo VI, pag. 497, n.e 15.

(2) Torremuzza, *Le antiche iscrizioni di Palermo*, pag. 10, *nota*, descrive un vetro coll'ordinaria professione maomettana. Un altro vetro nell'I. R. Museo di Vienna ha *Maometto è il legato di Dio, Alì è l'Amico di Dio*, professione religiosa dei Maomettani della setta d'Alì quali erano i califfi Fatemidi. Altro del Museo Trivulzio ha in vece la solita professione maomettana. Altro verdastro del Museo imperiale di Vienna ha *Nel nome di Dio, il mio padrone è Iddio* ربى الله (Vedi la Tavola I. 15 A.).

Infine ve ne ha altri colla leggenda الوفا لله, *a Dio è dovuta l'osservanza (della legge,* o forse piuttosto *della giusta misura,* o *del giusto peso).*

N. 16. Del Museo di S. A. I.

» 17. Del Museo di Francoforte, pesa grani 81 (1). Riferisce Makrisi che il califfo Abdallah, figlio di Zobeir, coniasse monete d'argento portanti sull'una delle loro facce la leggenda امر الله بالوفا والعدل, *Ordina Iddio l'osservanza e la giustizia;* monete con simili leggende furono descritte da Tychsen (2) e da Fraehn (3), ma queste sono in bronzo e di un'epoca assai posteriore a quella indicata dal mentovato scrittore, onde lo stesso Fraehn ebbe a sospettare che Makrisi avesse errato nell'attribuire una sì antica origine all'introduzione di una tale sentenza sulla moneta, mentre non si conoscono monete degli Arabi anteriori ad Abdolmelec, fuori di quelle coniate ad imitazione dei tipi dei Sassanidi. Avviene però in questo caso, come in tanti altri, che i monumenti di mano in mano venuti alla luce confermino la veracità dello scrittore arabo. Imperocchè Abou'lfaragi-Alì ben Hosain Isfahani, scrittore del quarto secolo dell'Egira, nel Kitab-al Aghami conferma che il califfo Abdallah ben Zobair facesse coniare in Medina monete d'argento dette وفيه; e Takieddin el Fassi, dice che tali monete pesavano come le monete persiane, cioè, dice egli, quanto un miteal d'oro (4). Non basta. Fra le monete colle quali il marchese Giorgio Trivulzio ha arricchito l'antico museo di sua famiglia, havvene una in rame colla figura del principe in piedi, siccome quelle di Abdolmelec (5), in cui da una parte leggesi nel campo il nome

---

(1) Il primo pesa grani 88, ma ometto di considerarne il peso perchè la forma del suo rovescio e la sua frattura affatto simile a quella del n.° 23 del Catalogo in fine della presente Memoria e così a quella del vetro edito da Assemani. *Museo Cufico Naniano,* Parte II, n.° CX, di cui ho fatto cenno di sopra, pag. 69, mi rendono certo che questo picciolo vetro sia come quelli un frammento del manico di un vaso destinato all'uso di misura di capacità.

(2) *Introd in rem num. muhamm.* pag. 139.

(3) *Sammlung kleiner Abhandlungen, s.* 133.

(4) Vedi Quatremère nel *Nouv. Journ. Asiat., dec.* 1838, pag. 320. Si potrebbe anche credere che la voce وفية. *vafié,* facesse allusione alla leggenda introdottavi, al dire di Makrisi, se lo stesso scrittore non dicesse altrove che il *dirhem* dei Persiani anteriore all'*islam* si chiamava così dagli Arabi, cioè di *giusto peso, intero,* forse per opposizione al Tabarieh, che valeva la metà. Onde, anzichè credere che la leggenda impressa sulla moneta d'argento desse il nome alla moneta stessa, dobbiamo piuttosto supporre che la leggenda vi fosse posta per fare allusione alla moneta anteriormente in corso, di cui adequava il peso, quando non vogliamo invece supporre che lo storico desse in anticipazione il nome di *vafié* alle monete persiane, perchè eguali in peso a quelle poi emesse dal Califfo Abdallah con tale leggenda.

(5) Vedi *Monete Cufiche,* n.° LVIII e segg.

della città di معرة Moarra in Siria (1) e dall'altra . . . امر الله *Ordina Iddio* . . . Il resto della leggenda è abraso, ma basta per darci un altro almeno probabile indizio della veracità di Makrisi, poichè la moneta è affatto simile a quella di Abdolmelec che regnò poco dopo il mentovato Abdallah. Egli è bensì vero che la Siria, ove fu coniata questa moneta, non riconobbe mai l'autorità di questo principe, ma la moneta pruova però l'antichità dell'introduzione della leggenda. Infine la leggenda del vetro qui sopra descritto al N. 17 ci dà chiaro indizio che si riferisca alla moneta d'argento accennata dai mentovati scrittori, e lo conferma il peso di esso, che è di grani 81, quindi un solo grano meno del doppio del dirhem tabarieh, di cui abbiamo trovato il peso qui sopra. quando appunto lo stesso Makrisi ci insegna che il dirhem persiano pesava il doppio del *tabarieh* (2).

N. 18. Altro vetro del Museo Palagi porta il nome del califfo Fatemida Hakem, pesa grani 58, ed ha inscritta la voce عدل. Tale voce significa *giustizia*, ma sembra qui applicata alla *giustezza* del peso, come la voce *vaf* واف che abbiamo veduto disopra. Si noti che la stessa voce trovasi pure isolata in egual modo nelle monete arabiche, e senza dubbio coll'eguale significato (3). Altri tre vetri della collezione di Francoforte hanno nel campo la stessa voce عدل; due verdi inoltre hanno il nome del califfo Hakem e pesano l'uno grani 117, l'altro grani 14; il terzo è di vetro ordinario, porta il nome del califfo Aziz e pesa grani 114. Numeri 19, 20 e 21.

---

(1) Vedi la Tavola III, C. Credo non sia dubbio che abbia a leggersi معرة, quantunque il nome di questa città quando non è in regime scrivasi d'ordinario coll'articolo. Dico quando non è in regime, perchè la città è detta ora Maarat en Noman, ora Maarrat el Hesn, a motivo di un castello che la difendeva. Era una delle principali della Siria, ed oppose valida resistenza ai Crociati. Nel Museo Trivulzio trovasi altra moneta dell'istessa zecca pure in rame, e con figura come la presente, ma diversa nella leggenda del diritto che è *nel nome di Dio, il principe dei credenti.*

(2) Abbiamo veduto qui sopra che in vece Takieddin el Fassi vuole che la moneta persiana d'argento pesasse quanto il *mitcal* d'oro, cioè il dinar, quando, al dire di Makrisi, sarebbe solo $^{14}/_{15}$ del dinar stesso. Le monete persiane da me altre volte esaminate sorpassano in vero quest'ultimo dato (ivi, *Osserv. prelim.*, pag. CXXII), in vece quelle pesate da Longpérier vi corrisponderebbero abbastanza bene, mentre la più pesante è di grani parigini 81. che sono milanesi 84 $^1/_2$, poi ve ne sono molte di grani parigini 79, milanesi 82 $^1/_3$.

(3) Altre volte (*Monete Cufiche, ec.*, pag. 18) ho creduto che questa voce fosse un nome proprio, ma quantunque ciò possa essere in qualche caso, questi vetri renderebbero certa la qui enunciata spiegazione, convalidata da tante monete sì antiche che moderne nelle quali questa voce è usata nel senso di giustezza di peso, od anche di moneta di giusto peso. Vedi Fraehn, *Recensio*, pag. 46 *et passim*; Thomas, nel *Numism. Chronicle. Oct.* 1846, *p.* 105; *Jan.* 1847, *pag.* 114, 117, *etc*

L'uso del vetro in Egitto durante i primi secoli dell'Egira non era limitato ai pesi delle monete, ma si estendeva altresì a quelli delle merci ed alle misure di capacità. Un tale fatto è dimostrato dai vetri:

N. 22. Che è un romano di stadera (1) in vetro, del peso di oncie 6, denari 10, grani 19. (Del Museo di S. A. I.)

N. 23. Frammento di un recipiente di vetro in cui è sporgente una piastra circolare dello stesso vetro, sulla quale sta scritto essere desso la quarta parte di un *kist* قسط (2) (Dello stesso Museo.)

N. 24. Altro simile frammento in cui sta scritto essere il recipiente la nona parte di un kist.

L'evidenza che risulta dai fatti sino ad ora esposti rende affatto superfluo l'osservare che dall'una parte il silenzio di Makrisi, il quale non annovera il vetro fra le materie che servirono come moneta, dall'altro l'abbondanza di monete di rame colla sola professione maomettana che trovasi nelle raccolte provenienti dall'Egitto (3), non che i dati paleografici che ci insegnano a collocarle fra le più antiche (4), torrebbero di per sè ogni valore all'argomento dedotto dalla pretesa mancanza di moneta di rame in prnova dell'uso cui dapprima volevansi destinati i vetri.

La natura fragile del vetro dovea pure esserci di avviso del quanto meno fosse atto agli usi della circolazione della moneta, anzichè allo stazionario della verificazione del peso di essa. Nè in maggior conto avrà a tenersi l'obbiezione, sebbene per se assai ragionevole, di De Sacy, il quale non trovava probabile farsi uso frequente dei pesi per la moneta di rame (5). La storia monetaria della Cina ci offre un esempio dell'utile sporto dall'esame della moneta di rame, mentre la varietà del peso di quelle monete fuse vi offre continuo pascolo alla avidità degli speculatori (6), e forse una simile speculazione fu in uso appo i Greci che ne derivarono agli avari l'ingiuroso nome di *σ'βολοσαται'* (pesatori di quattrini) (7). Ma quand'anche volessimo escludere una tale

(1) Od un peso destinato ad un uso consimile, su di che vedasi il Catalogo in fine.

(2) Intorno a questa misura vedi Casiri, *Bibl. Arab. Hisp. Escurial.*, tomo I, pag. 281, e Freytag. *Lexicon arab.*

(3) In quella di S. A. I. se ne trovano 36, in quella del Museo di Francoforte 23. Veggansi anche le pruove che gli Arabi coniassero moneta di rame in Egitto, *Monete Cufiche*, pag. 248 e 251.

(4) *Monete Cufiche*, pag. LXXXIV; De Sacy nel *Journ. des Savans, août* 1825.

(5) *Journ. des Sav.*, *mars* 1823, pag. 138.

(6) Vedi Biot, *Système monet. des Chinois* nel *Journal Asiatiq.*, *mai* 1837, pagg. 438, 440, 446 e 448; *août*, pagg. 107, 111 e 125.

(7) Aristophanes, *Nubes*, v. 1134; Pollux, in Onomastico.

ipotesi pel sistema monetario degli Arabi, ciò non impedirebbe che i vetri non servissero a determinare i pesi minuti delle merci, assimilati a quelli della moneta, e divisi in frazioni indicate nei pesi stessi. Le kharube, ossiano kirath, il numero delle quali è segnato sui vetri, erano pure i pesi correnti appo gli Arabi; onde nulla ci vieta il credere che servissero anche al peso delle merci, sia poi che l'indicazione di fels o di moneta di rame divenisse superflua; sia che, come presso i Romani, ed a norma della sua origine, tal voce avesse anche presso gli Arabi conservato la doppia significazione di moneta e di peso (1), del che però non trovo traccia negli scrittori (2).

Se però gli Arabi adottarono pella loro moneta di rame il nome che le davano i Romani, non ne adottarono il peso, come aveano fatto per l'oro. Abbiamo veduto qui sopra che i kirath, o kharube, col numero delle quali distinguevano le loro monete di rame, sebbene portassero un nome corrispondente a quello della siliqua romana, pure ne differivano nel peso. Così, sebbene tutte le monete di rame portassero il nome di fels, il mezzo fels di 15 kirath ci addita che il fels preso per unità fosse quello di trenta. Così quello di 18 ci mostra come nelle frazioni non solo si procedesse di 5 in 5, ma anco di tre in tre. Nulla di simile nel folle romano che si divideva in 40 parti, i di cui spezzati procedevano da 5 in 5, e non mai altrimenti (3).

I pochi vetri di sopra descritti che hanno il nome di pesi di monete conosciute od indicazioni equivalenti ad essi, appartengono nella maggior parte ai primi secoli della monetazione islamitica, tre soli fra di essi spettando alla dinastia dei Fatemidi (4). Non già che manchino vetri fabbricati durante la lunga dominazione di questi principi, mentre anzi si è questa l'epoca in cui tali monumenti più abbondano nei musei; ma dessi d'ordinario non

---

(1) *Follis* fu in origine nome di un sacco di cuojo, indi passò ad indicarne il contenuto, e quindi un peso di una data quantità di rame (Vedansi le *Glosse nomiche* pubblicate da Petavio nelle note a Sant'Epifanio già citato di sopra pag. 78, n.° 2). Anastasio avendo introdotta nuova forma di moneta di rame, questa ebbe pure il nome di *follare*, o *folle*, che passò così dal peso alla moneta. Vedi *Monete Cufiche*, pag. 323.

(2) Merita però osservazione che la voce فلس, *fels*, non solo indica la moneta di rame, ma altresì quelle conchiglie che abbiamo veduto servire di moneta in contrade vicine all'Arabia, e infine certi segnali coi quali si distingue chi è astretto a pagare tributo (Vedi il *Lessico* di Freytag). Onde non è improbabile che potesse anche indicare una sorta di pesi. Osservo di più, che anche la voce *Kharuba*, خروبة, sebbene da questi monumenti e dall'autorità di Makrisi risulti indicare un peso, pure non trovasi registrata con tale significazione nei lessici arabici.

(3) Vedi *Monete Cufiche*, ivi e pag. 327.

(4) Cioè i numeri 4, 8 e 11 del Catalogo in fine.

portano altra indicazione se non se i nomi e i titoli dei principi. Sebbene quindi gli esempj sino ad ora addotti ci persuadano che questi pure erano destinati ad uguale uso, sebbene lo confermi il peso che d'ordinario riducesi a qualcheduno dei conosciuti; pure nè il colore che varia da un vetro all'altro, nè il numero dei globetti che vi sono talora segnati, nè altro indizio, mi è risultato di costante criterio della moneta cui il peso si riferisce. Il che però, a mio credere, non deve produrre difficoltà alcuna nell'ammettere in essi la qualità di pesi, pensando che allorquando erano integri e non corrosi dalla vetustà, procedendosi dall'un peso all'altro per distanze ben determinate, non era necessario che vi fosse esplicito indizio delle monete. Così vediamo che anche i pesi romani delle merci sono bene spesso privi di qualunque segno, senza che perciò si rendessero inetti all'uso. Così veggiamo che molte monete in corso simili ai loro spezzati e prive di ogni segno di valore, pure sono benissimo distinte dal volgo che ne usa.

Se dopo finita la dinastia dei Fatemidi i vetri si fanno più rari, non è per questo che ne cessasse l'uso che l'uno col nome del sultano Aziz, N. 25, dimostra come questo si continuasse dalla dinastia degli Ajubiti. Un altro col nome del sultano Schaban, N. 26, ci porge la certezza che continuasse anche sotto ai Mamelucchi. Questo principe regnò dall'anno 764 al 769 dell'Egira (1362-68 dell'E. V.). Così un secondo col Leone ed un terzo colla data in cifra dell'anno 761 dell'Eg., 1359 dell'E. V. (N. 27 e 28) spettano sicuramente l'uno a Thaer Bibars, l'altro ad Hassan Nasser, dei quali il primo aveva per impresa il leone, come sappiamo dagli storici, e come si conosce anche dalle di lui monete (1), il secondo poi regnava all'epoca indicata. Altri tre della collezione di S. A. I. (N. 29, 30 e 31) hanno la lezione العابا per me incerta, ma che però trovasi sulle monete di Schaban (2), quel principe di questa dinastia cui spetta il N. 26 che abbiamo veduto qui sopra. Tutti e tre sono di 15 kirath, almeno così sembra raccogliersi dal peso che è di grani 59 per due di essi e di 57 per il terzo: altri due, che per la fabbrica e pei caratteri sembrano spettare alla stessa dinastia (N. 32 e 33), ci offrono la voce قودار che credo equivalere a modulo campione di peso. Quantunque questa voce sia di una forma grammaticale sconosciuta, e sebbene la radice قدر, onde deriva, sia più ordinariamente trasportata dal suo significato primitivo di *potere* a quello di *capacità*, pure è anche usata nell'altro analogo di *peso*, come si conosce da un brano di Mari Nestoriano (3). Che poi ambo rappresentino lo stesso peso

(1) Vedi *Monete Cufiche*, pag. 278.

(2) Vedi *Descrizione del Museo Mainoni*, Tavola I.ª n.° 6.

(3) عطيم المقدار Vedi *Biblioth. Or.*, Jos. Simonis Assemani, tomo III, parte II, pag. 102.

dei sovraccennati, il dimostra il fatto che amendue pesano grani 59. In altri è indicato con frasi diverse in ognuno (N. 34, 35 e 36) che sono fabbricati per autorità del principe.

E qui innanzi di procedere non posso omettere una osservazione importante, la quale tende insieme ed a confermare, se ne fosse d'uopo, che questi vetri siano pesi di moneta, ed a farci meglio conoscere le forme del governo dell'impero dei califfi. Nei miei opuscoli sovra citati ho indicato che questi monumenti in vetro sono i soli nei quali sia detto che furono fabbricati per autorità dei Prefetti del tributo. Abbiamo qui sopra veduto due misure di capacità, nelle quali troviamo una eguale formola applicata alla stessa autorità. D'altra parte niuno esempio ci è noto sino ad ora di moneta coniata per autorità degli stessi Prefetti del tributo. Questo fatto, che non parve altre volte dimostrato al dottissimo De Sacy (1), quantunque egli non potesse recare argomenti in contrario, ci dà ora la pruova più luminosa che questi vetri erano pesi, non monete, mentre se fossero stati tali, o piuttosto surrogati di esse, sarebbero emanati dall'autorità del principe o de' suoi designati successori, come lo sono le monete di metallo fino, o da quelle dei governatori, come lo sono le monete di bronzo (2). Nell' egual modo i pesi romani sono fabbricati per ordine dei Prefetti di Roma, i quali mai non apposero il loro nome alle monete. Se poi nei vetri cufici vediamo comparire i nomi delle superiori autorità e degli stessi principi, lo stesso avviene nei pesi romani, chè nulla vieta ad un'autorità superiore devenire a quello che è di competenza ordinaria di una inferiore (3): ma non ha mai luogo il caso inverso che un Prefetto di Roma, od un Prefetto arabo del tributo, si arroghi l'autorità di far coniare moneta di suo ordine, il che è affatto al di sopra delle loro attribuzioni. Così nelle monete cufiche di rame vediamo talora i nomi degli stessi califfi, e dei designati successori.

---

(1) *Journ. des Savans, mars* 1823, pag. 138.

(2) Vedi *Monete Cufiche*, pag. XXI e XXII, ove ho fatta l'osservazione che i designati successori non aveau diritto che a far coniare moneta d'argento non di oro, perchè tutti gli esempj che ne avea veduti, e così le autorità degli storici, mi avevan confermato in tale opinione. Però posteriormente Marsden ha pubblicato una moneta d'oro dell'anno 186 dell'Egira, coniata per ordine di Amin designato successore di Harun (*Num. Orient.* Parte I. n.° 40). Di più Martorana, *Notizie storiche dei Saraceni di Sicilia*, ha osservato (il che mi era sfuggito) che anche Abulfaragio nella sua storia conferma che i designati successori facessero coniare anche l'oro (*Hist. Dyn.*, pag. 136).

(3) Vedansi in proposito dei nomi dei principi e magistrati romani segnati nei pesi le dotte osservazioni del Padre Giampietro Secchi, *Campione d'antica bilibra romana*. Roma. 1853.

ma non vediamo mai nelle monete d'oro e d'argento i nomi dei governatori, colla formola indicante l'autorità di far coniare moneta.

I vetri con epigrafi arabe sino ad ora descritti non portano di solito nome di città, ma la provenienza, le indicazioni dei magistrati e dei principi in essi nominati ce ne fanno conoscere per ordinario patria l'Egitto. Però il nome di Tiberiade طبرية N. 37, e quello di Aleppo حلب, N. 38 (1), pruovano che queste città soggette insieme all'Egitto ai dominatori Mamelucchi, avessero comune coll'Egitto stesso l'uso di questi pesi. Così uno fabbricato in Mansuriah, città di Barberia, N. 39, un altro col nome di el Mahdi califfo Fatemida, N. 40, che regnò in Barberia non in Egitto, dimostrano che l'uso ne fosse comune a quella regione. Così quello col nome di Hegiag che abbiamo veduto qui sopra, N. 8, ci farebbe credere che sino dai primi tempi della monetazione maomettana l'uso di questi vetri fosse introdotto nell'Irak. Alla stessa conclusione ci guiderebbe in epoca di assai secoli posteriore un altro col nome del califfo Nasser, N. 41. Sebbene la supremazia religiosa di questo principe fosse riconosciuta nell'Egitto, egli non vi ebbe mai la sovranità territoriale, che era per esso lui ristretta a poco più dello stesso Irak, in cui era posta Bagdad, sua residenza. Così abbiamo già veduto trovarsi di questi vetri in Sicilia, e lo confermano Torremuzza (2) ed Adler (3), non che un moderno viaggiatore che dice averne veduti molti ad Erice nel museo del conte Hernandez (4), e finalmente il barone Mortillaro (5); ma gli scrittori siciliani non si sono punto occupati di questi monumenti della loro patria. Altro vetro, N. 42, potrebbe farci sospettare che l'uso ne fosse giunto in Tartaria, poichè vi leggo عمر بلخية صح *di Balkh autentico, Omar,* se non preferissi credere questa forma possessiva legata alla prima voce che manca, ed indicante un peso derivato da Balkh ed usitato in altre contrade maomettane, il che sembra assai più probabile, imperocchè non vi è alcun altro indizio che l'uso dei pesi di vetro fosse

(1) Nel Museo di Francoforte trovasi un vetro verde che pesa grani 117, nel cui diritto leggesi: *L'Imam Dhaer Leaziz din Illah Principe dei credenti.* Nel rovescio, che è consunto, parmi scorgere عكا, *Acca*, cioè *Acri.*

(2) Le *Antiche iscrizioni di Palermo*, 1762, *pag.* 10, *nota* « di queste paste di vetro con » lettere arabiche ne sono ripieni tutti i nostri musei di Palermo e degli altri luoghi di Sicilia. » Avremo forse occasione altra volta di stesamente descrivere l'uso di esse e come furono » ancora abbracciate e poste in pratica da' Normanni e dai successori monarchi, contentandomi per adesso di pubblicarne questo solo per esemplare » (Il vetro qui prodotto da Torremuzza ha l'ordinaria professione maomettana e non altro).

(3) *Musæum Borg.*, tomo II, pag. 181.

(4) Orti, *Viaggio alle Due Sicilie.* Verona, 1828, pag. 161.

(5) *Opuscoli*, tomo I. pag. 338: *ecci abbondanza* (in Sicilia) *di paste vitree*, pag. 335.

giunto sì lungi dalla sua origine. Checchè ne sia di quest'ultimo punto, che ancora rimane a chiarire colla scorta dei monumenti, ci giova qui osservare che non sono stati descritti antichi pesi di moneta dei maomettani in metallo fuori quello accennato da Fraehn (1) che è di rame ottagono e con leggenda consunta, stato ritrovato nelle rovine della città di Ukek, detta più tardi Uwiek, che era posta sul Volga poco lungi da Saratow (2). Se ne trovano però due altri in rame nella collezione di Francoforte. Essi pesano l'uno grani 161, l'altro 120, ed hanno per tipo il così detto sigillo di Salomone. In uno di essi leggesi كيل. Sono coniati da una sola parte, il che ci assicura che siano pesi e non monete, spettanti alla dinastia dei Mamelucchi, nella quale è tipo ovvio il sigillo di Salomone (3). La voce كيل fu sino dai più antichi tempi dell'islamismo nome di peso, e Makrisi ne insegna che indicò un tempo il peso di 10 dirhem (4); ma convien dire che ne indicasse uno assai minore all'epoca in cui fu fabbricato quello di che si tratta, epoca probabilmente assai tarda in cui si era abbandonato l'uso del vetro per sostituirvi quello dei pesi metallici (5).

Ci resta ora ad indagare per quale motivo avvenga che mentre sono tanto rari i pesi di monete di ogni età nei musei, tanto in vece abbiano ad essere abbondanti quelli dell' Egitto durante la dominazione dei Maomettani. Incomincio dal considerare che la forma irregolare dei margini delle monete antiche rendeva impossibile il conoscerne la tosatura, che quindi è certo che gli antichi dovevano se non altro quanto alla moneta fina aver ricorso alla verificazione del peso più frequentemente che non si faccia oggidì, il che risulta anche dalle leggi degli imperatori, le quali prescrivono che in ogni città vi fosse un apposito impiegato denominato zygostate, il quale avesse a decidere

---

(1) In una notizia letta all'Accademia di Pietroburgo a' 12 dicembre 1834.

(2) Questa città è fuor d'ogni dubbio l' Ouchacha di Marco Polo, come ha dimostrato lo stesso Fraehn, onde debbo correggere quanto io aveva erroneamente congetturato intorno all'identità di Ouchacha con es-Schasch; vedi *Monete Cufiche*, pag. 33. e si confronti, pag. 243, n.° 1.

(3) Di più, il sigillo di Salomone senza epigrafe trovasi pure nei pesi di vetro, fra i quali uno azzurro del Museo Palagi che pesa grani 117, e quindi sembra essere di 30 *kirath*; altro nero del Museo di Francoforte, pesa la metà, cioè grani 58.

(4) Makrisi, *De ponderibus in editione Hist. Mon. Arab. Tychsen*, pag. 58.

(5) Nel Catalogo della collezione egizia di Passalacqua sono accennati 4 pesi di bronzo ed 1 di ferro, ma l' editore, che non ne dà descrizione alcuna, dichiara ignorare se siano di fabbrica egizia e di quale epoca, n.° 790-795. Quanto poi a quello di ferro, l' essere di questo metallo basterebbe quasi da per sè a provare che non sia egizio, almeno antico.

sulle controversie che potessero insorgere intorno alla qualità dei soldi d'oro (1), il che fa supporre che fosse in uso una quantità grande di pesi col segno della pubblica autorità. Se non ne sono pervenuti a noi se non se ben pochi, dobbiamo attribuirlo all'essere dessi di rame o di piombo, materie che non durano a lungo, perchè corrose dalla ossidazione. Di più, se il rame e così il piombo si rendevano inetti per corrosione all'uso di peso, potevano essere rifusi in moneta o destinati ad altro uso. In vece un vetro grosso di forma rotondata non offre alcun lucro nella rifondita; posto sotterra, è bensì intaccato dagli acidi alla sua superficie, ma è assai più durevole degli accennati metalli: anzi l'esperienza qui sopra dedotta dal paragone dei vetri colla moneta d'oro, ci ha dimostrato che perde se non meno dell'oro, certo non più di esso. Si consideri che egli è certo che se i pesi degli Arabi fossero stati d'oro, e che insieme l'oro non avesse avuto alcun prezzo, i pesi d'oro si sarebbero assai meglio conservati che non quelli d'altro metallo. Ora questo è appuntino il caso del vetro (2), e così si toglie di mezzo l'obbiezione che facevasi un tempo alla possibilità che i vetri fossero pesi, obbiezione fondata nella soverchia abbondanza di essi.

Posto così in chiaro l'uso di questi vetri durante la dominazione maomet-

---

(1) *Cod. Theod.*, lib. XII, tit. VII, l. 2.ª; *Cod. Justin.*, lib. X, tit. LXXI, l. 2.ª Vedasi anche l'editto XI di Giustiniano, *De ponderatoribus et monetariis.* Quanta fosse poi la cura che gli antichi ponevano intorno alla qualità e peso delle monete che dovevano ricevere in contrattazione, scorgesi anche dalle autorità di Plauto nel *Querulo*, e di Sinesio nella sua lettera al fratello, che segue dopo di quella diretta ad Asclepiodoto. Veggansi anche Svetonio nella vita di Nerone, § 44, ed ivi le note dell'edizione di Pitisco.

(2) Egli è dimostrato dalle indagini dei chimici, che il cristallo di monte resiste all'azione degli agenti esterni, almeno quanto il platino, il più resistente fra i metalli. Una tale qualità del cristallo si fu quella che indusse di recente Steinheil a proporre che i campioni dei pesi si fabbrichino in cristallo di monte, come fu eseguito in Baviera ed a Napoli. *Abhandlungen der mathem. und physik. Classe der Bayer. Akad., IV Th., s.* 288. Se le materie di vetro artificiale non sono forse egualmente resistenti all'azione degli agenti chimici; se egli anzi è certo che la superficie del vetro esposta alle alternative dell'umido e del secco, ed unitamente alle esalazioni di animali o di vegetabili si opalizza, e se ne staccano impercettibili squame che ne lasciano scabra la superficie; se è vero altresì che lo stesso avviene al vetro lasciato a lungo sotterra (Vedi su di ciò le osservazioni del Conte Rasoumowsky presso Mastoli, *Ueber die Anfertigung der färb. Gläser, s.* 27), pure i tanti vetri antichi conservati sino a noi senza che abbiano notabilmente perduto del loro peso, ed in ispecie gli esempj qui sopra addotti, ci dimostrano non pertanto che il vetro artificiale si accosta in questo punto alle prerogative del cristallo di monte. Si noti poi che il clima particolarmente secco dell'Egitto vi doveva rendere, se non altro, assai più lenta che non altrove la decomposizione del vetro.

tana, per quanto il consentono i monumenti sino ad ora conosciuti, ci resta a risolvere un altro quesito, cioè se l'uso di tale materia a tal uopo sia stata una nuova introduzione degli Arabi, o se questi non facessero se non se conformarsi ad una precedente costumanza; ed in tal caso, onde questa sia derivata. Quanto al primo punto, egli è certo che gli Arabi all'epoca delle loro conquiste, e così a quella cui risalgono i più antichi fra questi vetri (1), erano affatto rozzi ed inetti a qualunque nuova introduzione in fatto di arti. Quanto al secondo, l'Egitto, come abbiamo veduto sino ad ora, si è quella provincia dell'antico impero dei califfi che se non possiede esclusivamente tal merce, pure ne è fornita in istraordinaria abbondanza, mentre le altre (tranne la Sicilia) appena ne porgono qualche raro esempio. D'altra parte, l'Egitto si fu appunto il paese in cui da epoche remotissime l'arte di lavorare il vetro fu portata a somma perfezione. Egli è bensì vero che le scoperte dei moderni hanno in gran parte scemata la fama di che godeva un tempo la scienza degli antichi Egizj. È vero altresì che colui cui dopo Champollion la cognizione delle antichità di quella nazione va debitrice dei maggiori progressi, ha dimostrato con quella estesissima erudizione di che è fornito, e con quel lucido criterio che in esso lui supera l'erudizione stessa, come gli Egizj negli ultimi periodi della loro indipendenza ed avanti le conquiste dei Macedoni molto apprendessero da quei Greci che i re nazionali, posta in non cale l'antica gelosia, lasciarono stabilire in mezzo di loro. Egli è vero d'altra parte che la moderna critica vuole annoverata tra le favole la venuta di antiche colonie egizie che abbiano dirozzato i Greci (2), e che nega persino ai Greci dei tempi omerici qualunque precisa contezza intorno alle cose d'Egitto (3). Ma se da ciò risulta

(1) Assai di essi sono fabbricati durante la dinastia degli Ommiadi, ed è noto che gli Arabi non incominciarono a coltivare le arti e le scienze se non se sotto gli Abbasidi.

(2) Però i dati sui quali si vuole esclusa la venuta di antiche colonie egizie nella Grecia sono fondati sovra assai deboli congetture dedotte dalla poca simpatia degli Egizj stessi pei viaggi di mare. Una tal presunzione è per altro ben poca cosa a rispetto della probabilità che l'antichissima civiltà d'Egitto siasi comunicata alla nazione greca, e più ancora a rispetto delle concordi tradizioni dei Greci che ci additano l'Egitto come autore del loro primo incivilimento. D'altra parte, le turbolenze e le guerre civili che agitarono l'Egitto all'epoca dei Re pastori, e quelle che furono cagione di tante mutazioni nella sede di quell'impero, possono colà come altrove essere state cause di emigrazioni.

(3) La moderna geologia ha rilegato tra le favole il supposto prolungamento dell'Egitto prodotto dal Nilo, con cui si credette un tempo render ragione della distanza assegnata da Omero fra l'isola del Faro e il continente. Vedi *Bulletin de Ferussac, Géologie, juin* 1831. Così si vuole dai moderni che sia stato in epoca assai antica interpolato il brano in cui è menzione delle cento porte di Tebe, e forse non a torto, chè quel brano, sebbene tenuto per legittimo dai grammatici Alessandrini e da tutta l'antichità, pure a chi ben lo consideri pare

che gli Egizj, come i Cinesi, date le prime mosse alle più belle invenzioni, si rimanessero poi stazionarj e ricevessero così per mano altrui le loro scoperte, volte a maggior utile della umana società, questo non toglie che i monumenti superstiti, d'accordo coi più antichi ricordi della storia, non ci proclamino la civiltà e le arti inoltrate in Egitto, quando la Grecia era tuttora avvolta nella barbarie; non toglie che le statue di stile e di epoca pretta egizia non ci avvisino di stupendi progressi nelle arti belle, nè che i monumenti egizj non segnino il più antico stile di un'architettura grandiosa malgrado i suoi difetti (1). Se la tenacità degli antichi Egizj per la loro religione e per le loro costumanze avite indusse i loro stessi dominatori persiani, greci, romani a venerarne gli Dei e a compiere od erigere tempj in onore di essi nello stile antico egizio, ciò non esige già che abbiamo con quell' uomo dottissimo a negar fede alle rovinose conseguenze che gli storici narrano seguite alle invasioni straniere (2); ciò non toglie che l' età dell' oro delle arti e delle scienze

---

frapposto all' oggetto di applicare alla Tebe egizia quello che Omero intendeva della greca posta a paraggio con Orcomene. La descrizione della Tebe egizia è così mal collocata in quel posto, che essa porse argomento di criticare il poeta a Lamothe ed a Cesarotti che non sospettavano d'interpolazione.

(1) Le belle scoperte prodotte dalle perseveranti indagini dei dotti ci hanno in questi ultimi tempi fatto conoscere che le più antiche piramidi d' Egitto non furono già fabbricate in pietra ma bensì in mattoni, e che la forma ne era diversa da quella delle grandi piramidi di Gize perchè o composte di una piramide più inclinata sovrapposta ad una meno inclinata o fatte a terrazze. Tali circostanze danno a divedere l' origine prima dell' architettura in Egitto derivare da quelle contrade ove le Sacre Carte ci additano aver avuto principio ogni umana civiltà, mentre fu assai opportunamente osservato che l' Egitto, ove tanto abbonda la pietra, non avrebbe adottato l' uso dei mattoni se non l' avesse altronde ricevuto. Così d' altra parte quelle forme primitive ci mostrano evidente analogia coi più antichi edificj dei Babilonesi e di altre nazioni. Però il fatto narrato dagli storici Egizj che attribuiscono ad un loro antico re l'invenzione di lavorare la pietra e meglio ancora la forma stessa delle grandi piramidi e così quelle degli altri edificj ci mostrano come poco dipoi sorgesse in Egitto uno stile proprio che non fu mai comune ad alcun'altra contrada.

(2) Il dotto Letronne, *Journal des Savans*, *juin* 1844, pag. 339, non vuole ammettere le rovine avvenute in Egitto all'epoca dell'invasione persiana, perchè, dic'egli, si trovano edifizj nello stile egizio sui quali leggonsi in geroglifici i nomi dei dominatori di quella nazione, e conchiude che l'Egitto aveva sofferto assai poco (*fort peu*) dall'invasione persiana. Ciò non toglie per altro che gli scrittori antichi ad una voce non proclamino l'invasione di Cambise siccome l'epoca della rovina di Tebe, e non decantino la grandezza di essa avanti tale epoca. Vedansi in particolare gli scoliasti dell'*Iliade* nel *Codice Veneto* edito da Dansse De-Villoison, uno dei quali cita l'autorità di Catone il Censore, dalla quale evidentemente appare come Tebe dopo le rovine di Cambise non più risorgesse alla primitiva grandezza. ὡς δὲ Κατων ἱστορει ἡ Διοσπολις ἡ μεγαλη προ του ὑπο Περσων ἀφανιτθεναι, κωμας μεν εἰχε τρισμυριας ἀνθρωπων δε μυριαδας ψ' ἑκατον δε πολεσι διεκοσμειτο *ad Iliadis*, lib. X, v. 383.

egizie non sia stata quella dell'antica indipendenza della nazione; ciò non toglie che le sculture e gli edifizj spettanti all'epoca della dominazione straniera non accusino la decadenza dell'arte egizia. Se le pretese cognizioni astronomiche dell'antico Egitto sono svanite alla luce delle scoperte di Champollion e dello stesso Letronne; se le stupende moli d'Egitto furono erette senza soccorso di altro meccanismo fuori del piano inclinato; se la meccanica fu bambina sino ad Archimede; se gli Egizj ignorarono l'arte di costruire le vôlte, non è perciò men vero che essi non siano stati gli autori dei più antichi grandiosi edificj conservati sino ad ora. Se essi ignorarono la costruzione delle vôlte, i loro antichissimi edificj ci mostrano come ne sorgessero presso di loro i rudimenti (1). Se egli è disputato se loro spetti la gloria di avere inventata la scrittura, egli è certo però che i loro monumenti con iscrizioni sorpassano in antichità quelli di epoca certa di tutte le altre nazioni. Così non può negarsi che dessi non siano stati tra i primi inventori delle arti, e le rappresentazioni di tante fra di esse nelle grotte di Beni Hassan ne porgono irrefragabile testimonio (2). Non è neppure dubbio che essi non siano stati i primi a coltivare quella scienza principale ausiliaria delle arti stesse che deriva pure il suo nome da quello dell'Egitto (3), e che più tardi volta dall'amore del lucro a ricerche riuscite infruttuose allo scopo cui erano intese, ha finito collo svelarci i più riposti arcani della natura. Se la storia non ci additasse l'origine egizia della chimica, ce la additerebbero le cognizioni degli Egizj nella metallurgia (4), e soprattutto i loro lavori in vetro. Sia che la primitiva invenzione del vetro loro appartenga, o sia dovuta ai Fenicj, come vuole Plinio, il cui racconto per altro è affatto favoloso (5); lo sia pur anco agli Etiopi, che vogliono da alcuni scrittori essere stati i primi motori della civiltà egizia (6), e presso i quali

(1) Vedi l'articolo di Raoul-Rochette nel *Journal des Savans*, 1844, pag. 409.

(2) Al tempo di Abramo gli Egizj avevano fabbriche di tela, di mobili, d'opere d'oro e d'argento. (Vedi gli estratti dell'opera di Wilkinson. *Manners and customs of the ancient Egyptians* dello stesso Letronne nel *Journal des Savans*, *avril* 1844, pag. 280.)

(3) Vedansi Suidas, v. χημεία e Reuvens, *Lettres à M.r Letronne*, *Lettre prem.*, pag. 10 e 81; *Lettre trois.e*, pag. 69 e 73. Questo dotto scrittore ha posto nella massima evidenza dal nome di χημι, che gli antichi Egiziani e dopo di essi i Copti danno alla loro patria, essere derivato quello della Chimica, ed i papiri da esso lui pubblicati fanno fede, d'accordo con Suida, come una tale scienza, sebbene mista a pratiche superstiziose, si esercitasse dagli Egizj.

(4) Vedasi Monge, *L'art du Monnoyage chez les Anciens*, nelle *Mémoires de l'Acad. des Inscriptions*, tomo IX.

(5) *Hist. Nat.*, lib. XXXVI, § 65.

(6) Però la ipotesi che vuol derivata dagli Etiopi la civiltà dell'Egitto, ipotesi proposta da Volney, poi sostenuta in tempi più vicini dal dotto viaggiatore Hoskins e più recentemente

vuolsi pure fosse antico l'uso di questo trovato (1), egli è certo, per testimonianza dello stesso Plinio (2), non che dell'autore del Periplo, attribuito ordinariamente ad Arriano (3) e di un anonimo greco citato da Casaubono (4), che gli Egizj erano eccellenti nell'arte di lavorarlo e di dargli i diversi colori (5), e il confermano le rappresentazioni di diversi processi dell'arte vetraria nelle grotte di Beni Hassan, ed a Tebe (6). Un lavoro poi di tale materia ci mostra, col nome del re che vi sta impresso, quanto quest'arte fosse già inoltrata mentre regnava la XVIII dinastia, e quindi poco meno di due mila anni avanti l'era volgare (7). Così le contarie o perle di vetro che vestono le mummie ci

---

ancora da Schoelcher, non regge affatto alla luce della critica. Abbiamo veduto qui sopra che la pretesa origine della valle del Nilo è una chimera imaginata dagli antichi ed un tempo creduta dai moderni. Vedi pag. 87, n.° 5. Abbiamo pure veduto che i più antichi monumenti dell'Egitto sono le piramidi in mattoni collocate nel Basso Egitto a poca distanza dal mare, e che le loro forme additano origine asiatica. D'altra parte, le piramidi di Meroe, alle quali si volle un tempo attribuire tanto remota antichità, sono invece di un'epoca comparativamente recente, e spettano al periodo della decadenza dell'arte egizia. Infine i dati fisiologici uniti ad una più ragionevole interpretazione delle notizie forniteci dagli antichi, ci assicurano della analogia fisica fra gli antichi Egizj od almeno fra la classe più colta di quella nazione e le genti Semitiche e Japetiche (Vedi *Nouv. Annales des Voyages*, *décembre* 1846, pag. 342 e seg.). Nè diverso risultamento ne porge la lingua egizia affatto dissona dalle lingue dei Negri, ed in vece attenentesi per diverse analogie alle lingue indo-germaniche per l'una parte, alle semitiche per l'altra. Inoltre le ricerche dei dotti ci hanno insegnato che l'antica civiltà degli Abissini e la loro stessa lingua e scrittura portano l'impronta di un'origine asiatica e il confermano luminosamente le recenti scoperte sulla lingua e sui monumenti degli Emiariti. Infine la stessa geografia degli antichi, che, in onta alla forma dei continenti, vuole sempre annoverato l'Egitto fra i regni dell'Asia, è dessa pure una tradizionale conferma di tale origine di quella nazione.

(1) Se pure di vetro e non di cristallo nativo bassi a credere fatto cenno in quel brano di Erodoto.

(2) *Aliud flatu figuratur, aliud torno teritur, aliud argenti modo celatur*, ibid.

(3) Pag. I e XXII.

(4) κατασκευαζουσι οι εν Αλεξανδρεια του υαλον μεταρρυθμιζοντες πολλακις πολλαις ιδεαις ποτεριων παντος του πανταχοθεν κατακομιζομενου την ιδεαν μιμουμενοι *in notis ad Solinum*, cap. 4, lib. XI, pag. 784.

(5) *Nec enim olia materia sequacior, aut etiam picturæ accomodatior*, dice lo stesso Plinio. ibid., lib. XXXVI, cap. 67. Erano poi famosi i calici di color cangiante αλλασσοντες fabbricati in Alessandria, sui quali vedasi Vopisco in Saturnino, ed ivi le dotte annotazioni di Salmasio e di Casaubono, *Hist. Aug. Script.*, pag. 281 e 487.

(6) Rosellini, *Monumenti civili*, pag. 307.

(7) « Les Égyptiens non seulement connaissaient le verre, mais ils excellaient dans l'art de le teindre de diverses couleurs, et leur industrie avait été jusqu'à faire pénétrer à travers cette substance des filets colorés. Quant à l'époque reculée à laquelle le verre a été connu

sono prova insieme e dell'antichità dell'arte e della varietà dei colori che gli Egizj sapevano dare al vetro, e che pruovano quali progressi avessero fatto nella chimica (1). Il dotto viaggiatore Minutoli ha pubblicato diversi idoli e

---

en Égypte, je dois faire observer qu'indépendamment de ce que nous trouvons les procédés de sa fabrication représentés dans les grottes de Bény Hassan et à Thèbes, j'ai vu une boule de verre qui porte le nom d'Amunceitgouri qui vivait au commencement de la XVIII^e^ dynastie. Elle est dans la possession du capitaine Hervey: sa pesanteur spécifique est la même que celle du crown glass (verre commun) anglais. Elle a une teinte légèrement verte ». Wilkinson, *Topographie of Thebes*, negli estratti di Letronne, *Journal des Savans, juillet* 1836, page 437. Quantunque poi gli scrittori arabi abbiano esagerato colle più stravaganti fole nella descrizione della parte che aveva il vetro negli antichi monumenti d'Egitto, pure egli è certo che gli antichi lavoravano il vetro in dimensioni straordinariamente grandi. Così troviamo narrato da Strabone, lib. XVII, che il corpo di Alessandro Magno fu tolto dalla cassa d'oro in cui era stato riposto per porlo in una di vetro. Di eguale materia pare pure fosse quella colonna del tempio di Tiro che fu creduta di smeraldo da Erodoto. Assai opere degli antichi in vetro furono credute di pietre preziose sino ad epoca a noi vicina, di che troppo lungo sarebbe annoverare gli esempj che tutti dimostrano a quale straordinaria eccellenza gli antichi avessero portata quest'arte.

(1) « Que les Égyptiens possedassent des grandes connoissances en chymie et sussent employer les oxydes métalliques, cela se prouve par la nature des couleurs qu'ils appliquaient sur le verre et la porcelaine. Ils n'ignoraient pas non plus l'action des acides sur les couleurs » (Letronne, *Journal des Savans*, *novembre* 1844, pag. 668). Vedi anche Cayllus, *Recueil d'Antiq.*, tomo I, pag. 293. Le analisi dei vetri antichi colorati che non avevano ancora fatto conoscere la presenza del cobalto, non che il fatto che le miniere di questo metallo ora attive trovansi tutte nelle regioni settentrionali d'Europa, e quindi non sono aperte se non se da non molti secoli, avevan fatto ritenere per certo a Fourcroy che gli antichi non conoscessero l'uso di questo metallo per tingere il vetro. Più recenti indagini però dei chimici, ed in ispecie quelle di Davy e del professore Jons di Berlino, IV. *Philosophical Transact.*, tomo CVI, 1815, pag. 109; Minutoli, *Ueber die Anfertigung und die Nutzandwendung der färbigen Gläser*, hanno in vece posto in piena evidenza che sebbene gli antichi, e specialmente gli Egizj, conoscessero un processo ora perduto per tingere in turchino le paste opache per mezzo dell'ossido di rame, pure a tingere il vetro in turchino trasparente usavano l'ossido di cobalto. Ci è dunque necessità il supporre che sia avvenuto delle antiche miniere di questo metallo come delle tante di oro, d'argento e di pietre preziose che furono abbandonate, o perchè esaurite, o, come più di frequente addiviene, per esserne state scoperte di più feraci in altre contrade. D'altra parte, la confusione dei nomi dati dagli antichi alle diverse sostanze minerali rende in molti casi, siccome in questo, avanti che la scoperta di Brandt fosse generalmente ammessa dai chimici, ed avanti i moderni progressi della scienza, impossibile lo stabilire una rigorosa sinonimia (Vedi in prova di ciò l'articolo *Safre* nella vecchia *Enciclopedia* francese). Osservo poi che il nome di cobalto, sebbene divenuto più noto solo ai tempi recenti, ci fa però risalire ad epoca remota per la sua origine. Questo nome nelle lingue germaniche è sinonimo di una sorta di spirito folletto cui la credulità dei minatori attribuiva l'effetto delle allucinazioni eccitate dalle esalazioni dell'arsenico che sta

sempre unito al cobalto in quelli che ne subiscono l'azione, allucinazioni di una natura gaja, sebbene prolungate riescano fatali. (Vedi Agricola, *De animal. subterr.*, cap. 37; *Encyclop. metropol.*, articolo *Cobalt; Encyclop. méth. Chymie*, articolo *Cobalt.* « Les ouvriers des mines en ont tellement redouté les effets dangereux, qu'ils l'ont designé *lemur* des mines.) Analoga a tale significazione è pure quella attribuita alla voce *Cobold*, nella versione della *Bibbia* di Lutero, cioè di Geto, *Isaias.* cap. XXXIV, v. 14, e meglio quella indicata da un Giovanni Melezio (non so quale) *De Relig. Borussorum*, citato da Ducange nel *Lessico Greco* che dice: *Eadem gentes colunt spiritus quosdam visibiles qui lingua ruthenica Colthi, græca Cobali, germanica Coboldi vocantur. Hos spiritus credunt habitare in occultis ædium locis vel in congeriæ lignorum.* Così i *gobelins* dei Francesi e degli Inglesi non hanno diversa origine. Questa voce non è comune soltanto alle lingue germaniche ed a quelle che hanno attinto a fonte germanica, ma lo è altresì alla greca, mentre κοβαλοὶ eran detti certi spiriti seguaci di Bacco, e da tal radice, con analogia al significato che ha nelle lingue germaniche, sono pure derivate varie voci relative a fattucchieria, a fallacia ed astuzia, non che la voce di bassa latinità *cacalus*, per uomo che tesse inganni, ed anche per ladro e sicario. La stessa radice non è neppure straniera alle lingue semitiche, come lo attestano diverse voci arabiche relative a fortuna, fascino e simili. قبل *Concharum species quibus fascino capitur aliquis* قبلة *philtrum*, اقبال *fortuna* قبل *sors felix aleæ.* Così קבל in caldaico significa e tenebre ed amuleto, ed il nome di *cabala*, per scienza mistica e tenebrosa, è giunto sino a noi. Se dobbiamo seguire quella regola di logica che ci insegna i nomi delle cose accennare d'ordinario colle loro etimologie alla provenienza delle cose stesse, tale regola ci farà ricercare l'origine delle antiche miniere di cobalto e la congiunta nozione dei velenosi effetti dell'arsenico, suo costante compagno, in quelle contrade nelle quali era primitiva la voce che ne accenna al nome, e quindi fuor d'ogni dubbio nell'Oriente. Nè mancano tracce di cobalto anche fuori delle contrade settentrionali d'Europa che Targioni, *Relazione dei viaggi in Toscana*, tomo IV, pag. 210, accenna averne rinvenuto in Toscana, e si vuole ne sia in Francia ed in Ispagna, onde è probabile che se meglio fossero esplorate le contrade d'Oriente, ivi pur se ne troverebbe. Infine aggiungerò che *zaffera* chiamasi in commercio una sostanza impregnata di cobalto, e che sebbene alquanto più anticamente di esso menzionata dai mineralogi, è pure di origine incerta. Questa sostanza par talora provenga da avanzi di vetrerie tinte in ossido di cobalto. Ora abbiamo veduto qui sopra che Dhafar o Safar era nell'epoca romana celebrata pel commercio del vetro, e lo stesso autore arabo che abbiamo ivi citato, Abulfaragi (nel *Kitab Agani* estratti di Perron editi da Bapt. Poujoulat, *Voyage en Asie Mineure*) narra che *kharaz zafari*, cioè contarie di Zafar chiamavansi avanti l'epoca di Maometto tali merci di vetro. Ha poi osservato Davy, ibid., che il metodo indicato da Vitruvio e da Plinio per imitare il turchino dell'India accenna l'uso della polvere di un vetro che pare fosse già tinto in cobalto. Così Teofilo monaco Tedesco del secolo X o XI, dice che i Franchi ai suoi tempi abilissimi a lavorare i vetri dipinti pelle chiese, ad ottenere il vetro turchino adoperavano vetri antichi di tal colore (*saphirei*) fondendoli con vetro chiaro. Vedi Morelli, *Cat. latinus Bibl. Naniame*, pag. 110. In epoca a noi più vicina Pomet, *Hist. des drogues*, Parigi, 1694, cap. 22, dice che gli Amburghesi, gli Olandesi e gli Inglesi recavano in Europa la zaffera andandola a prendere a Surate nel Guzerat e in altri paesi delle Indie. Checchè ne sia di quest'ultimo fatto,

e dei Romani, ai quali l'arte vetraria era passata dagli Egizj stessi (1). Hanno poi osservato gli archeologi che gli antichi sapevano riscaldare il vetro, ammollendolo con tale misura, da imprimere ad una tazza un basso rilievo od una iserizione (2), senza alterarne le forme. Procedimenti analoghi sono pur

---

è assai probabile per non dire certo che il cobalto venisse agli antichi dall'Oriente e che il nome di zaffera derivi da quell'antica città che è l'Ophir della Scrittura (Vedi Gosselin, *Géogr. Systèm. des Grecs*) e quindi il più antico emporio del commercio dell'Oriente dal cui nome i Copti hanno formato quello di *Sofir* che essi applicano alle Indie, confondendo così la regione onde loro provenivano le merci colla città che loro direttamente le spediva.

(1) Da questo fatto vero si è dedotta una conseguenza che, a mio credere, non è giusta: si è voluto dalla più parte degli scrittori che l'arte vetraria fosse passata dai Romani ai Greci bizantini e da questi ai Veneti. Se considereremo però che i vetri descritti in questa Memoria ci mostrano come quell'arte si conservasse in Egitto durante la dominazione islamitica; se considereremo d'altra parte che Tiro all'epoca delle Crociate conservava l'antica rinomanza dai Fenicj ottenuta in quest'arte (vedi Wilhelmi Tyrii, XIII, 5; *Conf.* Plinii, *Hist. Nat.*, XXXVI, 86); che la bellezza del vetro di Tiro è vantata da Beniamino di Tudela, cap. 6; che sino al secolo XVI erano celebri le vetrerie di Hebron in Palestina, le quali sussistono tuttora, sebbene assai decadute come ne insegnano i dotti viaggiatori Robinson e Smith, *Biblical Research.*, tomo II, pag. 441, tomo III, pag. 408, verremo senza alcun dubbio nella opinione di coloro (vedi Bessolin, *Guida alle fabbriche vetrarie di Murano*), che vogliono avere i Veneti appreso quest'arte immediatamente in Egitto e nella Siria all'epoca in cui più attive eran le relazioni del loro commercio con quelle contrade, epoca che si è appunto quella in cui pare si incominciasse da essi ad esercitare tale industria che poi tanto si accrebbe nei secoli seguenti, industria che però era di già esercitata in altre contrade d'Europa, anzi della stessa Italia, sino dal secolo ottavo, specialmente nella applicazione di essa alle invetriate dipinte.

(2) Letronne ne' suoi articoli sull'opera di Wilkinson, *Journal des Savans*, nov., pag. 668. dice degli Egizj: « Ils connaissaient l'art de graver le verre et les pierres précieuses. Quel moyen employaient-ils? Etait-ce au moyen de la poudre de diamant? on l'ignore ». Quaranta poi all'occasione di alcuni monumenti in vetro del Museo Borbonico, dice che gli antichi conoscevano il modo di imprimere un basso-rilievo nell'interno di una tazza di vetro, *par le moyen d'une échoppe lorsque la matière était encore chaude* (*Mystagogue, ou Guide au Musée Bourbon*). Egli è certo che gli antichi non solo erano eccellenti nell'arte di lavorare il vetro a sottosquadra ed a trafori, genere da essi chiamato *diatretum* (vedi le note di Salmasio a Vopisco nell'*Hist. Aug. script.*, pag. 45), come ne fanno fede l'insigne tazza del Museo Trivulzio, edita nelle note all'edizione italiana della *Storia delle arti* di Winkelmann, Milano. 1779, tomo I, pag. 26 e 31, altra che si conserva nel Museo di Strasburgo (vedi *Magasin Pittoresque*, 1845, pag. 280), e finalmente un frammento di eguale natura descritto da Bossi, *Observations sur le Sacro Catino de Gènes*. pag. 107, ma di più gli antichi stessi avevan portato a somma perfezione l'arte di lavorare lo stesso vetro al tornio come la pietra, e ne sono pruova i bellissimi vasi del Museo Borbonico, siccome anche quello stato un tempo creduto di pietra, del quale fa cenno Mariette. *Traité des pierres gravées*. Erano pure abilissimi

quelli che si impiegavano a sovrapporre un fondo di vetro liscio ad un graffito o ad un disegno a colori ed oro sui vasi della stessa materia tanto frequenti ne' sepolcri pagani e cristiani (1). Ora, il primo di tali procedimenti si è appunto quello impiegato ad imprimere le leggende arabiche sui vetri sino ad ora descritti, e così al romano di stadera ed ai recipienti destinati a misure di capacità sopra accennati, imperocchè si conosce evidentemente la leggenda essere stata impressa dopo che era data l'attuale forma al vetro, e non insieme alla prima operazione, e ciò dalla forma degli orli ritondati sì ma irregolari che circostanno alle leggende, e quali risultano intorno ad un suggello di cera lacca, od intorno a qualunque materia rammollita per ricevere nel mezzo una impronta che faccia spandere irregolarmente la materia sul margine che poi raffredda in quella forma che ha preso mentre era ammollita. Nè la cosa poteva essere altrimenti, non potendosi nella prima fusione del pezzo di vetro determinarne il peso o la capacità, ma questa dovendo essere prima verificata con esperimento. Ora, se antica è in Egitto tale perfezione dell'arte vetraria che giungesse ad imprimere ad un globetto o ad un recipiente di vetro una leggenda od un basso rilievo senza alterare il peso del primo, o la capacità del secondo; se d'altra parte tanto abbondavano i vetri destinati a simili usi durante la dominazione islamitica; se alcuni di essi indicanti il peso della moneta straniera sono forse anteriori alla monetazione maomettana (2); se gli Arabi all'epoca cui risalgono questi vetri erano rozzi ed incapaci di ogni perfezionamento in fatto di arti, come non ne saremo noi indotti a sospettare che un tale uso vi precedesse la dominazione stessa?

A questo proposito addurrò un monumento, sebbene anepigrafo, da me veduto in Roma nel museo Kircheriano. Si è questo un vetro verde trasparente, reso scabro dall'azione degli acidi, siccome i vetri cufici, e quindi indubitatamente antico, che ha la forma precisa degli ordinarj pesi di merce romani, cioè quella

---

nell'arte di lavorare il vetro stesso a caldo, cioè di dargli quel grado moderato di calore necessario alla riuscita della operazione. Tutti i vetri con epigrafi cufiche improntati con questo metodo per mezzo dell'applicazione di una lamina contenente in cavo l'epigrafe, ci fanno accorti che gli antichi conoscevano a perfezione il metodo della ricuocitura (*recuisson*), metodo col quale riscaldando debitamente i pezzi già formati, si ottiene altresì una maggiore equabilità nella fusione e minore fragilità del vetro (vedi Bastenaire-Daudenart, *L'art de la vitrification*, Paris, 1828); metodo col quale si usa pure oggidì, specialmente dagli Inglesi, imprimere leggende a bottiglie ed altre suppellettili di tale materia.

(1) Vedi Buonarroti Filippo, *Osservazioni sopra alcuni frammenti di vasi antichi di vetro*, pag. III e IV.

(2) Vedi sopra, pag. 76.

di due coni troncati congiungentisi alla base per modo che l'altezza complessiva dei due coni sia minore del diametro della base stessa. Non mancano poi altri vetri di epoca romana che sembrano avere servito a pesi di monete. Tre di tal sorta inediti serbansi nell'I. R. Museo di Vienna. L'uno verdastro ha un monogramma latino che può leggersi CÆSAR (1). Un altro pure verdastro rappresenta una testa virile di fronte ed in giro l'epigrafe ΜΟΥΣΙΔΙΟΥ ΕΠΑΡΧΟΥ (2). Il terzo violetto ha due piccole teste sulla foggia di alcune monete bizantine, ed in mezzo una croce con un monogramma in cui leggo pure ΕΠΑΡΧΟΥ (3). Finalmente nella collezione di S. A. I. havvi altro vetro verdastro con monogramma simile a quest'ultimo (4). ΕΠΑΡΧΟC è la voce con cui i Greci costantemente traducono il latino *præfectus*, onde credo che quel Musidio sia un prefetto d'Egitto, del quale, che io sappia, la storia non ci ha serbato il nome. Però i titoli di Cesare e del Prefetto e il nome di quest'ultimo fanno sempre meglio sospettare che i vetri siano pesi, mentre appo i Romani, come appo gli Arabi, i nomi dei principi o quelli dei magistrati solevano segnarsi sui pesi ad indizio essere dessi fabbricati di pubblica autorità; e lo confermano i tipi simili a quelli delle monete, che sogliono segnarsi nei pesi corrispondenti per norma di quelli che debbono farne uso. Oltre il già citato, altri due vetri della raccolta di S. A. I. possono qui appartenere. L'uno ha una testa simile nell'acconciatura a quella degli imperatori bizantini, con aureola, un altro ha appena le vestigia di qualche effigie affatto abrasa. Una circostanza che difficilmente potrebbe essere effetto del caso, e che quindi mi conferma nell'opinione preconcepita, si è che questi tre vetri sono pressochè di eguale peso, mentre due di essi pesano grani milanesi 28 per ognuno; il terzo grani 30. Nella raccolta adunata dal Dottore Rüppell e da esso donata al Museo di Francoforte trovansi due vetri, l'uno colla testa di Iside, l'altro colla figura del Nilo, di lavoro, dice egli, dei tempi di Adriano (5). che hanno la forma di monete. La somiglianza di questi coi tipi delle monete alessandrine coniate nei primi secoli dell'impero, ci persuaderebbe che siano pesi, se non che tali monumenti potrebbero troppo agevolmente confondersi

(1) Vedi la Tavola III, n.° 43.

(2) Vedi la Tavola III, n.° 44.

(3) Vedi la Tavola III, n.° 45 A.

(4) Vedi la Tavola III, n.° 46. Non parmi dubbio che non abbiasi a leggere in entrambi i monogrammi ἐπαρχοῦ, mentre vi sono evidentissime tutte le lettere che formano questa voce, meno la prima, e forse il χ, nè saprei quale altra lezione proporre.

(5) Non ho veduto questi vetri che non mi furono mandati insieme al rimanente della serie (Vedi più sopra pag. 70), ma furono dal raccoglitore pubblicati nei suoi viaggi (*Reise in Abyssinien*).

colle paste, fatte ad imitazione delle gemme (1), arte in cui gli antichi erano eccellenti, come ce lo attestano gli scrittori e le paste che si sono conservate sino a noi. A distinguere tali paste dai vetri destinati ad uso di peso, ci porge non fallace criterio l'orlo irregolare risultante dall'impressione del tipo. Nelle imitazioni delle gemme destinate ad anelli un tale orlo sarebbe un difetto, anzi tradirebbe l'oggetto di imitazione per cui eran fabbricate (2). In vece abbiamo veduto che è indispensabile nei pesi. Un monumento di epoca romana ci porge pure un lavoro simile a quello dei vetri arabici per misure di capacità. Si è questo un picciol vaso che ha in rilievo una figura colla leggenda *Victoria Augustorum* (3). Una tale impressione non può essere prodotta dal caso che abbia posto una moneta accanto al vetro riscaldato, come sospettò l'editore di esso, che non pose mente dovere in tal caso l'iscrizione riuscire a rovescio. Essa ci è quindi novello testimonio dell'arte degli antichi in tal genere di lavori, e forse anche l'impronta servì qui pure ad indicarne l'uso di misura di capacità pei fluidi. Omessa anche una tale congettura per chi la credesse troppo arrischiata, dirò che i pochi vetri che sospetto essere pesi (4), indicano per la più parte col titolo di ἔπαρχος, Prefetto (titolo speciale dei reggitori dell'Egitto), e così colla loro provenienza, una origine egizia, mentre d'ordinario i pesi romani, e così quelli dei Greci a noi pervenuti, sono in terra cotta, in metallo ed in pietra. Risalendo quindi all'epoca del regno egizio indipendente (giacchè non mi è noto monumento di questo genere che possa riportarsi all'epoca tolemaica) le diverse professioni rappresentate sui monumenti egizj ci danno a divedere che i pesi dei metalli, i quali non già ridotti in moneta, ma bensì nella forma di anelli, servivano alla contrattazione (come vedremo qui appresso), avevano la forma di animali, scorgendosi in uno dei piatti della bilancia i mentovati anelli, e nell'altro le figurine di animali, cioè del bue, della gazella e della rana (5). La rappresentazione non ci fornisce indizio onde

(1) Quanto fosse comune l'uso di tali paste di vetro per anelli ce lo dice Plinio XXXV, 20.

(2) Infatti Mariette (*Traité des pierres gravées*), il quale assai dottamente si è occupato intorno al modo con che gli antichi imitavano le gemme incise a rilievo con paste di vetro fuse, osserva che era loro d'uopo passarle poscia sulla mola onde toglierne il bordo. Tomo I, pag. 216.

(3) Cavlus *Recueil*, tom. III, pag. 307. Pl. LXXXIII.

(4) Fra i vetri tuttora inediti del Museo Nani di Venezia havvi una pasta nera opaca con due teste nude guardantisi, simili nello stile alle monete del primo secolo dell'impero. Il vetro però ha due fori verticali paralleli in tutto il suo diametro, il che può farci credere che fosse destinato ad altro uso.

(5) Vedi Rosellini, *Monumenti Civili*, tomo II. pag. 286, tomo III, pag. 188.

congetturare di quale materia fossero queste figurine, ma egli è certo, come ho già notato di sopra, che se ne trovano in vetro nelle raccolte egizie (1). Forse queste figurine erano in origine col loro peso in oro od in argento, rappresentanti del valore degli animali stessi. Una tale congettura sarebbe avvalorata dalla figura del bue, e fors'anco della gazella, non così da quella della rana; e ce ne persuaderebbe pure l'analogia dei nomi antichissimi della moneta presso i Greci ed i Latini, derivati essi pure da quell'animale il più utile di tutti all'agricoltura ed al vitto dell'uomo. Se poi consideriamo non essere improbabile che oltre queste figurine destinate a pesare i metalli che tenevano luogo di moneta gli Egizj avessero, come le altre nazioni, altro ordine di pesi per le merci (2), non avremo difficoltà a conghietturare che la palla di vetro di cui abbiamo fatto cenno qui sopra, descritta da Wilkinson, abbia ad annoverarsi in questa classe. Essa porta iscritto in cartello geroglifico il nome del re Amuneitgouri della XVIII dinastia, e serba quindi la più perfetta analogia, sia per la forma, sia per la leggenda, coi vetri cufici dei califfi, e ci sarebbe testimonio dell'origine di questi pesi anteriori ad un'epoca che di circa due mila anni precedette l'E. V. (3).

A vie meglio dimostrare la probabilità di tale antico uso del vetro appo gli Egizj, non sarà inopportuno l'indagare per quale motivo preferire lo potessero alle materie ordinariamente a tal uopo impiegate dalle altre nazioni, quali sono i metalli, l'argilla, la pietra. Una bene evidente parmi scorgerne nella qualità che ha il vetro, che, segnato desso una volta con una determinata impronta, non si può, se non se da chi possegga il modo di rinnovare l'impronta, diminuirne il peso senza visibile frattura, o senza che la superficie ne indichi di essere stata intaccata. Lo stesso non avviene nei pesi di metallo e di pietra

(1) Cailus, *Recueil, etc.*, tomo III, Pl. LXXXII, n.° 3, ha pubblicato la figura di una antica rana in vetro, lunga due pollici e sette linee, e larga due pollici.

(2) Vedi Hoselini, *Monumenti Civili*, tomo III, pag. 186, Tavola LII.

(3) Sarebbe poi inutile osservare a questo proposito che se i pesi tutti degli Arabi, a differenza di quelli delle età precedenti, sono scevri da qualunque rappresentazione di figure, dobbiamo in ciò vedere l'applicazione di quello stesso principio religioso per cui essi d'ordinario diedero bando alle figure dalle loro monete. Sebbene sia ora dimostrato che le più antiche monete degli Arabi ebbero figure, lo è del pari, che avendo alcuni rigidi Musulmani disapprovato tale costumanza, siccome contraria alle prescrizioni di Maometto, l'uso ne fu affatto abbandonato sino a che dopo quattro secoli alcuni principi musulmani di origine turca le introdussero di nuovo nelle monete (Makrisi, *Hist. Mon. Arab.*: *Monete Cufiche*, pag. LIII e segg.). Tutto ciò rende ragione del perchè non ne vediamo neppure nei pesi dei Maomettani, e perchè il romano di stadera in vece della figura colle braccia troncate (*aquitas*), come era effigiato dai Romani stessi, sia in vece nella nuda forma di cono troncato.

che, sminuiti colla lima od altrimenti, si possono nuovamente forbire o ripulire senza alterarne l'impronta. In questo modo il vetro offriva una guarentigia che non poteva ottenersi nè dagli altri pesi nè dalle monete, e quindi si rendea singolarmente acconcio alla verificazione che si aveva in mira. Sarebbe piuttosto a muoversi dubbio se possa bene accertarsi il peso del vetro in modo che prenda quella determinata forma che si vuol dargli, senza che la prima fusione e seguente raffreddamento, nè il nuovo calore che conviene fargli concepire, onde segnarvi l'impronta, vi portino alterazione (1). La prima difficoltà non sussiste, dappoichè i vetri cufici hanno una forma affatto irregolare, quale risulta dalla fusione; quanto alla seconda, il grado di calore necessario a segnarvi l'impronta non può alterarne notabilmente il peso. D'altra parte poi le stesse difficoltà si riscontrano pure nel determinare il peso delle monete fuse, e l'effetto ne fu di già avvertito dai dotti editori dell'*Æs grave* (2), e aggiungerò ancora che si riscontrano in quelle coniate col metallo riscaldato, come usavano gli antichi, il che si vedrà in appresso. Così i Cinesi, i quali non solo incominciarono, siccome i Romani ed altre genti italiche, la loro moneta colla

---

(1) Una tale obbiezione era stata mossa da De Sacy: « Toutefois je ne pense pas qu'on puisse obtenir par la fonte des étalons de poids en verre d'une justesse rigoureuse ». Vedi *Journ. des Savans, mars* 1823, pag. 138.

(2) *Abbiamo, dicono quei dotti scrittori, in mano troppo certe prove della grande insufficienza o trascuranza dei fonditori di quella prima età*, pag. 40. Giova però l'osservare che nella verificazione del peso dell'*æs grave* romano militano anche altronde difficoltà assai maggiori che non in quella delle altre monete, perchè, oltre la natura del metallo più soggetto alla ossidazione che nol siano l'oro, l'argento e lo stesso bronzo coniato, abbiamo il fatto che l'*æs grave* e i suoi spezzati in proporzione passarono dal peso di una libbra a quello di un'oncia senza che vi siano note croniche sulle monete che ci avvisino dell'epoca delle diminuzioni successive di esso. La sola indagine però che sembrerebbe nulladimeno potersi fare con qualche fiducia si è quella del massimo suo peso. Ora questo si avvicina, secondo gli stessi scrittori, alle oncie 11 attuali romane e mai non le raggiunge, il che potrebbe conciliarsi assai bene coi dati che abbiamo stabiliti di sopra, mentre sarebbe deficiente fra $1/17$ ed $1/22$. Però nella dotta opera del Dottor Achille Gennarelli (*La moneta primitiva e i monumenti dell'Italia antica*. Roma, 1843) trovansi più particolarmente esposti i pesi delle monete romane di bronzo fuse, ad esso lui forniti dal Padre Tessieri, uno degli editori dell'*Æs grave*. Ora, fra questi troviamo bensì gli assi di oncie $10\ 3/4$ e di $10\ 5/8$, ma troviamo pure la moneta romana col segno di oncia che pesa quanto l'oncia attuale romana. Ne segue che questa moneta ci indichi una libbra antica notabilmente maggiore di quella stabilita sugli altri dati discorsi di sopra, mentre la libbra attuale romana è 339,344 del sistema metrico, quando in vece l'antica sta fra 326,337 e 330,480 dello stesso sistema. Un tal fatto quindi conferma appieno l'osservazione citata in principio di questa nota relativa all'incertezza del peso di quelle antiche monete fuse.

fusione, ma per quella tenacità colla quale si arrestano ai loro primi trovati senza volere perfezionarli, usano tuttavia sole monete di rame fuso, debbono in gran parte ripetere gli imbarazzi del loro sistema monetario, dalla impossibilità di ottenere il giusto peso nella moneta fusa, impossibilità che rendendo vario il peso della moneta di eguale valore nominale, fornisce largo campo agli speculatori nella rifondita, con un lucro di tanto maggiore, quanto la mancanza di moneta coniata in metalli nobili, e la conseguente più attiva circolazione del rame vi rende la moneta di quest' ultimo metallo più importante di quello che lo sia in Europa (1). Se però questi fatti ci fanno conoscere il motivo per cui le altre nazioni, tranne la Cinese, abbandonassero la moneta fusa per sostituirvi la coniata, tosto che conobbero il procedimento del conio, non tolgono già che la fusione non dovesse essere il modo primitivo della formazione dei pesi come il fu delle monete. Non è quindi meraviglia se a malgrado delle difficoltà che presenta alla precisa determinazione del peso una materia di fusione, dessa venisse a tal uopo prescelta dagli Egizj avanti che avessero moneta, e tanto più se offriva il vantaggio grandissimo che ho di sopra accennato (2). Al quale proposito giova pure aggiungere come Mongez abbia dimostrato che in tempi meno remoti, quando la bellezza delle monete greche e romane era giunta all'apice, gli antichi continuassero ad usare la fusione, onde ottenere molto rilievo, compiendone poi la riuscita per mezzo del conio, e riscaldando previamente di nuovo il metallo, il che, come osservai di sopra, si è appunto il procedimento impiegato nella confezione dei vetri. Tale metodo ha l'inevitabile inconveniente di una somma difficoltà nella determinazione del peso del pezzo

(1) E tanto più dappoichè il governo non aggrava il valore nominale della moneta colle spese di fabbricazione. Però con un metodo possibile soltanto in un impero tanto vasto, tanto segregato dal resto del mondo, e in cui la moneta è di tanto difficile trasporto, il governo stesso mantiene, o piuttosto si attenta di mantenere in equilibrio il prezzo del rame con quello della moneta coll'emetterne o ritirarne all'uopo, il che d'altra parte non gli è difficile, perchè unico posseditore delle miniere, e perchè le sue entrate superano le spese (Vedi *Mémoires concernant les Chinois*, tomo IV, pagg. 510, 511 e 512). Merita l'attenzione dell'economista questo metodo praticato già anticamente alla Cina, perchè combina con quello imaginato da J. B. Say (*Traité complet d'Économie polit.*, tomo I, pag. 417), per tenere la moneta in tale proporzione col valore del metallo che il governo venga ad essere rimborsato delle spese, e così pure con quello imaginato da Ricardo (Vedi Say J. B., ivi, tomo I, pag. 486), per tenere in un valore costante la carta monetata.

(2) Si aggiunga anzi che siccome gli Egizj, a malgrado dei progressi grandissimi che avevano fatti in molte arti, pare ignorassero l'uso degli stromenti di ferro, almeno nella più remota antichità, erano loro impossibili quei processi, mercè i quali i moderni ottengono la precisione del peso nei campioni e nelle monete tratte da lamine battute.

(flan) che deve essere abbozzato nella fusione, non solo in una forma ritondata, ma altresì col rilievo di quello che deve rappresentare. Il citato scrittore riuscì con questo metodo a produrre monete affatto eguali alle antiche, e con un rilievo che col solo conio, senza i sussidj della moderna meccanica, certamente non potrebbesi ottenere (1). E pure un tale procedimento era usato non solo nelle medaglie propriamente dette, ma anche nelle monete di metallo fino, destinate all'ordinaria circolazione, e ciò sino a Costantino (2). Se poi cessò dopo di quell'imperatore la mancanza del laminatojo (3) e dei perfezionamenti introdotti nelle zecche moderne, dovevano tuttora mantenere la necessità di una tolleranza nel peso assai maggiore dell'attuale (4).

Una tale osservazione può essere corroborata dall'impossibilità di riconoscere la tosatura nelle monete antiche a margine incerto, e dall'imperfetto metodo di pesare, non avendo gli antichi conosciuto la bilancia stabile ed a molla, ma pesando essi colle mani (5). Se d'altra parte la difficoltà di precisare il peso del vetro non era maggiore di quella che incontravasi in simile processo per la moneta fina, non dovevano le accennate difficoltà bilanciare i vantaggi che offriva il vetro, e non il metallo, di non potere essere scemato di peso senza che ne porgesse non fallaci indizj. Anzi, assai maggiore difficoltà doveva incontrarsi nel riscaldare il vetro di un recipiente, a segno di imprimere ad una piastrella

---

(1) *L'art du monnoyage* nel tomo IX, *Acad. des Inscriptions*.

(2) Mongez, ivi. Però le più antiche monete cufiche in oro, quale è quella del Gabinetto Milanese dell'anno 77 dell'Egira (*Monete Cufiche*, n.° 1), ci danno a divedere essere state desse coniate coll'antico metodo misto, non si saprebbe perchè ridestato dagli Arabi, o forse conservato, perchè tuttavia in uso presso le altre nazioni orientali. Ha già avvertito Fraehn (*Recensio*, pag. 541) che tale uso si conservò sino al secolo XIV nelle monete di rame di Gelaleddin Mankberni Sultano del Kharizm, che sono evidentemente fuse. Lo stesso scrittore aggiunge trovarsene assai in Georgia, regno che fu per breve tempo conquistato da quel principe. Ho veduto io stesso alcune di quelle monete nel Museo *De Propaganda Fide* in Roma, ed una ne ha di recente acquistato il marchese Trivulzio, e tutte sono fuse e di forma affatto irregolare.

(3) Questo istromento fu introdotto in Francia sotto Enrico II (Vedi Biot, *Journ. Asiat., mai* 1837, pag. 442, *nota*).

(4) Se in Francia ai nostri giorni gli speculatori profittarono della varietà del peso sui pezzi di cinque franchi emessi dalle tante zecche di quel regno, facendo correre voce che si fondessero per trarne l'oro rimasto unito all'argento in epoca della fusione delle argenterie delle chiese, e ciò onde non destare l'attenzione del governo sulla negligenza delle zecche, quale non dovea essere la tolleranza nelle epoche e nelle circostanze di che discorriamo?

(5) La legge prescriveva il modo in che si avevano a tenere le dita nel pesare (Vedi *Cod. Just.*, lib. X, tit. 71, l. 1.ª; *Cod. Theod.*, lib. XII, tit. 7, l. 1.ª).

ad esso aderente al di fuori od al manico di esso, una leggenda senza alterarne la capacità, che non a fissare il peso degli altri vetri di forma indeterminata; e pure quella operazione eseguivasi comunemente in Egitto durante la dominazione dei califfi.

Si consideri ora che gli Egizj dovevano mettere tanto maggiore importanza ad impedire l'alterazione dei pesi, in quanto che non avendo essi moneta coniata, ne dipendeva onninamente la sicurezza delle contrattazioni. E qui innanzi conchiudere ci conviene mettere in chiaro due punti importanti della storia numismatica e commerciale d'Egitto, punti che, come abbiamo di già veduto, si collegano alle indagini intorno alle quali siamo occupati. Il primo si è che gli Egizj non ebbero moneta nazionale avanti la dominazione persiana. 2.° Che essi non per questo meno ne convenivano colle altre nazioni nell'attribuire ai metalli nobili l'universale rappresentanza del valore della merce.

Quanto al primo punto, giova osservare che nei tanti monumenti sino ad ora raccolti od esaminati dai viaggiatori in Egitto, non si è mai trovato indizio di una moneta più antica dell'invasione di Cambise. Nelle dipinture e bassi rilievi rappresentanti le diverse arti non si è mai trovata quella dello zecchiere. Nelle necropoli, ove abbondano gli oggetti d'ogni natura che circostavano al defunto nella sua vita, non si è mai trovata una moneta. Egli è ormai certo essere falso quello che fu un tempo asserito, cioè che siano state trovate nella bocca delle mummie monete d'oro, erronea opinione, cui diedero occasione alcuni idoletti di lamina d'oro che realmente trovaronsi in tale posto nelle mummie stesse. Così nessuno scrittore fa giammai menzione di moneta egizia avanti l'epoca sovramentovata, se non se Diodoro (1), il quale riferisce la pena che vi si infliggeva ai falsarj di moneta. Ma un tal brano non esige già che vi fosse moneta nazionale, potendo i falsarj falsificare il metallo che vi avea corso di moneta, od anche la moneta straniera che avesse cominciato ad aver corso negli ultimi periodi dell'indipendenza egizia (2). Infine, val meglio d'ogni altro argomento la già accennata rappresentazione degli anelli di metallo in luogo di moneta sui piattelli delle bilancie nelle grotte di Beni-Hassan ed a Tebe (3), onde l'anello ha

(1) *Biblioth.* lib I, § 78.

(2) E tanto più dappoichè quello scrittore di tarda età, rispetto al periodo dell'indipendenza egizia, non accenna all'epoca in cui fosse emanata quella legge, siccome pure le altre da lui ivi accennate.

(3) Rosellini, *Monumenti civili*, tomo II, pag. 284 e 286. Nei sepolcri di Karnac e di Tebe vedonsi, in un trionfo ivi rappresentato, uomini negri e bianchi portare in offerta tronchi di ebano e d'avorio, condurre animali e portare anelli d'oro e d'argento (Vedi l'art. del *Journ. des Savans* sui *Viaggi di Hoskins, sept.* 1844, pag. 563).

acquistato nella scrittura geroglifica il significato di peso. Si aggiunga che, al dire di Rosellini stesso, nel Sennaar, e nelle contrade vicine poste al mezzodì dell'Egitto, le verghe e gli anelli d'oro non improntati sono tuttora l'ordinaria moneta (1).

Nè avremo di che meravigliare se gli Egizj passarono tanti secoli in istato di civiltà senza avere moneta improntata, ove consideriamo che i Cinesi sono tuttora alla stessa condizione quanto ai metalli nobili; che Roma non conobbe altra moneta fuorchè quella di bronzo sino oltre la metà del quinto secolo dopo la sua fondazione; che gli Ebrei non ebbero moneta propria avanti il regime dei Maccabei (2); che in fine non vi ha nei musei moneta alcuna che risalga all'epoca dei secoli più gloriosi dell'impero egizio, come non vi ha sicura traccia appresso accreditati scrittori di tanto antica origine della moneta effigiata, sia coniata, sia fusa. Che poi durante la dominazione persiana si incominciasse a fabbricare moneta in Egitto, egli è un fatto che vien narrato da Erodoto. Dic'egli che Ariande, costituito da Cambise governatore di quel reame ridotto in provincia dell'impero persiano, aspirando all'indipendenza e volendo emulare Dario suo signore, che bramoso di lasciare di sè una memoria di cosa non mai eseguita da alcun altro re aveva emessi i Darici in oro, così detti dal suo nome (3), facesse in vece coniare in Egitto moneta d'argento detta parimente dal suo nome Ariandica. La purezza del metallo di questa moneta fece sì che il nome di Ariandico si conservasse presso i Greci sino all'età romana ad indicare l'argento più puro (4). L'esplicita dichiarazione del padre della greca istoria, non che la celebrità che ottenne il nome di Ariande applicato all'argento, confermerebbero nel modo più solenne, ove ne fosse d'uopo, che gli Egizj non aveano moneta propria avanti il di lui governo, come d'altra parte ci rende certi che la moneta di che fu sì ricco l'Egitto sotto la dominazione tolemaica vi avesse di già incominciato all'epoca della dominazione persiana. Questa seconda parte sarebbe forse confermata dal testimonio di una moneta d'argento stata ritrovata nelle rovine di Memfi, pubblicata da Rüppell, che ha tipi somiglianti a quelli

(1) Ivi, tomo III. pag. 189.

(2) Dopo le belle osservazioni di Cunringio (*Paradoxa*) e di Bayer (*De Nummis Hebreo-Samaritanis*) un tale fatto non è più argomento di controversia fra gli eruditi.

(3) Lib. IV. § 166. In vero, lo scoliaste d'Aristofane seguito dai lessicografi greci vuole che l'autore dei Darici sia in vece un altro Dario più antico, il quale altri essere non potrebbe se non se il Dario Medo di Daniele, che però non è mai indicato con questo nome dagli scrittori greci. Comunque sia di questa circostanza, l'autorità dello scoliaste non potrebbe mai mettersi a confronto con quella di Erodoto di epoca tanto vicina al fatto.

(4) *Pollux in Onomastico.*

delle persiane, cioè una trireme, ed una iscrizione consunta che parve geroglifica a Rosellini ed allo stesso dotto viaggiatore, il quale però di poi, forse con miglior ragione, la sospettò fenicia (1). Checchè ne sia di ciò, si potrebbe da taluno col fatto della moneta coniata in Egitto durante la dominazione persiana, tolemaica e romana tentare di infievolire l'argomento per noi dedotto dalla mancanza di monete in quelle necropoli, osservando che se non ne troviamo nelle tante sepolture continuate nell'antico stile durante quelle dominazioni (come egli è ormai sufficientemente dimostrato dai moderni eruditi), mentre abbondava in Egitto la moneta, invano accamperemo il fatto della mancanza di essa nelle necropoli, in prova che non se ne fabbricasse nel preceduto periodo di indipendenza. Un tale argomento è assai specioso, ma se considereremo d'altra parte quanto gli Egizj fossero tenaci di loro antiche costumanze, a malgrado delle loro forzate relazioni colle genti straniere, e della stessa loro sudditanza da esse continuata per secoli, troveremo in vece che se in epoca più tarda esclusero dalle loro necropoli le monete che avean corso presso di loro, le esclusero appunto perchè erano di introduzione straniera, in quel modo medesimo che nei loro monumenti e nelle arti loro mantennero l'antico stile con tale scrupolo che vi volle tutta la perseveranza delle ricerche degli eruditi europei onde trionfare della opinione profondamente radicata ed a lungo continuata anche dopo l'edizione della famosa descrizione francese dell'Egitto, che attribuiva tutti indistintamente all'epoca faraonica i monumenti delle successive epoche persiana, greca e romana.

Se però egli è certo che gli Egizj non ebbero moneta propria avanti la dominazione persiana, non ne è per questo meno certo che i metalli nobili vi erano, siccome altrove, sino da epoche antichissime l'ordinario rappresentante d'ogni valore. Se alcune nazioni giunsero ad un grado elevato di civiltà senza che adottassero tale principio nelle loro relazioni interne ed esterne, si furono quelle che per la loro posizione geografica trovavansi affatto segregate dal rimanente del mondo incivilito, sia poi che quella divina scintilla della civiltà fosse nata fra di esse, sia che d'altronde importata, fosse cessato l'effetto delle circostanze che ne avevano prodotto l'importazione. Se tale fu il caso dei due grandi imperj d'America, se il fu forse un tempo della Cina, non fu mai per certo quello dell'Egitto. Se le sue peculiari istituzioni, comunque siano nate, tendevano ad isolarlo dalle altre genti, pure non impedirono, nè attesa la geografica sua posizione impedir potevano, che non si trovasse a continuo contatto con esse, di che fanno concorde testimonianza la Bibbia, i più antichi

(1) Vedi *Reise in Abyssinien, II Th.*, s. 429.

ricordi della storia profana e gli stessi antichissimi monumenti della nazione. Non poteva dunque non avvenire che le necessità del commercio non vi introducessero di buon' ora quel valore dei metalli che sino dalle più antiche epoche istoriche troviamo stabilito fra le vicine nazioni degli Ebrei, dei Fenicj, degli Assirj, dei Babilonesi. E valga per tutti intorno a quest' ultimo punto il fatto di Abramo, dal quale appare come di già in quell'epoca remotissima un certo peso d' argento, che solo assai secoli da poi fu dagli Ebrei figurato in moneta, rappresentasse il valore delle terre. Il fatto poi di Giuseppe, di tanto poco posteriore a quello d'Abramo, ci mostra il commercio che le nazioni d'Oriente sin da quell'epoca remota esercitavano coll'Egitto. A tutto ciò si aggiunga la pruova diretta di sopra mentovata, fornitaci dai monumenti egizj, pressochè coevi ai fatti summentovati, monumenti dai quali risulta come gli anelli di metallo fossero ordinario prezzo della merce.

D' altra parte, le complicate relazioni di commercio interno di un impero tanto esteso, quanto lo è quello della Cina, non che quelle che da alcuni secoli esso mantiene coll'estero, e che hanno da pochi anni preso sì grande aumento, ci fanno accorti come il commercio possa esercitarsi su di una grande scala per mezzo della rappresentazione attribuita al metallo lino, senza che questo sia ridotto in moneta segnata di nazionale autorità. Così pure nei secoli di mezzo, quando l' attività commerciale e d' industria delle repubbliche italiane andava loro preparando una splendida era di prosperità, la varietà delle monete e l' adulterazione che se ne faceva dagli stessi governi avevano fatto ritornare il commercio al primitivo metodo di contrattare il metallo a peso, sia in pagliuzze d' oro, sia in verghe di questo e dell'altro meno prezioso metallo (1). Nè sarebbe difficile rinvenire altri esempj simili nella storia del commercio. Ogni qual volta i governi nelle angustie create da intestine turbolenze, o da guerre esterne, avvisano al rovinoso bensì, ma troppo facile spediente di alterare l'intrinseco della moneta, ne viene che, perduta la fede nell' impronto di essa, ritorni allo stato primitivo di metallo. Anzi un consimile effetto avviene pur anco ogni qual volta l'imprevidenza di un governo non sa accordare le tariffe delle monete col valore che l'opinione dei nazionali e dei popoli

(1) Vedi per le pruove di questo fatto Cordero di S. Quintino, *Delle zecche e delle monete degli antichi marchesi della Toscana*, pag. 66, e *Cenni intorno al commercio dei Lucchesi*, ec., pag. 40, 41, dello stesso. Così pure narra Makrisi nella sua *Descrizione dell' Egitto* che al tempo del Califfo Mostanse in vece di monete d'argento si usavano le raschiature القراضه (ramenta) d'oro, e che quel Califfo introdusse di nuovo la disusata moneta d'argento. Vedi De Sacy, *Chrest. Arab.*, tomo II, pag. 145.

limitrofi, o di quelli coi quali la nazione è in più attivo commercio, attribuisce ai metalli. Tutti questi fatti ci danno chiaramente a divedere che se egli è un gran benefizio pel commercio e per la tutela dei diritti privati che la rappresentazione dei valori sia attribuita alla moneta anzichè al metallo non monetato, pure una tale condizione non è assolutamente indispensabile ai progressi dell'industria e della civiltà, potendo anzi l'abuso che i governi fanno della moneta, od anche l'imprevidenza loro, produrre quei danni che non sarebbero nella diretta contrattazione per metalli. Non è dunque meraviglia se gli Egiziani ed i Cinesi hanno raggiunto un punto elevato di civiltà senza avere una moneta fina nazionale.

Stabilito così, se male non mi appongo, il modo in che si commerciava dagli antichi Egizj, ne segue che era per essi di altissima importanza l'avere istromenti atti alla non fallace verificazione del peso dei metalli. Se presso tutte le nazioni civili un tale oggetto fu riputato di grande importanza, di quanto maggiore non doveva esserlo presso una nazione che contrattava a metalli e non a moneta? Non potevano adunque gli Egizj fare migliore uso della scoperta, mercè la quale imprimere ad un pezzo di vetro una impronta senza alterarne il peso o la capacità, che non di volgerla ad assicurare l'effetto dello stabilito sistema di pesi e di misure. Chi non conosceva questo non facile procedimento, non poteva alterare nè gli uni nè le altre senza lasciarne evidentissima traccia, nè offrivano eguale guarentigia i metalli, nè le altre materie comunemente adoperate allo stesso uso. Tale motivo ci svelerebbe la ragione per cui gli Egizj da epoca antichissima avessero adoperato il vetro agli usi di peso e di misura, usi che avrebbero continuato sotto le susseguitesi dominazioni straniere, durante l'impero delle quali si sarebbero di là propagati in quelle altre contrade nelle quali ne abbiamo scorte le tracce, contrade tutte che, sebbene ad epoche diverse, furono in contatto di comune sudditanza coll'Egitto, poichè questo ebbe perduta la sua antica indipendenza.

## CATALOGO E DESCRIZIONE DEI VETRI CUFICI

DEI QUALI HO FATTO CENNO IN QUESTA MEMORIA.

*N.* 1. *Verde.*

| | |
|---|---|
| امر اسا | Ha ordinato Asa- |
| مه بن زيد | mah figlio di Zeid |
| بميزن لاينر | il peso del dinar |
| واف | di giusto peso. |

(Pubblicato nella *Descrizione delle monete del Museo Mainoni*, Tavola II, n. 5, ora nel Gabinetto Numismatico di Milano; pesa grani 82.)

Asamah figlio di Zeid fu Prefetto del tributo d'Egitto durante i califfati di Valid e di Soliman fra gli anni 86 e 99 dell'Egira (705 e 717 dell'E. V.). Vedi Assemani. *Catal. della Bibl. Naniana*, Parte II, pag. 414.

*N.* 2.

| | |
|---|---|
| امر حيان | Ha ordinato Haian |
| بن سريج | figlio di Serige, |
| ميزان لاينر | il peso del dinar |
| واف | di giusto peso. |

(Pubblicato da Pietrazewski, *Numi mohammedani*, Tab. XI, n. 371.)

Haian figlio di Serige fu Prefetto del tributo d'Egitto durante il califfato di Omar figlio di Abdolaziz fra gli anni 99 e 101 dell'Egira (717 e 720 dell'E. V.). V. Makrisi. *Descrizione dell'Egitto*, manoscritto arabo della Biblioteca Ambrosiana.

*N.* 3. *Verde.*

| | |
|---|---|
| بسم الله | Nel nome di Dio |
| امر عبدا | ordinò Abd- |
| لملك بن يزيد | olmelec figlio di Jezid |
| بمثقال لاينر | il peso del dinar |
| واف | di giusto peso. |

(Nel Museo di S. A. I. R. il Principe Vicerè; pesa grani 83.)

Questo vetro ha una iscrizione anche dall' altra parte. L'artefice, per imperizia, l' ha fatta riuscire al rovescio (1), come accade talora di osservare anche nelle monete.

L' iscrizione è la seguente:

In mezzo صنعه lo fabbricò
كيل alla giusta misura.

In giro علي يدي محمد بن بيض . . . . . sotto la direzione di Mohammed figlio di Baidh.

Abdolmelec figlio di Jezid governò l' Egitto durante il califfato di Abu'l Abbas es Saffah primo degli Abbasidi, fra gli anni 132 e 136 dell' Egira, 749-754 dell' E. V. (2).

Il nome poi di Mohammed figlio di Baidh deve essere quello del Prefetto del tributo d'Egitto (3). Finalmente un guasto nel vetro c'impedisce di leggere un terzo nome, che è quello del fabbricatore, che pare sia م ل M..l.. forse Micail. La voce كيل (in vece di كيلا, giusta l'uso degli antichi Arabi che omettono le lettere servili) vuol dire *alla giusta misura*, ed è impiegata nell' egual significazione da Makrisi (*Hist. Mon. Ar.*, p. 58) che chiama دراهيم الكيل i *dirhem di giusto peso, ad normam.*

*N.* 4.

مثقال دنر عمل بامر الحاكم بامر الله امير المومنين

Questo è il peso del dinar che fu fatto per ordine di Hakem beamrillah principe dei credenti. (Del Museo già Borgiano, ora *De Propaganda Fide* in Roma.)

La leggenda è parte nel centro e parte in giro. Mancano le lettere servili alle due prime voci con esempio tanto meno frequente quanto è di epoca più tarda il monumento che spetta ai Califfi Fatemidi ed al secolo V dell'Egira. Però anche nel numero seguente, di epoca vicina a questo, manca la lettera servile nella prima voce.

---

(1) Onde si scorga meglio la verità di quanto asserisco, ho fatto disegnare il rovescio del vetro come sta, indi lo stesso rovesciato e reso così leggibile.

(2) Vedi *Notices et extraits des manuscrits de la Bibl. du Roy*, tomo I, pag. 278; Elmacin, *Hist. Sarac.*, pag. 94; Makrisi, *Descrizione dell'Egitto*, manoscritto arabo della Biblioteca Ambrosiana.

(3) Le provincie dell' impero dei Califfi erano rette da un Emir ossia Governatore e da un Prefetto del tributo cui spettava anche il sopraintendere alla fabbricazione dei pesi e delle monete. Nei vetri precedenti abbiamo trovato i soli nomi dei Prefetti del tributo. In questo come in alcuni altri troviamo altresì quello del Governatore. Più tardi troveremo in vece di entrambi quelli dei principi.

*N.* 5. *Verde trasparente.*

| | |
|---|---|
| الامام طاهر | L'imam Dhaer |
| لاعزيز دين الله | leaziz din illah |
| امير المومنين | principe dei credenti. |

In giro = la solita professione maomettana della setta di Alì.

| | | |
|---|---|---|
| Nel rovescio | مثقل | miteal |
| | عمله سنه اثنتي | fabbricato l'anno secondo |
| | عشر واربع | decimo, e quattro |
| | مايه | centesimo. |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 84.)

La voce *miteal*, مثقل per مثقال, che abbiamo veduto qui sopra avere indicato in genere un peso, *sacoma*, e che è usata ad indicare peso nel Corano, divenne in appresso distintivo del peso del dinar d'oro, come scorgesi appresso Makrisi e come viene confermato da questo vetro. La conservazione ne è grande nel diritto, non così nel rovescio.

*N.* 6. *Verde trasparente.*

| | |
|---|---|
| مما امر | Per ordine |
| به عبيدا | di Obeidal- |
| لله بن الخبحبا | lah figlio di el Khabkhab. |
| ب مثقال | peso |
| نصف واف | di un mezzo (dinar) di giusto peso. |

(Del Museo Palagi; pesa grani 42.)

Obeidallah, figlio di el Khabkhab, fu Prefetto del tributo d'Egitto sotto il califfato di Heseiam figlio di Abdolmelec (105-125 dell'Egira, 724-743 dell'E. V.). Vedi *Mon. Cuf. del Museo Milanese*, pag. 248. La voce نصف, *nosf*, indica *mezzo*. che poi tal voce isolatamente presa si riferisca alla metà del dinar, ciò si raccoglie dai mezzi dinar d'oro, nei quali dessa è il nome della moneta senza altro aggiunto. Così in una moneta d'oro dell'anno 100 dell'Egira, 718-19 dell'E. V., del Museo di S. A. I., che pesa grani 40, leggesi بسم الله الرحمان الرحيم ضرب هذا النصف سنة مبه. *Nel nome di Dio misericordioso clemente fu coniato questo mezzo l'anno centesimo.* In vece nei vetri ove si tratta di *mezzo fels*, la voce *fels* è aggiunta. Vedi qui appresso il N. 13.

*N.* 7. *Verde scuro.*

| | |
|---|---|
| بسم الله | Nel nome di Dio |
| المقدر امير | el Moctader (manca la lettera ت) Principe |
| المومنين مثقا | dei credenti, peso |
| ل نصف و | di un mezzo dinar di giusto |
| اف | peso. |

Dall' altra parte:

In mezzo المومنين dei credenti.

In giro manca la maggior parte dell' epigrafe, perchè l' impressione è fatta fuori di centro, rimangono però le lettere صح واصح. *Sah* vuol dire *intiero, autentico.* In egual modo questa voce è usata tuttodì per indicare l' *autenticazione* dei documenti, e محل صح, *Mohal sah*, vale quanto *luogo dell' autenticazione*, o come noi diremmo, *luogo del sigillo* (Museo di S. A. I.; pesa grani 41) (1).

Il califfo Abbasida Moctader, il cui nome non è dubbio che hassi a leggere su questo vetro quantunque per isbaglio vi manchi la lettera ت *te*, regnò dal 295 al 320 dell'Egira, 908-932 dell' E. V. Verso la fine del di lui regno l'Egitto, che era stato soggetto alla dinastia dei Tulunidi, era ritornato sotto l'immediata dipendenza dei califfi Abbasidi. Però questo vetro a differenza dei precedenti ci presenta il nome del califfo in vece di quelli dei prefetti del tributo che abbiamo veduto qui sopra. Tale uso continuò costantemente durante la dinastia dei Califfi Fatemidi, dei quali trovansi i nomi sui vetri dell' epoca susseguente.

*N.* 8.

| | |
|---|---|
| مما امر به الا | Per ordine dell' E- |
| مير الحجاج بن يو | mir Hegiag figlio di |
| سف وزن در | Jussuf, peso del dir- |
| هم واف | hem di giusto peso. |

(Pubblicato da Pietrazewski, *Numi Mohamm.* n. 370, che ne ha dato diversa interpretazione.)

---

(1) Nello stesso Museo trovasi un altro vetro chiaro senza colore, che pesa grani 115, nel quale non leggesi altro se non che صح, *autentico*, in mezzo ad un ornato (Vedi Tav. I. 7 A.). Nel Museo di Francoforte trovasi un vetro verde che pesa grani 60, in cui sta scritto oltre qualche voce incerta, صح سنة احد وخمسين, *autentico dell' anno primo e cinquantesimo*, e così un altro di vetro ordinario in cui leggesi in vece *autentico anno quinto.*

Ilegiag figlio di Jussuf fu governatore dell'Irak per il califfo Abdolmelec che regnò dal 65 all'86 dell'Eg., 685-705 dell'E. V., nè si sa che abbia mai avuto il governo d'Egitto.

*N.* 9. *Verde.*

| | |
|---|---|
| امر الامير | Ordinò l'Emir |
| اصلحه الله | Iddio lo benefichi |
| بمثقل در | il peso del dir- |
| هم على يدي | hem sotto la direzione di |
| برزرا بن | Abarzara figlio |
| طله | di Telah. |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 41.)

Ha osservato Reinaud (*Monumens Musulm. de Blacas*, tomo II, pag. 363), che nei monumenti dei Maomettani le persone sono talora indicate pel solo titolo d'impiego, quale è qui quello di Emir ossia governatore, senza che se ne aggiunga il nome. Però questo è il primo esempio che ne trovo nei vetri. Il nome di colui sotto la cui direzione fu fabbricato il vetro dovrebbe essere quello del Prefetto del tribulo, che però non mi è riuscito trovare negli storici fra quelli d'Egitto e d'altronde è di lezione incerta. L'augurio aggiunto al titolo di Emir, اصلحه الله, *Iddio lo feliciti*, era stato da me letto in una moneta del Museo Trivulzio (1), ove lo spiegai *Iddio lo conservi* (*Mon. Cuf. del Museo di Milano*,

(1) Io aveva pure creduto leggere lo stesso augurio in una moneta di rame del Museo Milanese, n. 48; ma debbo qui avvertire che avendo avuto occasione di vedere tre altri esemplari della stessa moneta fra quelle del Museo di Francoforte assai meglio conservati, trovai doversi in vece leggere nel giro del diritto الامير طلح بن على اكرمه الله, l'*Emir Telah figlio di Alì, Iddio lo esalti.* Il nome di Telah è scritto col ح in vece del ط, e così حربه حلب in vece di حربع حاب che si legge evidentemente nella moneta del Museo Milanese. A proposito di questa, mi giova avvertire che forse il nome حربة, *Kharbah di Aleppo*, non significa altro che *rovine di Aleppo*, e indicava le rovine dell'antica Χαλκίβων, di cui sono avanzi le colonne che hanno fatto dare dagli Arabi al Castello d'Aleppo il nome di Castello delle Colonne. Nelle monete del Museo di Francoforte ve ne hanno pure due di rame dei Mamelucchi coniate in Kharbah d'Aleppo, l'una del sultano Aschraf coll'augurio *Sia gloriosa la sua vittoria*, l'altra di incerta lezione quanto al nome del principe, perchè corrosa.

In vece, in un'altra moneta di rame da me veduta in due esemplari, cioè nel Museo di S. A. I., e fra quelle di Francoforte, leggesi nel centro *Mohammed figlio di Said.* In giro: *Iddio lo feliciti*, اصلحه الله. Nel rovescio: *Non vi è altro Dio che Iddio, Maometto è il legato di Dio.*

pag. 39). Fraehn (*Antiq. Muhamm. Monum. varia*, Parte II, pag. 54) ha osservato che tale frase più ordinariamente indica presso gli scrittori: *Iddio lo emendi, lo corregga.* L'esempio da me addotto, l'altro che qui vediamo, e così quelli citati dallo stesso Fraehn, in ispecie poi l'iscrizione della Moschea di Cordova (1), e finalmente l'autorità del Lessico di Freytag, anzi del Camus, mostrano non poter più cadere ombra di dubbio sulla lezione e sulla interpretazione qui proposta.

*N.* 10. *Verde.*

| | |
|---|---|
| بسم الله | Nel nome di Dio |
| امر عبيدا | ha ordinato Obeid- |
| لله بن الخبخاب | allah figlio di el Khabkhab |
| مثقال فلس | il peso di un fels |
| ثلثين قيراط | di trenta kirath |
| واف | di giusto peso. |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 113.)

*N.* 11. *Verde.*

A. 1. الامام حاكم بامرالله وولى عهده

L'Imam Hakem beamrillah e il designato di lui successore:

| | | |
|---|---|---|
| A. 2. | مثقال | peso |
| | فلس | del fels |
| | ثلثين قيراط | di trenta kirath. |

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 117.)

*N.* 12. *Verde.*

| | |
|---|---|
| بسم الله | Nel nome di Dio |
| مثقال فلس | Peso di un fels |
| واف وزن | di giusto peso che pesa |
| ثمنية عشر | diciotto |
| قيراط | kirath. |

(Del Museo Palagi; pesa grani 69.)

---

(1) Vedi Tychsen, *Element. Arab.*, pag. 89.

*N.* 13. *Verde.*

| | |
|---|---|
| بسم الله | Nel nome di Dio |
| امر عبيد الله | ha ordinato Obeidallah |
| بن الخبخاب مثقا | figlio di el Khabkhab il peso |
| ل نصف فلس | di mezzo fels |
| خمسة عشر | di quindici |
| قيراط واف | kirath di giusto peso. |

Leggo Obeidallah, quantunque la seconda lettera del nome non sia chiara, il che però proviene certamente da difetto di esecuzione, come lo mostra il nome già tante volte incontrato del padre di esso.

(Museo di S. A. I.: pesa grani 58.)

*N.* 14. *Verde.*

| | |
|---|---|
| فلس خمس وعسرين | Fels di venticinque |
| خروبة | Kharube. (Sopra, un picciolo semicerchio.) |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 100.)

*N.* 15. *Verde.*

| | |
|---|---|
| مما امربه عبيدالله | Per ordine di Obeidallah |
| بن الخبخاب مثقال | figlio di el Khabkhab, peso |
| فلس عشرين خروبة | di un fels di venti Kharube |
| واف | di giusto peso. |

(Del Museo Nani di Venezia; pesa grani 77.)

*N.* 16. *Verde.*

| | |
|---|---|
| الوفا لله | A Dio si deve l'osservanza. |

(Museo di S. A. I.; pesa grani 55.)

*N.* 17. *Paonazzo.*

| | |
|---|---|
| بسم الله | Nel nome di Dio, |
| الوفا لله | a Dio si deve l'osservanza. |

(Del Museo di Francoforte: pesa grani 81.)

*N.* 18. *Verde.*

| | |
|---|---|
| الحاكم بامر الله | Hakem beamrillah, |
| عدل | Giustizia. |

Nel rovescio, la professione maomettana della setta d'Ali.

(Del Museo Palagi: pesa grani 58.)

*N.* 19. *Verde.*

| | | |
|---|---|---|
| Area I. in giro | الحاكم بامر الله | Hakem beamrillah |
| | وولي عهده | ed il suo designato successore. |
| Area II. | عدل | Giustizia. |
| In giro | | Epigrafe consunta. |

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 117.)

*N.* 20. *Verde.*

| | | |
|---|---|---|
| Area I. in giro | حاكم وولي عهده | Hakem ed il suo designato successore |
| Area II. | عدل | Giustizia. |
| | | Il resto è incerto. |

In giro: Leggenda consunta in cui parmi riscontrare il principio della professione maomettana.

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 14.)

*N.* 21. *Vetro ordinario.*

| | | |
|---|---|---|
| Nel centro | عدل | Giustizia |
| In giro | العزيز بالله امير | Aziz billah principe dei |
| | المومنين | credenti. |

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 114.)

*N.* 22. *Verde.*

| | |
|---|---|
| مما امر به الامير اشنا | Per ordine dell'Emir Aschnas |
| س مولي امير المومنين اكبا | cliente del principe dei credenti. |
| ره الله والامير ملك بن نصر | Iddio lo esalti e dell'Emir Malec figlio di Nasser |
| كيدر مولي امير المومنين | Caider cliente del principe dei credenti, |
| عليه الله | Iddio lo innalzi. |

(Del Museo di S. A. I.; pesa once 6, den. 10, grani 19.)

La forma di questo grande vetro si è quella di una piramide troncata a base quadrata. Però la superficie superiore ha gli orli sporgenti ed impressa in mezzo la leggenda. La pressione col mezzo della quale questa fu segnata ha fatto risaltare non solo gli orli, ma anche il corpo della piramide, il che è indizio di essere stato il vetro dopo formata la piramide tronca nuovamente riscaldato all'oggetto di imprimervi la leggenda. La piramide poi nel mezzo di sua altezza è attraversata da un largo foro destinato ad appenderla. Tutto ciò indica esser dessa fabbricata all'uso di un *romano* di stadera. Infatti nelle raccolte di antichità, ed in ispecie in quelle di Caylus, scorgonsi simili *romani* ivi fatti in figura della Equità colle braccia tronche, attraversati come il presente alla metà di loro altezza da un largo foro rotondo destinato all'istesso uso. Il foro di questo mostra nel suo interno sul margine le tracce della corrosione fattavi dalla corda o catena con cui era appeso il vetro. Se non che, la piccolezza del peso di esso potrebbe far supporre che in vece di un romano di stadera fosse un peso destinato ad un uso consimile a quello del romano presso gli antichi, uso che dai moderni è stato abbandonato, a quello cioè di un peso che si appendeva da una parte della bilancia, la cui asta era divisa in tante parti eguali quante erano le frazioni convenzionali della unità. Con questo metodo si risparmiavano i pesi delle frazioni stesse, facendo scorrere il peso addizionale sull'asta sino a che si fosse ottenuto l'equilibrio. (Vedasi in proposito la Memoria del signor Gargiulo, *Osservazioni intorno alcune antiche bilance del Museo Borbonico.* Napoli, 1845.)

L'epigrafe non fa cenno alcuno dell'uso cui è destinato il vetro. Forse sulla base eravi un'altra iscrizione di cui sembra scorgersi qualche traccia, o forse anche in questo, siccome in molti di quelli di monete dei Fatemidi, si è solo indicata l'autorità da cui fu emesso, non l'uso cui era destinato, e che la sua forma rende abbastanza evidente.

Ho tradotto con Fraehn la voce مولى per *cliente.* Nessuna è più ambigua di questa, mentre significa insieme padrone e servo, liberto ed ajutante, onde fu in varj modi tradotta dagli interpreti. Ma lo stesso Fraehn ha dimostrato opportunamente come tutti questi significati derivino dalla nozione di un reciproco vincolo, sia di parentela sia di convenzione, che può assomigliarsi alla clientela, onde in questo caso la voce essendo posta in regime col nome del principe, dee avere annessa l'idea di dipendenza da esso lui, e può adottarsi la interpretazione di Fraehn.

Una circostanza ben più singolare si è quella di trovare nell'epigrafe indicati cogli stessi titoli due governatori ad un tempo. Però la storia viene opportunamente in nostro soccorso onde spiegare tale fenomeno. Aschnas turco, di cui

è qui omessa la paternità, come d'ordinario avviene degli individui di quella nazione, che essendo stati schiavi ignoravano il nome del padre, ottenne dal Califfo di nominare a suo talento ed anche di mutare i governatori dell'Egitto ثم صرف مصر الى ابي الاجعف اشناس فدعا لهم بها, dice Makrisi (1).

In tale qualità, aggiunge lo storico, che fosse nominato dallo stesso Aschnas nell'anno 224 dell'Egira (838-839 dell'E. V.) Ibn Caider figlio di Abdallah el Safedi. Havvi solo la differenza fra lo storico e il monumento che, secondo il monumento, il padre di questo personaggio sarebbe Nasser Caider, e secondo lo storico sarebbe Abdallah Caider. Però non mancano esempj che uno stesso personaggio portasse due nomi. E qui si noti che quanto a quello di Caider esso è un soprannome, e che anche quello di Abdallah (come tutti quelli che cominciano dalla voce *Abd*, servo) da alcuni si annovera pure fra i soprannomi i quali punto non impediscono che la persona abbia inoltre un vero nome. Più esplicitamente Renaudot, il quale derivò le sue notizie da altri scrittori inediti, dice che Malec figlio di Nasser venne a governare l'Egitto nell'anno 236 dell'Egira. I nomi corrispondono perfettamente a quelli del monumento, ma a quell'epoca Aschnas era morto, al dire di Makrisi ed anche di Abulfeda. È quindi certo che in Renaudot, o nell'autore da lui seguito, sta scritto per errore 236 in vece di 226, il che si raccoglie altresì anche dal confronto con el Bakeri (2), il quale riferisce che nell'anno 226 Malec figlio di Kender (Caider) venne a governare l'Egitto. Abbiamo quindi la completa testimonianza degli storici confermata da questo monumento che ci mostra come Malec figlio di Nasser Caider governasse l'Egitto sotto la dipendenza dell'Emir Aschnas.

*N.* 23. *Verde.*

| | |
|---|---|
| بسم الله | Nel nome di Dio |
| امر عبيد الله | ha ordinato Obeidallah |
| (بن) الخبخاب ربع | (figlio) di el Khabkhab il quarto |
| (ق)سط على يدي خا | di un Kist sotto la direzione di Kh... |
| ...بن منشره ستة | figlio di Menseiareh |
| ...ي عشرة | l'anno primo decimo e |
| مية | centesimo. |

(Nel Museo di S. A. I.)

La leggenda è mancante nel lato destro, ma col mezzo del vetro seguente ho supplita la lettera ق in principio della voce قسط, *Kist*, che indica una

(1) Descrizione dell'Egitto, manoscritto della Biblioteca Ambrosiana.

(2) Notices et Extraits des Manuscrits de la Bibl. du Roy, tomo I, pag. 280.

misura di capacità. Infatti questo vetro, e meglio ancora il seguente, mostrano di essere frammenti di vasi o recipienti destinati di pubblica autorità a verificare le misure di capacità dei liquidi. La forma sembra essere quella di un manico attaccato ad un vaso.

*N.* 24. *Verde.*

| | |
|---|---|
| بسم الله امر | Nel nome di Dio, ha ordinato |
| عبد الملك بن يزيد | Abdolmelec figlio di Jezid |
| تسعة قسط | la nona parte di un Kist |
| ... على يدي ... | sotto la direzione ... |

(Del Museo di S. A. I.)

La superficie del vetro è rotta inferiormente, e manca un altro nome. Abbiamo veduto qui sopra nel vetro n. 3 il nome di Abdolmelec figlio di Jezid che fu governatore d'Egitto al principio della dinastia degli Abbasidi verso l'anno 133 dell'Egira. Questo frammento ha appartenuto ad un vaso alla cui parte superiore era applicato uno scudetto dell'istesso vetro cui è apposta l'iscrizione che sola si è conservata unitamente al corrispondente frammento del vaso, frammento irregolare ed angolato che nel lato superiore ci mostra la forma dell'orlo del vaso istesso.

*N.* 25. *Verde.*

| | |
|---|---|
| الملك | El Malec |
| العزيز | el Aziz. |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 29.)

*N.* 26. *Trasparente.*

| | |
|---|---|
| عبد | Il Servo |
| الملك | del Re |
| اشرف | Aschraf |
| شبعان | Schaban |
| سنة سبع ... | anno settimo ... |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 59.)

Schaban regnò dal 764 al 779 dell'Egira, 1362-1378 dell'E. V., onde l'epoca sarà 767 o 777.

Come nel N. 22, che precede, il governatore si intitola Cliente del Califfo, così

in questo il ministro si denota col solo titolo di Servo del Re, omesso il proprio nome.

*N.* 27. *Nero.*

Un Leone senza leggenda.

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 107.)

L'impresa del sultano Bibars era un leone, come indicano gli storici. Esso si vede di fatto anche sulle di lui monete, onde è probabile che ad esso appartenga anche questo vetro (1).

*N.* 28. *Trasparente.*

| | |
|---|---|
| عبد | Il servo |
| الملك | del Re, |
| سنة | anno |
| ٧٦١ | 761 |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 56.)

La forma delle cifre, siccome quella delle monete moderne marocchine, è affatto simile a quella delle nostre attuali (2).

*N.* 29. *Nero.*

العابا (3).

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 59.)

---

(1) Vedi *Monete Cufiche*, pag. 278. — Makrisi, *Hist. Mon. Arab.*, pag. 119.

(2) Le cifre indiane, dette da noi arabiche perchè introdotte in Europa per mezzo degli Arabi che le avevano ricevute dall'Indie, ebbero in tempi diversi diverse forme, e non hanno in Europa le attuali se non se da circa tre secoli e mezzo. Le forme poi usate dagli Arabi e dai Turchi sono tuttora diverse dalle nostre, se non che sulle monete di Marocco si riscontrano da circa ottant'anni forme affatto eguali alle europee moderne (Vedi Marsden, *Num. Or.*, tomo I, pag. 368). Ella è quindi cosa affatto sorprendente il trovare queste forme in Egitto nell'anno 761 dell'Egira (1359-60 dell'E. V.) in epoca alla quale queste cifre, che appena incominciavano ad essere conosciute in Europa pegli usi scientifici, vi avevano pure forme affatto diverse dalle attuali. Osserverò infine che nel Museo di S. A. I. trovasi altro vetro azzurro del peso di grani 116, che non ha iscritto altro che 1191 in cifre pure eguali alle nostre, le quali se indicassero l'era dell'Egira, il che è però affatto improbabile (V. quanto ho già indicato qui sopra, pag. 88), ci mostrerebbero che l'uso di tali vetri fosse continuato sino all'anno 1777 nell'Egitto, onde è provenuto il vetro.

(3) Vedi qui sopra, pag. 82

*N.* 30. *Trasparente.*

Come il precedente.

(Del Museo di S. A. I.: pesa grani 59.)

*N.* 31. *Nero.*

Come i due precedenti.

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 57.)

*N.* 32. *Paonazzo.*

القدور سنة ٤IE Campione dell'anno ... 4

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 59.)

Leggo la prima lettera dopo l'articolo per un kaf, quantunque abbia la forma di un ain, perchè lo scambio nella forma di queste lettere non è raro negli antichi monumenti arabici, e perchè così presenta un significato analogo all'uso del vetro. La cifra che precede il 4 è incerta.

*N.* 33. *Vetro ordinario.*

عمل القوار سنة خمسين Fu fabbricato il campione l'anno cinquantesimo.

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 59.)

*N.* 34. *Nero.*

عمل بالمجهد الشريفة Fu fabbricato per Autorità Eccelsa.

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 55.)

*N.* 35. *Vetro ordinario.*

مجهد ... Autorità ....

سنة تسع Anno nono.

(Del Museo di Francoforte: pesa grani 114.)

*N.* 36. *Vetro ordinario.*

بمجهد شاهيي سنة Per Autorità Regia
اربع وثلثين ... (Anno) quarto e trentesimo (1).

(Del Museo di Francoforte; pesa grani 120.)

*N.* 37. *Nero.*

عمل Fu fabbricato
طبر(يّة) a Tiberiade,
عمر Omar.

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 115.)

*N.* 38. *Verde.*

Area I. بسم الله Nel nome
الله مو di Dio Mu-
سي بن قطيبة sa figlio di Kotaiba
بحلب in Aleppo.
Area II. بالله In Dio
موسي Musa
In giro ملك Malee .....

(Del Museo di S. A. I.: pesa grani 28.)

*N.* 39.

Giro esterno بسم الله امر به عبدالله معد ابو تميم الامام
Nel nome di Dio per ordine del Servo di Dio
Maad Abu Tamim l'Imam.
Giro interno المعز لدين الله بالمنصورية
Moez Ledin illah, in Mansuriah.

(Pubblicata da Adler, *Musæum Borg.* Parte I, n. 60. Vedi Parte II, pag. 151.)

(1) Nell'istesso Museo se ne trova un altro colla leggenda بمجهد الملك, *Per autorità del Re.* Nel Museo di S. A. I. un altro ha l'epigrafe بعرف مجاهر, *Per notizia pubblica*, e sotto le lettere isolate ص e ي (Vedi Tav. III, 36. A.) le quali possono indicare 810, cioè l'anno dell'Egira (1407-8 dell'E. V.), giusta l'uso antico degli Arabi talora conservato anche dopo l'introduzione delle cifre indiane di valersi delle lettere per cifre numeriche.

Adler non ha letto il nome della città, quantunque questo si trovi anche nelle monete dell'istesso principe. Ho poi fatto osservare altrove che la città indicata nelle monete di questo principe è Mansuriah di Barbaria, e non già quella d'Egitto che fu fondata più secoli dopo l'epoca di questi monumenti (1).

*N.* 40.

| | |
|---|---|
| مما امر | Per ordine |
| به الامام | dell'Imam |
| المهدي بالله | el Mahdi billah |
| امير المو | principe dei |
| منين | credenti. |

(Dell'I. R. Museo di Vienna.)

*N.* 41. *Bianco.*

| | |
|---|---|
| الله | Illah |
| الامام لدين | L'Imam ledin |
| الناصر | en Nasser. |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 57.)

Le parole sono trasposte per imperizia dell'artefice, e vanno ordinate così: L'Imam en Nasser ledin illah.

*N.* 42. *Scuro.*

| | |
|---|---|
| ...ر | |
| بلخية | Di Balkh |
| صح عمر | autentico Omar. |

(Del Museo di S. A. I.; pesa grani 110.)

Della prima parola non leggonsi che le due ultime lettere *re* o *ze*. Forse è il nome di qualche peso derivato da Balkh in Tartaria. La voce صح indica *autentico* (2). Nel Museo di Vienna vi è pure un vetro in cui leggesi بلخية, *di Balkh*, ma il rimanente della leggenda è guasto, diverso da questa ed incerto.

---

(1) Vedi *Monete Cufiche del Museo di Milano*, pag. 284.

(2) Vedi sopra il N. 7 ed ivi la nota.

*Descrizione di un dinar d' oro.*

Vedi Tavola III. B.

Di Alì figlio di Ikhscid.

Pesa grani di marco di Milano 96 (sic).

| | | |
|---|---|---|
| Area I. | لله | A Dio |
| | محمد | Maometto |
| | رسول الله | È il legato di Dio, |
| | صلي الله | La benedizione di Dio |
| | عليه | sia sopra di lui |
| | وعلى اله | e sulla di lui famiglia, |
| | المطيع لله | El Moti lillah. |

In giro, il v. 9 della Sura LXI del Corano.

| | | |
|---|---|---|
| Area II. | لا اله الا الله | Non vi è Dio che |
| | وحده | Iddio egli è solo |
| | لا شريك له | non ha compagni, |
| | علي بن اخشيد | Alì figlio di Ikhscid. |

Giro interno: Nel nome di Dio fu coniato questo dinar in Falastin (فلسطين) l'anno quarto cinquantesimo e trecentesimo.

Nel giro esterno, i v. 4 e 5 della Sura XXX del Corano.

Falastin è il nome arabo della Palestina, o piuttosto della parte occidentale di essa, in cui è posta Gerusalemme qui indicata, al modo solito degli Arabi, col nome della provincia di cui era capo.

Alì figlio di Ikhscid regnò dal 349 al 354 dell' Egira (959-965) in Egitto e sulla Palestina. Narra infatti Elmacino che sebbene Ikhscid possedesse un tempo tutta la Siria, fu di poi spogliato di una parte di essa da Seifoddaula principe Hamdanida, ma ne ritenne quella che giace fra Emesa e i confini dell'Arabia, parte in cui è compresa la Palestina. Il nome o piuttosto soprannome di Moti lillah si è quello del califfo Abbasida di cui Alì riconosceva la supremazia qual successore di Maometto.

La moneta, come si scorge evidentemente dal margine, è stata mossa sotto il conio, il che ne rende difficile la lettura. Nel campo del rovescio havvi un ك, *Kef*, iniziale del nome di Cafur, il quale amministrava lo stato con autorità assoluta in nome del principe, essendo stato ministro del padre di questo e da esso lasciato tutore dei suoi figli. Non osando egli mettere il proprio nome sulla moneta, si accontentò di così accennarvelo.

---

## INDICE DELLE FIGURE NON COMPRESE NEL CATALOGO

*coll'indicazione delle pagine nelle quali sono illustrate.*

Tav. I, 7 A — pag. 109.
Tav. I, 18 A — pag. 77.
Tav. III, 36 A — pag. 119.
Idem, 43 — pag. 98.
Idem, 44 — ivi.
Idem, 48 A — ivi.
Idem, 46 — ivi.
Idem, A — pag. 64, n.° 4.
Idem, C — pag. 79, n.° 1.

*Aggiunta alla pagina 66, nota* (1).

In vece il principe di San Giorgio, in un articolo inserito nella Biblioteca Analitica di Napoli (Luglio 1823), dopo di avere accennato alla mia opinione intorno a questi vetri, conchiude in favore della contraria ipotesi che li vuole monete. *Dove sono,* dice egli, *le monete alle quali corrispondono* (nel peso)? pagina 78. A tale domanda darà compiuta risposta il seguito di questa Memoria. L'argomento poi che egli deduce dalla possibilità che i pesi vengano adulterati, oltre che fornirà anzi una prova per la mia tesi, potrebbe del pari addursi contro l'esistenza dei pesi antichi greci e romani, anzi contro quella dei pesi che usiamo al dì d'oggi. L'altro, derivato dalla difficoltà di accertare il peso di un vetro con epigrafe, sarà più avanti discusso, e credo eliminato. Infine la sottigliezza delle monete cufiche e le epigrafi che ne occupano il margine non offrono di certo, come parve al dotto archeologo, tale guarentigia alla moneta, che avessero a rendere inutile presso gli Arabi quella verificazione del peso, che fu pur giudicata necessaria da tutte le altre nazioni, e che doveva esserlo specialmente dalle antiche, come parmi pure di avere qui appresso dimostrato.

*Alla pagina 67, nota* (3).

Si noti inoltre che nelle monete dei Patani, od Afgani dell'Indostan زر جايز vale *moneta corrente*, o forse meglio *legale* (Vedi Thomas, nel *Numism. Chronicle,* July 1847, p. 61).

25
26
27
28
I.
I.
I.
I
36. a
37
38
39.
40
42
43
I.
I.
I
I.
44.
46
45. A
A.
Cuejo
I
I.
I.
B
Oro
C
Bronce

NATURAL HISTORY

*Alla pagina* 75, *nota* (2).

Olshausen, il quale con mirabile sagacità è riuscito a leggere col carattere usato tuttora dai Parsi le monete degli ultimi Sassanidi, e le Pehlvi, e Pehlvi-Arabiche delle picciole dinastie che, sia indipendenti, sia soggette ai governatori arabi, succedettero alla distruzione di quell'impero, è d'avviso che il nome di Tabarieh derivi da quello del Tabaristan, e che quindi sotto di esso abbiansi ad intendere le monete di quella contrada, alle quali egli ha rivendicato una sino ad ora ignota sede in numismatica. La niuna corrispondenza tra il peso del *dirhem tabarieh* e quello delle monete romane sembra poter avvalorare una ipotesi che ce ne fa cercare altrove la zecca; però lo stesso Olshausen non ha dissimulato che le frasi di Makrisi ci additano un tipo greco o piuttosto romano (*Hist. Mon. Arab.* p. 57 e segg.), e che neppure sembra che quella zecca (almeno per quanto ne è noto sino ad ora) risalga ad un'epoca abbastanza remota perchè possa applicarvisi il detto di quello scrittore, giusta il quale tali monete erano già antiche al nascere dell'islamismo (*Die Pehlevi-Legenden auf den Münzen der letzten Sâsâniden, Kopenhagen, und Leipzig*, 1843).

*Alla pagina* 89, *linea* 13.

Le felici interpretazioni dei diversi generi di scrittura cuneiforme ci offrono forse, come ha acutamente osservato Löwenstern (*Exposé des élémens de la troisième écriture cuneiforme*, Paris, 1847), la soluzione del problema relativo all'origine della scrittura. La sovrabbondanza dei caratteri *omofoni* e l'incertezza dei suoni vocali derivata in origine dalla natura delle aspirate che vi erano unite, ci fanno accorti come quelle scritture tengano il mezzo fra l'ideografico-fonetica degli Egizj, e l'alfabeto delle genti semitiche. È quindi ovvio lo scorgere la genesi dell'ultimo derivato dalla prima mercè l'intermedio degli alfabeti cuneiformi, e ne diverrebbe del pari chiaro, come non senza ragione alcuni tra gli antichi attribuissero l'origine dell'arte dello scrivere agli Egizj, mentre altri con non minor ragione deconterebbero i Fenicj siccome autori di quell'alfabeto più semplice che fu di mano in mano adottato da pressochè tutte le nazioni civili, fra le quali le europee, non avendo nelle loro lingue la varietà delle aspirazioni orientali, avrebbero pensato con saggio divisamento di impiegarne i segni a rappresentare i suoni vocali.

*Alla pagina* 111, *linea* 7.

Lo stesso augurio trovasi anche in due passaporti arabi in papiro rilasciati a nome del governatore d'Egitto l'anno 133 dell'Egira, 750 751 dell'E. V. (V. De Sacy nel *Jour. des Savans, août* 1828.)

*Alla pag.* 66, *nota* (1). *lin.* 5: Mortillaro *aggiungi* (*Opuscoli*, Palermo, 1836, T. I. p. 334).
» 13 » (3) *si aggiunga* Vedi anche il N. 8.

# CONFRONTO DI VARIE GALLE DI CECIDOMIE

## E DEL VARIO MODO DI USCIRNE DI QUESTI ED ALTRI INSETTI

Memoria

DI

GASPARE BRUGNATELLI.

Letta nell'adunanza del giorno 24 giugno 1847.

1. Dopo gli studj circa la cecidomia e galla del pruno, ond' ebbe materia un discorso ch' io lessi alla Sezione zoologica del Congresso di Milano (1), non lasciai di occuparmi intorno ad affini argomenti, cioè ad altre cecidomie e galle, o ch' io medesimo potessi osservarle, o nuove notizie ne dessero gli entomologi. E ne raccolsi bella materia di note comparative, trovando confermata la sentenza del mio degno amico professore Genè « pochi insetti al par delle cecidomie meritare l' attenzione del naturalista (2) ». Ebbi infatti ad ammirare

(1) *Atti della sesta Riunione degli scienziati Italiani.* Milano, 1845, pag. 416.

(2) Memoria per servire alla storia naturale di una specie di cecidomia che vive sugli iperici (*Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino*, tomo XXXVI, pag. 287). Avendo comunicato al detto mio dolcissimo amico le presenti osservazioni, n' ebbi risposta il dì 1.° luglio 1847, dalla quale tolgo il seguente brano notabile per le cose che accenna e per il senso melanconico che vi domina, quasi presagio del doverci pochi giorni dopo esser tolta una vita così cara e preziosa: « Se avessi potuto vivere un po' più a lungo in campagna, avrei fornito a vostra signoria carissima più ampia materia di paragoni. Ho veduto galle di cecidomie sull'*Euphorbia cyparissias*, e sul *Daucus carota;* ma mi è mancato il tempo di conoscerne, in istato perfetto, i produttori, e, ciò che è peggio, credendo a una maggiore durata di quella libertà di che in allora godeva, e tenendomi certo di poter quando che fosse continuare le cominciate osservazioni, trascurai di prender nota sulla forma e costituzione di quelle galle, la prima delle quali, cioè quella dell' euforbia, componevasi, se male non mi ricordo, di molte foglie terminali insieme agglutinate, e la seconda, propria del fiore del dauco, aveva forma di globicino a parete continua. Quando penso alla

come molta varietà di galle proceda da cecidomie conformi, o pressochè conformi tra loro: e come nondimeno tal buona relazione ognora si serbi tra galla e cecidomia, che ognuna di queste in quella ritrovi l'opportuno suo nido durante lo stato di larva e di ninfa, e trovi poscia opportuni modi di uscirne nel cambiarsi in perfetto e volante insetto.

Ho quindi divisato di trattenervi quest'oggi, chiarissimi Colleghi, intorno a questo argomento, parendomene degno per la curiosità delle cose su cui versa, e per le dimostrazioni che porge di quella provvida sapienza, la cui investigazione è debito, e la manifestazione è premio degli studj della natura.

II. A istituire il proposto confronto scerrò tra le cecidomie e galle (ponendovene innanzi le imagini) le seguenti: cecidomie del ginepro e del salice descritte dal De Geer (1), cecidomia degli iperici descritta dal professore Genè (2), cecidomia del verbasco osservata primamente dal signor Vallot, e diligentemente lo scorso anno descritta dal signor L. Dufour (3), cecidomia del pruno ch'io stesso, come dissi, ebbi occasion di descrivere.

Considerandone le varie galle scorgesi tosto come sol una di esse sia tale informe escrescenza, qual potrebbe aspettarsi dover sempre essere una produzione morbosa dal vegetabile uscita per l'irritazione che destavi la puntura di un insetto, e la presenza di un novo ch'esso vi pone. Tutte l'altre in vece eccole in bella e regolar forma composte, affin di apprestare il nido al dell'uovo, anzi piuttosto il comodo e sicuro albergo alla larva e ninfa che deve procederne. Le apparenze infatti son di fiori o di bocce, son di germogli o di semi. Nondimeno, come da principio avvertiva, ben poco diverse tra loro son le cecidomie che sì varie galle producono. De Geer non seppe ravvisar differenza tra le suddette da lui osservate cecidomie del ginepro e del salice, di cui dirò in breve quanto sien diverse le galle; e il Genè trovò tanta essere la rassimiglianza tra la sua cecidomia degli iperici con quella del ginepro, descritta e figurata dal suddetto naturalista « ch'io sarei, disse, per riunirle in una sola e medesima specie (4) »; differenti da queste, ma conformi tra loro, son l'altre

---

campagna, ai diletti che mi procurò, e a quelli, assai maggiori, che mi avrebbe procurati se mi fosse stato concesso di frequentarla più a lungo, mi viene una vera e profonda malinconia. In città io sono fuori di posto, perchè in vece della natura viva e operante, mi vi trovo costretto a non istudiare che la natura morta e muta. Pazienza. »

(1) De Geer, *Mémoires*, vol. VI, pag. 404 e 416.

(2) Genè, loc. cit.

(3) Léon Defour, *Description des galles du verbascum et du scrophularia, et des insectes qui les habitent. — Ann. des Sciences natur.*, janvier 1846. pag. 5.

(4) Nota però il De Geer che le larve delle cecidomie del salice si filano un bozzolo, non così la larva della cecidomia del ginepro. Quanto alla uguaglianza della cecidomia dell'iperico

cecidomie di cui si dovrà favellare, cioè quelle del verbasco e del pruno. Che se non è gran meraviglia il venir galle diversamente costrutte da vegetabili diversi quand'anche punti da un medesimo insetto, noteremo che l'esempio non ci manca di varie galle prodotte da non diverso insetto in ugual genere di piante; infatti le due differenti galle del salice che il De Geer ci descrive, le trovò prodotte da due cecidomie, tra le quali non seppe quasi riconoscere disparità. In vece la cecidomia degli iperici suscita galle della medesima forma tanto sull'*Hyperieum perforatum*, quanto sull'*humifusum*, e quella del verbasco ne genera di conformi non solo sui *Verbascum thapsus* e *pulverulentum* (e sul *phlomoides*, com'ebbi ad osservare), ma anche sulla *Scrophularia canina*.

III. Le galle sunnominate constano la più parte di un gruppo di foglie ridotte a comporre chiusa cameretta, dentro la quale alberga l'insetto, e quindi appariscono nelle situazioni che sogliono essere occupate dai germogli, cioè all'estremità de' rami ed all'ascella delle foglie: anzi il De Geer osserva che a produrre una delle galle del salice, la galla informe accennata poc'anzi, concorrono varj germogli con la sostanza de' rami; questi però si estendono anche al di là della galla.

Le altre due galle illustrate dal medesimo De Geer sono di bella ed elegante sembianza; certo salice, dic'egli, apporta sovente all'estremità de' rami un tal gruppo di molte foglie verdi che ha forma di rosa doppia, e dall'estremità dei rami teneri di ginepro esce sovente tal altro gruppo di foglie che par custodia di fiore; or l'uno e l'altro gruppo è galla di cecidomia, poichè rinchiude una cella (di ben congiunte minori foglie formata) in cui larva o ninfa di quest'insetto è contenuta.

Le galle dell'iperico sono simili a semi, dimodochè la pianta, carica come n'è talvolta, par feconda a beneficio della propria specie, ed altro non è che gravata d'altrui progenie. Queste galle constano di sole due foglie (ne trovai però alcune fatte di quattro) per tal maniera ingrossate, concave nell'interna parte, ed esattamente applicate l'una all'altra per tutto l'ambito dei margini, che sen forma la chiusa capsula o cameretta in cui alloggia l'insetto.

In foggia di germogli, d'intorno alla base non isforniti d'aride e brune scaglie, compariscono veramente le galle del pruno. Le foglie però vi sono incorporate in un sol corpo continuo, salvo il vederne talvolta libero un lembo, o il trovarle divise nell'apice della galla. Quindi è che da questa l'insetto non possa uscire senza forarla, e in vece uscir può dalle galle precedenti solo

---

con quella del ginepro, il Genè ne riserbava il definitivo giudizio a quando gli fosse stato dato conoscere quest'ultima, non per mezzo di descrizioni e figure, ma per propria esperienza.

coll'allontanar l'una dall'altra le foglie che, stando prossime, gli compongon l'albergo. Or dunque, quando la primavera è già innanzi e il pruno è perfettamente frondoso, voi potrete esser sorpresi del trovarvi copia d'apparenti germogli, che son domicilj di larve o ninfe di cecidomie.

Finalmente le galle del verbasco e della scrofularia son fiori i cui petali, in vece di stendersi in fuora, si ripiegarono in dentro e congiunsero, affine di comporre la stanza all'insetto, di cui sono stati fatti depositarj. Se ne altera il colore di giallo facendosi bigio-verdiccio; se ne altera la consistenza facendosi tenace: come dalla galla del pruno, la cecidomia non n'esce se non mediante perforazione.

IV. Fatto così il confronto de' varj alberghi alle larve e ninfe di cecidomia procurati dall'opera delle loro madri, ora è a confrontarsi il vario modo dell'uscirne delle ninfe medesime. N'escono queste nel preciso tempo del mutarsi in dipteri alati, e, lasciata infissa nel luogo stesso del transito la loro vesta di ninfa, si mettono a volo. Poichè infatti l'insetto trasse fuori della galla la testa e il torace, gli si apre (a ciò predisposta) lungo una dorsal linea di questo, la spoglia, ond'ha maniera di uscirne lasciando spoglia e galla insieme. E la medesima spoglia, liscia com'è nella region del torace, supera con esso agevolmente il varco nella galla praticato, ma vi si impegna in vece nella region dell'addome, perchè disseminata di molte spinoline. Da una tal vesta così trattenuta l'insetto di leggieri si scioglie, n'emerge cioè lentamente sino al momento dell'aver liberi i piedi, spicca allora un salto, e si posa su qualche corpo vicino.

A tor di dosso la vesta all'insetto contribuisce dunque il ritegno che la galla gli oppone quand'egli è nell'uscirne; e, per la varia costruzione delle galle, com'è diverso il ritegno, così diverso è il modo di superarlo. Già infatti vedemmo come ad uscir da alcune delle galle descritte altro non occorra che rimover dall'appressamento in cui sono le foglie modificate che ne compongono le pareti, e a uscir dell'altre in vece sia propriamente mestieri le pareti stesse traforare. Or la testa della ninfa (che è la parte di cui si vale a procacciarsi l'uscita) è opportunamente adattata all'una ed all'altra operazione, vale a dire è cuneo ed è istrumento perforatore. Si va di fatto verso l'apice stringendo, come occorre al disgiungere, e di più l'apice è acuta punta se occorre il forare. Anzi la testa propriamente, come fosse cornuta, si sparte da ultimo in due parti sottili, dimodochè non vi è simile a punteruolo, ma ad aperto compasso. Occorreva infatti che nella galla si aprisse un foro di certa misura tanto che, per quel che si è detto, capo e torace della ninfa potessero escirne; e a praticare un tal foro convenienti appariscono, mosse in giro, le dette due punte, meglio che una punta sola non avrebbe potuto.

Se dunque affini tra loro son le ninfe che si schiudon, per così dire, le imposte del loro albergo, e quelle che ne traforano le pareti, non è però che queste non abbiano a compiere più faticoso lavoro, e perciò non posseggano più validi mezzi a effettuarlo. Quindi è che la spoglia che s'incontra, a cagion d'esempio, infissa tra valva e valva della galla dell'iperico, è sottilissima, leggierissima, nè munita di quelle spinoline di cui si è poc'anzi parlato; di più robusta compagine in vece (nè bianca come la precedente, ma bruna) è quella che rimane nel foro praticato nella galla de'pruni dalla sfuggitane cecidomia, sicchè restavi a lungo. Anzi poichè dette galle fansi legnose, e durano oltre l'inverno, vedesi più volte con meraviglia di primavera ancor superstite nella galla la frale spoglia che la cecidomia avvi nel precedente giugno lasciata.

Ma la summentovata galla del salice, d'irregolar forma, non aspetta a farsi lignea dopo che ne sfuggì l'insetto; fin dall'origine è tale; chè a protegger la larva lungo l'inverno è destinata. Or come uscirne la cecidomia? A che potrebbe valerle debile strumento di perforazione? Ma ecco che provvidamente, secondo ammira il De Geer, i residui de'germogli che alterandosi contribuirono alla formazion della galla, lascianvi dei fori proporzionati all'uopo; sicchè la cecidomia n'approfitta, n'esce, e nell'uscire vi lascia la spoglia.

V. Altra curiosa materia di confronto ne porgeranno le proposte galle se, dopo aver considerato l'uscirne dei legittimi abitatori, ci porremo a considerare l'uscirne degli intrusi. Queste, come altre galle, sono infestate da varie sorta di calciditi, che vi introducono le proprie ova onde nascon vermi che tolgon la vita alle larve delle cecidomie; sicchè in vece d'innocenti, e direm torpide, tipule o cecidomie, veggonsi uscirne imenotteri, piccoli di corpo, ma che alla loro irrequietudine ben danno a conoscere di qual altra tempra sieno dotati.

Or questi usurpatori dentro la galla si fanno perfetti gettando l'ultima pelle, e tosto allora con l'opera delle mandibole si danno a praticarvi un foro, che serve alla fuga. Nè solo dalle galle da cui non potrebbe uscirsi senza perforazione, ma anche dall'altre di cui son facili a separarsi le parti, usano il detto modo a procacciarsi la libertà.

Qui però notar si vuole che, sebbene le angustie del varco ond'esce la nascente cecidomia cooperino, come si disse, a torle di dosso la veste di ninfa, essa può nondimeno liberarsene (come ho osservato) anche senza questo sussidio. Pure le cecidomie non mai se ne liberano dentro la galla, ma solo al modo descritto, nell'atto di uscirne; e provvidissimo è questo costume. Se infatti la cecidomia si facesse perfetta dentro la galla, non avrebbe più modo di venirne fuori, essendo privata con la spoglia di ninfa anche del cappuccio che

le serve di cuneo o di duplice punteruolo, nè avendo mandibole, sicchè al rodere è inetta; in vece l'imenottero che di queste è fornito, e può valersene ad aprirsi il suo domicilio, restavi convenientemente sino al perfetto compimento delle sue trasformazioni.

Non meno della descritta galla del pruno è da varie calciditi infestata la pseudo-galla dell'albero stesso, ossia il gallinsetto, del quale ho parlato nella Sezione zoologica del Congresso di Milano, e di cui qui piacemi aggiungere un cenno per annunziare di averlo veduto in quest'anno più bello e più grande del consueto. In vece di un color castagno, assunse un vago color rosso, distinto però da solite bianche strisce. Alcuni di questi gallinsetti anche vidi di tinta bruna uniforme, ma sin dal principio del maggio mi avvenne di trovarli aperti da largo foro, certamente per esserne sfuggito un brachitarso (*B. scabrosus* Schoen.), come già simil coleottero avea veduto altra volta dai gallinsetti del pruno uscire con mia gran meraviglia (1). Parecchi degli altri gallinsetti trovai poscia essere stati nella superior parte forati di minori pertugi da calciditi che se ne erano involate; alcune dal loro seno ne trassi già vispe e prossime ad uscire all'aperto. Tre diverse sorta d'imenotteri parassiti ho raccolto dai gallinsetti del pruno.

VI. Le galle descritte (come avverrà d'altre galle) dopo aver dato albergo ai legittimi proprietarj, od a rapaci usurpatori, finiscono talvolta col divenire ospizio d'altri animaletti che, trovandole vuote, ne prendono il possesso. Così non di rado le galle dell'iperico sono occupate da gorgoglioni, talchè vi si introducon poi anche formiche affin di raccogliere il contributo che questi lor danno. E il foro della galla del pruno vidi più volte chiuso da ragnatelo, che interiormente lo tappezzava, e tra il quale e l'interna parete stava il piccolo aracnide color di sangue che vi si era ricoverato. Cercando poi dopo passato l'inverno le galle stesse del pruno, mi avvenne di trovar dentro di alcuna o piccol ragno o scarabeo, o una raccolta di ova.

Finalmente, per compiere il discorso circa le utilità di queste galle,

---

(1) Primo ad osservare che le larve de'brachitarsi sono parassite di certi insetti (osservazione che Schoenherr chiama *singolare* ed *insigne*) fu il signor Dalman negli Atti dell'Accademia di Stocolma del 1824 (Schoenherr, *Curcul. disp. met. Lipsiæ*, 1826); altre simili osservazioni fece in appresso il signor Vallot (*Ann. des scien. natur.*, tomo XIII, *janvier* 1828). Il professore Genè, in aggiunta a quanto narrai alla Sezione zoologica del Congresso di Milano, espose dopo la mia lettura altri fatti dimostranti il parassitismo del *Brachytarsus scabrosus*, non che del *Gymnætron pascuorum*, curculionite non mai sospetto di parassitismo, e ch'egli vide uscire da foderi delle *psichidi* (*Atti della Sesta Riunione degli Scienziati italiani*, pag. 447).

potrebbe accennarsi come alcuna divida con la tintoria galla di quercia, con le galle mangerecce o medicinali, il merito di esser profittevole all' uomo. Narra il De Geer che il volgar nome specifico delle galle del ginepro suddescritte lor viene da quello di certa tosse violenta, a curar la quale sono impiegate.

Così la galla è produzion del vegetabile (sovente bellissima, sempre curiosa) che nel togliersi a quell' ordine che risguarda il vantaggio di esso, si volge ad un altr' ordine di utilità, il quale essenzialmente provvede alla conservazione dell' insetto eccitatore della medesima galla, ma può estendersi a beneficio d' altri animali, e sin anche dell' uomo.

## DESCRIZIONE DELLE FIGURE (1)

Figura 1.ª Rappresenta, in grandezza naturale, un ramoscello di pruno con galle e gallinsetti: *a*, *a*, *a*, galle recenti; *b*, galla antica; *c*, *c*, gallinsetti; *d*, pseudo-galle, ossia glandule cromiche in forma di bitorzoli contenenti materia colorante violacea.
Figura 2.ª Ramoscello di pruno con gallinsetto di maggior dimensione.
Figura 3.ª Galla molto ingrandita con infissa la spoglia della cecidomia che ne uscì.
Figura 4.ª Metà di una galla ingrandita con entro la larva della cecidomia.
Figura 5.ª Questa larva di molto ingrandita.
Figura 6.ª Ninfa molto ingrandita.
Figura 7.ª L'insetto perfetto molto ingrandito.
Figura 8.ª Il medesimo ancor più ingrandito, e diversamente disposto.
Figura 9.ª Antenna.
Figura 10.ª Addome femmineo e suo prolungamento.

*Galla e gallinsetti.* (Figura 1.ª, 2.ª, 3.ª e 4.ª)

La galla è verde, ma la base ne è cinta di scaglie aride e brune, e rosso n'è l'apice. È di consistenza tenace, e addentro tappezzata d'una bianca membrana. Nella figura 1.ª si vedono in *a*, *a*, *a*, le galle vegete come sono nel maggio; e in *b*, una galla divenuta lignea nell'inverno e perforata. La figura 4.ª rappresenta la metà di una galla, cui con taglio verticale sia stata tolta l'altra metà, per farne vedere la forma interiore, e la larva che vi è contenuta. La figura 3.ª rappresenta la galla in cui l'uscitane cecidomia lasciò infissa la propria spoglia di ninfa.

Sui pruni s'incontrano anche pseudogalle, cioè de' gallinsetti, e de' bitorzoli aggruppati d'intorno all'origine de' rami, non d'altro pieni che di una materia resinosa di color violaceo (figura 1.ª, *d*).

I gallinsetti hanno ordinariamente color castagno segnato di strisce bianche; nella figura 1.ª sono rappresentati in *c*, come si veggono a età inoltrata; nella figura 2.ª sono rappresentati come comparvero, a quanto pare, per un più compiuto distendimento del loro corpo e col fregio di un bel color rosso, listato di bianco.

Raccolsi galle e gallinsetti quasi non altronde che da pruni collocati a bacio. Soglio trovare in particolar modo feconda di galle una pruna primaticcia da fragili rami.

Le galle compariscono circa la metà di aprile; alcune più preste a comparire sono di forma più allungata: n'escono gli insetti sul principio di giugno, ed esse rimangono sulla pianta facendosi brune e legnose.

---

(1) Alcune di queste figure furono disegnate dal dottor Mauro Rusconi, altre dal dottor Angelo Maestri, ai quali ne rendo grazie.

La linea adjacente alla figura indica la lunghezza naturale dell'oggetto da questa rappresentato.

Anche i gallinsetti compariscono nella prima metà di aprile, e alla fin di maggio n' escon fuori vispi e di color ranciato i novelli animaletti. Questi gallinsetti, meno quando già cominciano a dissecearsi, sono sempre frequentati e stuzzicati da formiche, che mai non li abbandonano nè giorno, nè notte, nè per mal tempo.

*Larva.* (Figura 4.ª e 5.ª)

La larva si vede nella figura 4.ª, situata nella sua galla, e molto più ingrandita nella figura 5.ª È di color ranciato; divisa in tredici anelli compresa la testa. Verso la fin di maggio diventa di color più carico, e convertesi in ninfa.

*Ninfa.* (Figura 6.ª)

La sua forma è ovale: ottusa la parte deretana. Ha color ranciato rosso, nere però le guaine anteriori. Uscitone l'insetto la veste di ninfa dimostra color di legno, e sostanza subcornea (figura 3.ª).

La testa finisce bipartita in due sottili parti acute a modo di corna; è munita d'occhi grandi, pressochè sferici, bruno-nerastri; disopra a' medesimi gira l'astuccio delle antenne, e tra di essi si veggon due punte, l'una superiore all'altra, ambedue dirette in avanti.

Il corsaletto nella parte mediana è carenato; a' suoi lati escono due appendici sottili e ricurve; appena disotto di esse vedesi l'astuccio delle antenne in forma di linea saliente di color bruno nericcio.

L'addome è formato di otto segmenti, od anelli, paralleli, e, meno gli ultimi, quasi eguali tra loro. La region dorsale di ciascun anello è guernita di molti piccoli pungoli disposti senz'ordine superiormente, e in vece in serie regolare nella parte inferiore dell'anello. Ai lati e inferiormente si vedono (distese dal corsaletto sino al secondo anello) le ali dentro la propria guaina. Tramezzo a queste si prolungano i piedi, essi pure inguainati: le guaine de' mediani giungono al terzo anello, quelle degli altri quattro pervengono al quarto.

La ninfa della cecidomia dell'iperico è minore, e la ninfa della cecidomia del verbasco in vece è maggiore di quella del pruno. Quest'ultime due del resto sono affatto conformi tra loro, anzi la ninfa della cecidomia del *Verbascum phlomoides* non dimostrerebbe neppure, con la ninfa della cecidomia del pruno, certe piccole differenze che avrebbe la ninfa del *Verbascum thapsus* secondo la descrizione fattane dal signor L. Dufour. Ma la ninfa della cecidomia dell'iperico differisce dalle precedenti in virtù di varj caratteri, e particolarmente per aver le prominenze del capo assai corte (lunghe in vece le appendici del corsaletto), ottuse all'estremità, e distanti l'una dall'altra; il suo addome è conico, molto acuminato.

*Insetto perfetto* (femmina). Figura 7.ª e 8.ª

La testa è arrotondata, compressa dall'avanti all'indietro, munita d'occhi l'uno all'altro congiunti e continui; la sua posterior parte è bianchiccia, attorniata d'alcuni peli pure bianchicci. Le antenne (figura 9.ª) sono più corte del corpo, composte di quattordici articoli, conoide il primo, breve il secondo; subcilindrici e lunghi i successivi ma che però d'uno in altro fannosi sempre più corti; il penultimo è quasi tondeggiante; l'ultimo è ro-

tondo, ed alla sua estremità reca un corpo semisferico rappresentante l'articolo quattordicesimo.

Il corsaletto è liscio; di colore rossiccio-bruno, con due linee quasi parallele formate da peluria bianchiccia; è munito di scudetti semicircolari, lisci e nerastri-Bilanceri biancastri, cuneiformi.

Addome nerastro, coperto di molta peluria caduca, rossiccia in origine, e bianchiccia-cinerea in appresso. L'addome femmineo mette fuori un prolungamento molle giallìccio, ond'esce il sottile arnese depositore dell'ova (figura 10.ª).

Piedi lisci; prime articolazioni bruno-rossicce; tarsi costituiti di cinque articoli di colore nerastro; il primo assai corto; il secondo lunghissimo; gli altri più del doppio del primo, quasi uguali tra loro; l'ultimo terminato da piccolissimi uncini. Tutti i piedi coperti di peluria.

Ali subdiafane, con tre nervature, oltre una prima marginale; tutte villose, col margine posteriore frangiato.

Analogamente a quel che si è detto della ninfa, anche quanto all'insetto perfetto, c'è tutta conformità tra cecidomia del verbasco e del pruno, e differenza tra queste e quella dell'iperico. La cecidomia dell'iperico distinguesi particolarmente a motivo della forma delle antenne e dell'addome. Le antenne hanno 24 articolazioni (12 soltanto nel maschio, come se i globetti che si veggono nelle antenne femminili fossero uniti due a due): l'addome è uncinato, diverso da maschio a femmina, e dotato nel maschio di color rosso vivo, non senza recare in ogni anello una specie di piastra di sostanza coriacea e di color nero lucente.

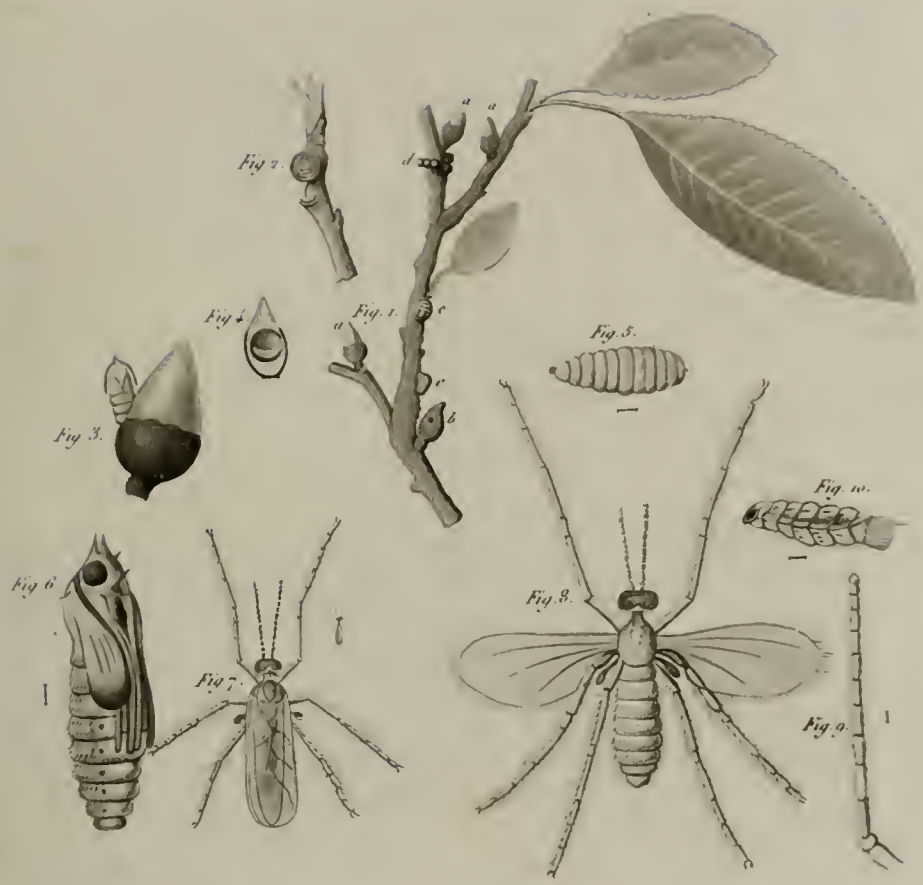


Fig 2.
Fig 4.
Fig. 1.
Fig. 5.
Fig 3.
Fig. 10.
Fig 6
Fig 7.
Fig. 8.
Fig. 9.

DELLA

# CAUSA DELLA MORTALITÀ DEI GELSI

## E DEL MODO D'IMPEDIRLA.

Memoria

DI

ANGELO BELLANI.

Letta nell'adunanza del giorno 11 novembre 1847.

È un fatto generalmente conosciuto che collocato un gelso al luogo dove un altro è morto per una causa speciale ma pur frequente, il nuovo gelso, dopo un tempo più o meno breve, anch'esso intristisce e muore; ed altri gelsi vicini a quello morto vengono talvolta a partecipare della stessa mortale malattia; mentre alberi di diversa essenza piantati al luogo del gelso morto o che si trovasse vicino non vi partecipano punto. Questa malattia è indipendente da terreno ingrato, da mancanza o troppa abbondanza oppur qualità di concime, da siccità o umidità prolungata, ombreggiamento, cattivo trapiantamento, ec.: tutte cause queste di malattie e di mortalità che sarebbero comuni ad ogni altra specie di alberi. Ma a queste malattie si trova talvolta qualche rimedio, ed un altro gelso posto al luogo di quello morto non partecipa della stessa sorte se le circostanze vengan cambiate; mentre per quelle cause speciali della mortalità in discorso, per quanto finora siasi tentato, non si è mai potuto impedirla, nè si è impedito che diventasse contagiosa, sia col troncarne i rami o le radici guaste, sia col praticare nel tronco delle incisioni, dei fori, e perfino collo spaccarlo da un lato per farne sortire gli umori viziati. Che se talvolta si è riuscito a far sopravvivere un altro gelso nel luogo di quello morto col

cambiare la terra, o purgarla col fuoco, colla calce, con lisivi; oppure circoscrivendo la fossa con sassi, pietre o mattoni in muro, e col molto allargare e profondare la medesima, non si è ottenuto l'effetto che con notabile spesa, lavoro e molta cura nel governo; e non si sarebbe potuto impedire la propagazione del male se i gelsi vicini ne fossero già stati intaccati, o il rimedio usato non fosse stato sufficientemente attivo ed esteso. Sostituendo al gelso morto un albero di diversa essenza, come da altri fu praticato, e dopo qualche anno di vegetazione estirpato ed al suo luogo piantato un altro gelso, questo vi potrebbe resistere come se fosse in terreno vergine; ma anche in questo caso di sostituzione, oltre al non essere sempre efficace, ne riesce di alcuni anni ritardata la nuova piantagione.

È per ciò che le Accademie ed i Congressi scientifici proposero premj e discussero sulle cause e sui rimedj, ma senza effetto per poter venire ad alcuna utile e comprovata conclusione. Già fino dall'anno 1778 la Società Patriotica di Milano (*Atti*, vol. I.°, 1783) aveva diramato il programma: *Se vi sia, e quale sia il rimedio, affinchè, morendo un gelso, la contagione non si comunichi agli altri vicini; e con quali precauzioni si possa fare che un nuovo gelso resti fruttuosamente nel luogo del gelso morto,* non ostante le antecedenti *Osservazioni e congliettare* del Bettoni, la *Memoria* di Arcangelo Mastrino, il *Trattato dell'epidemica mortalità dei gelsi, e della cura e coltivazione loro* di Jacopo Alberti, ed altro *Progetto per preservare i mori dalla corrente epidemia* dello stesso Bettoni; ed avendo la Società stessa premiata la *Dissertazione* del celebre chirurgo Palletta e nel 1789 veggendo tuttavia continuare la mortalità dei gelsi, si credè che cagione ne fosse la potagione, per cui altro premio propose: *A chi meglio avrebbe saputo indicare con fondamenti tratti dalla natura della vegetazione, e più ancora dalle osservazioni e dalla sperienza in quale stagione convenga meglio all' economia campestre il potare i gelsi, e con quali precauzioni.* Scrissero pertanto in seguito il dottor Moro nel 1794, e l'abate Bettolini nel 1798, e tant' altri fino ai nostri giorni; ma dopo questi due primi non trovo chi meglio abbia descritta la malattia, che si chiamava del *falchetto, seccherella, cancro e moria;* come si può vedere in due lunghi articoli da me dati nel *Giornale Agrario Lombardo-Veneto* (ottobre e novembre 1844; oltre a quanto si contiene nel vol. XIII, 1840, pag. 391). Ma se si conviene che la causa di questa mortalità derivi generalmente in origine dai sughi alterati e guasti, e per riguardo ai gelsi vicini o ripiantati derivi dalle radici corrotte, o da que'medesimi sughi infetti depositati nel terreno, nessuno indicò un rimedio efficace per prevenire la malattia nell' uno e nell' altro caso. Fra gli altri sintomi del male, avevano que' due osservatori rimarcato che in origine cominciava a mostrarsi alle cime

delle frondi, dove cioè succede l' elaborazione dei sughi mediante le foglie; e che il suddetto corso tiene un ordine inverso qualora l' infezione venga comunicata al gelso dalla terra pria infetta, cominciando dalle radici: che la sostanza legnosa sfrepolata tinta di color fosco e quasi nero è sparsa qua e là talora di muffa o di muschio, talora di piccioli funghi, ec. (1).

Trattasi pertanto ora, determinata che siasi la causa di questa mortalità, di trovare un mezzo sicuro ed economico per impedirla. Egli è noto che la circolazione degli umori nelle piante si opera dalle radici che li trasmettano al tronco ed ai rami, dove specialmente mediante le foglie vengono elaborati, e dopo distribuiti ne' diversi tessuti, viene il superfluo non più assimilabile rimandato alle radici, e da queste nel suolo. Non si saprebbe d' altronde concepire come quegli stessi organi assorbenti delle radici possano anche contemporaneamente essere escretori nella supposizione delle sole spongiole, estremità che continuamente si rinovellano, causa dell' allungamento delle radici stesse, come succede nel prolungamento delle frondi; siccome già aveva io fatto rimarcare in altre mie *Memorie sulle funzioni delle radici* (2), non essendo qui il luogo di farne parola nuovamente; e che se esercitassero questo doppio ufficio si caderebbe nell'assurdo di considerarle al tempo stesso dotate di due facoltà opposte, perchè non potrebbero evacuare quanto fossero per tosto novamente assorbire al loro contatto. Anche nelle foglie, che tanto contribuiscono al nutrimento delle piante, si trovano organi assorbenti ed altri esalanti. Basta all' intento presente ammettere questa circolazione comunque si eseguisca; e non citerò che un sommo fisiologo, il De Candolle, il quale nel tomo III della sua *Fisiologia vegetale* pubblicata a Parigi nel 1832, alla pagina 1496 dice: « Lo *spossare* del suolo ha luogo per tutti i vegetabili qualunque siano: agisce spoverendo il suolo, col levargli la materia nutritiva. Lo *sfruttare* ha qualche cosa di più specifico: questo agisce corrompendo il suolo e come noi l'abbiamo indicato parlando delle escrezioni delle radici, col mescolarvi una materia dannosa. Per tal guisa un pesco guasta

(1) Alcuni attribuirono di fatto a crittogami o insetti anche microscopici questa malattia dei gelsi; ma la loro presenza in questo caso si può meglio considerare come effetto e non causa; effetto però che può in seguito contribuire alla loro mortalità. In certi altri casi e in certe particolari circostanze potrebbero questi esseri cagionare immediatamente la malattia e morte di altri vegetabili, come avvi tutta la probabilità che da quelli derivasse l' attuale deperimento dei pomi di terra.

(2) Vedi *Giornale Agrario Lombardo-Veneto*, vol. VIII, 1837, pag. 293; vol. XI, 1839, pag. 41 e 44; vol. XIII, 1840, pag. 391; vol. XV, 1841, pag. 18, 184 e 288; vol. XVII, 1842, pag. 183 e 302; vol. XVIII, 1842, pag. 284 e 389; vol. XIX, pag. 34, 63, 97 e 99; vol. VIII, seconda serie, 1847, pag 249.

il suolo per sè stesso, a punto tale, che se senza cambiar la terra si ripianta un pesco in un terreno dove ha già vissuto un altro prima, il secondo languisce e muore, mentre ogni altro albero vi può vivere (1). Se lo stesso primo albero non produce per sè stesso questo risultato, egli è perchè le sue proprie radici, seguitando ad allungarsi, incontrano continuamente delle vene di terra, nella quale non ha ancora deposto i suoi escrementi. Si concepisce che i suoi proprj escrementi devono nuocergli presso a poco come se si obbligasse un animale a nutrirsi de' suoi proprj escrementi. Questo effetto, nell'uno e nell'altro esempio, non è punto limitato agli individui d'una medesima specie; ma le specie analoghe per la loro organizzazione dovrebbero soffrire quando assorbono per mezzo delle loro radici una materia espulsa da esseri analoghi ad esse, egualmente che un animale mammifero ripugna in generale a toccare gli escrementi degli altri mammiferi. Si concepisce in tal guisa assai facilmente la ragione per cui ciascuna pianta tende a guastare il terreno pe' suoi congeneri. Tutte le piante tirano dal suolo l'acqua colle materie delle quali è carica, senza alcuna scelta. Se queste materie sono nocive ad una pianta, essa può soffrire o perire, ma le assorbe nondimeno (2) ».

Dietro questa ipotesi ne deriva dunque che le radici sorbendo dal suolo in parte il nutrimento necessario alla pianta (venendo il resto fornito dall'atmosfera), dopo la circolazione succeduta nei diversi organi, ritorna nel suolo, per mezzo delle stesse radici, quella porzione che si era resa inetta all'assimilazione di una data specie di pianta; mentre quell'escrezione medesima diventa idonea a nutrire altre specie. Su questa ipotesi è fondata almeno in parte la teoria degli avvicendamenti.

Ma sia come De Candolle e molti altri opinano, che le radici assorbano tutto quello che di solubile si presenta alle loro spongiole: sia funzione di quelle

(1) Il celebre agronomo Giovanni Bottari, del quale se ne parlerà in seguito, ben molto prima di De Candolle, e di tanti altri, conosceva la necessità di sostituire un albero di diversa essenza al luogo di quello morto; per cui, descrivendo il suo ubertoso frutteto, diceva. « Il pesco quando muore, viene rimpiazzato da un nespolo ». (*Annali di agricoltura di Filippo Re T. XI, anno* 1811, *pag.* 42).

(2) Già il conte Filippo Re nel suo *Saggio teorico-pratico sulle malattie delle piante* aveva detto: « Io riconosco essere le piante dotate, a somiglianza degli animali, di una specie di vitalità, per cui nascono, crescono e si riproducono. Possono perciò assimilarsi, come questi, gli alimenti cui succhiano, e scaricarsi de' principj che sono inutili a loro, e che, soggiornando entro di esse, potrebbero impedire di compiere le vitali funzioni. . . . . Non possono astenersi dal succhiare gli umori che sono loro apprestati, dal momento che gli agenti esterni, che operano sopra di loro, imperiosamente ve le sforzano. Ma gli animali a loro volontà cibansi e digiunano, scelgono a piacimento il cibo, ec. »

radici di assorbire, per una affinità elettiva, unicamente quanto alla nutrizione di quella specie di piante si richiede (ipotesi alla quale propenderei, come già feci noto in altri miei lavori, come dalla Nota 2): sia poi finalmente che le radici stesse decompongano le materie contenute nel suolo prima di mandarle in circolazione nella pianta (opinione la meno verosimile, come già feci rimarcare); comunque siasi, se avvi un continuo assorbimento di umori ed una continua circolazione di questi, bisogna ben ammettere che il superfluo ritorni al suolo, oltre a quanto viene dalle foglie, frutti e tronco esalato ed espulso. Questo è quanto succederebbe nello stato normale d'ogni pianta; ma riguardo ai gelsi avvi un'altra causa tutta particolare e preponderante di un'evacuazione per mezzo delle radici procedente specialmente dallo sfogliare continuo anche de'gelsi novelli, e dallo scortecare e troncare i rami fuor di misura e nella stagione più avversa; per cui que'sughi assorbiti e proprj all'assimilazione ne vengono in parte alterati nella circolazione per non sussistere più il rapporto fra le radici assorbenti e le foglie ed i rami destinati ad elaborare e ad assimilare detti sughi; noto essendo quanto specialmente le foglie sieno atte e necessarie a questo ufficio oltre quanto assorbono ed evacuano nell'atmosfera. Ristagnando dunque que'sughi nei tessuti del vegetale vi si corrompono e vengono respinti nelle radici e da queste nel suolo, ed in parte riassorbiti guastando l'organizzazione della pianta; oppure si aprono nel tronco e nei rami una via per sortire. La pianta ne soffre perciò; ed esaurite le sue forze vitali, che li successivi sviluppi delle foglie non più valerebbero a repristinare, e che anzi sono quelle che cominciano a darne indizio col loro crescimento stentato, appassimento e colore livido, quella finalmente muore, lasciando nelle fracide radici e nel suolo circostante un'infezione escrementizia mortale per altri gelsi che al luogo dei morti si sostituissero, ma non per piante di diversa essenza o direi d'indole e di natura diversa; per le quali in vece quegli escrementi, come già fecero notare De Candolle e molti altri, tornano a profitto per la loro nutrizione; nella guisa che una sostanza può esser veleno per un animale o un vegetabile, e non per un altro. Oltre al prospero esito che dall'alternare dei vegetabili ne deriva, dipendendo in parte da questa causa negli avvicendamenti di coltivazione; è noto agli orticoltori che alcuni vegetabili di diversa specie crescenti vicino gli uni agli altri prosperano meglio che non se fossero separati, e che perciò si dicono *amici;* e questo non solo ha luogo fra gli ortaggi, ma si è anche osservato, per esempio, «che il faggio trovasi frequentemente compagno colla quercia, ed entrambi questi sovrani delle nostre selve (come si appellano dalla *Gazzetta dell'Associazione agraria di Torino*, 1847, N.° 40) vi prosperano senza nuocersi». Per lo contrario vediamo che, per esempio, i pini e le roveri de-

periscono se loro vengano dai bruchi mangiate tutte le foglie per alcune successive primavere. « Spogliandosi nella China tutti gli anni, e più di una volta all'anno, le piante di thè dalle loro foglie, senza che, almeno apparentemente, possa ciò loro nuocere, pure dopo sette ad otto anni, e qualche volta più, le piante deperiscono ». (*Annales de l'agriculture française, juillet,* 1844, pag. 21.)

Come succede negli animali che soggetti a cause deleterie vi resistono più o meno secondo lo stato delle loro forze vitali ed altre circostanze più o meno favorevoli o contrarie; e come succede specialmente nel corpo umano che per certe malattie si opera uno sfogo di sostanze deleterie per secesso, per vomito, per ascessi e tumori, per espulsioni cutanee o per piaghe che si aprono, le quali l'arte ajutando la natura talvolta conserva aperte o vi sostituisce salassi, sanguisughe, scarificazioni, ventose, vescicanti o fonticoli; così pei gelsi si assecondano questi sfoghi naturali, o artificialmente vi si praticano nuove aperture, come già si disse, le quali valgono a prolungare la vita e talvolta anche a risanare la pianta.

Per questa e per altre cause dipendenti dal terreno, e dalle influenze atmosferiche che non ben conosciamo, non tutti i gelsi in un limitato numero di anni deperiscono; potendo anche accadere che le radici prolungandosi sfuggano ai proprj escrementi, i quali poi col tempo vengono nel terreno stesso a decomporsi; per cui nuove radici capillari possono ivi riprodursi, dove prima non vi avrebbero potuto impunemente esistere; la qual circostanza può applicarsi anche a tutti gli altri alberi della maggior durata, senza dover supporre che tutti gli alberi di qualunque essenza evacuino materie tanto deleterie. Quei gelsi in vece che al posto dei morti vengono sostituiti, tutti generalmente ne muojono, perchè trovano già nel terreno la causa efficiente della loro mortalità, sia pel contatto coi rimasugli delle radici putrefatte di quello estirpato, sia per l'infezione dalle medesime stata deposta (1); infezione cui possono partecipare anche altri gelsi già piantati in vicinanza col prolungamento delle loro radici, o colla diffusione di quelle velenifiche emanazioni trasportate dalle acque di pioggia; per cui in un filare si consigliò perfino di estirpare que' gelsi laterali, sebben non dassero ancora indizio di deperimento.

---

(1) La chimica non potrebbe forse scoprire nel terreno, nè nelle parti affette delle piante questi principj deleterj, che le analisi stesse posson tanto facilmente scomporre, entrando in altre combinazioni: sapendosi quanto la più piccola differenza di un componente cambia la natura di un corpo. Però fu osservato che intorno alle radici guaste si trova una terra uliginosa non consueta, ed i sughi, che gemono dalle piaghe apertesi spontaneamente, o praticate artificialmente, sono di colore nerastro, e di odore nauseoso.

È nota quella forza in natura dai moderni chimici detta *catalitica* applicabile anche ai vegetabili; per cui irritato una volta un organo, l' irritazione si propaga rapidamente, come fa, per esempio, il pus vaccino, o il veleno della vipera negli animali. Il celebre Liebig ritenendo anch'esso come dimostrato che le radici espellono materie che non hanno potuto essere convertite dalla pianta in suo nutrimento, nella sua *Chimica organica applicata alla fisiologia vegetale ed all'agricoltura* (Parigi, 1841, cap. III, § 200), avendo prima manifestato: « Che fra le teorie che si sono inventate per spiegare l'utilità degli avvicendamenti, ossia delle rotazioni, quella di De Candolle essere senza contraddizione la sola che riposi sopra una solida base »; soggiunge: « La condizione generale acciò la putrefazione si stabilisca nelle materie organiche è il contatto di queste materie con un' altra sostanza che si trovi di già in putrefazione o in fermentazione: si può dunque dire essere per una specie di contagio che essa si propaga. È in effetto il legno in putrefazione che produce lo stesso stato nel legno fresco ». Quanto Liebig applica agli organi animali (come particolarmente nell'*Appendice*, pag. 337, ai §§ 243, 255, 265, 267 e 269) si deve estendere anche ai vegetali, com'egli stesso si spiega fin dal principio dell'*Appendice* medesima.

Applicando dunque queste dottrine al caso nostro, operano questi sughi e queste radici putrefatte dei gelsi una vera contagione nella loro specie, come vediamo nei contagi di animali percuotere una sola specie, lasciando illese le altre, e non tutti gli individui soggiacervi, per una certa quale predisposizione o suscettibilità non ben conosciuta inerente agli uni e non agli altri. La grande mortalità dei nostri gelsi si è resa appunto più frequente dall' essersi questi più frequentemente e più anticipatamente sfrondati; lo che non succedeva nei passati tempi, ne' quali la coltivazione dei bachi essendo trascurata, molti gelsi rimanevano intatti di tempo in tempo; e per abbondanza di legna, meno frequente e meno notabile era il taglio de' rami, e diciam pure anche pel mal combinato interesse del contadino di minorare l' ombra al suo campo. Più scarsa essendo allora anche la popolazione, rimaneva ogni anno incolta una porzione di terreno, detto il *maggese* o *novale;* e perciò anche le radici dei gelsi meno venivan guastati dall' aratro e dalla vanga, che ora per guadagnar terreno fruttifero più si profondano, e più si accostano que' strumenti alla pianta. Nelle piantagioni erano i filari tenuti più distanti fra loro, e più distanti i gelsi l' uno dall' altro, in modo che la mortalità d' infezione meno si poteva comunicare dall' uno all'altro. S' aggiunga, che se il numero dei gelsi morti è ora maggiore, dipende anche in parte dall' essere molto maggiore il numero dei gelsi stati piantati sulla fine del secolo passato (e sempre crescente fino ad ora), in cui si cominciò a far rimarcare questa mortalità, quando cioè si cominciò ad attendere con maggior cura all' educazione dei bachi da seta.

Spiegata dunque la causa di questa mortalità contagiosa, resta ad indicare il rimedio, che dovrebbe consistere nell' impedire questa nociva circolazione e questo accumulamento de' sughi deleterj nel terreno. Ora, appoggiato io al fatto ammesso da tanti celebri fisiologisti che le escrezioni di una specie di pianta preparino il nutrimento ad un' altra, per cui i sughi che nuocerebbero alla prima gioverebbero alla seconda, io propongo la coltivazione promiscua dei gelsi colle viti, ma in un modo ben diverso da quello fin ora praticato. Nella supposizione che le radici delle diverse piante fra loro avvicinate promiscuamente si nuocessero, si piantavano i gelsi in un filare di viti procurando di stare il più lontano dalle radici di queste; mentre in vece io propongo di piantare contemporaneamente ai gelsi anche le viti, in modo che le radici degli uni si trovino in prossimità delle altre, onde assorbirsi vicendevolmente i sughi escrementizj a comune vantaggio. Le radici, com' è noto, vanno continuamente allungandosi e diramandosi dove trovano miglior nutrimento: per cui sempre vicine si troverebbero le radici espellenti a quelle assorbenti. Vediamo tutto giorno tante siepi ben fitte e promiscue di diverse essenze, che formano sotto terra una rete colle loro moltiplici radici; ed i boschi quasi inaccessibili dell'America nella natura selvaggia sono composti di tanta e tale varietà di alberi, le radici dei quali devono necessariamente intrecciarsi, e che pure presentano una così vigorosa vegetazione.

In vece dunque di piantare una vite in mezzo a due gelsi posti alle debite distanze: preparata la fossa anche più ampia del consueto, a ciascun nuovo gelso si dispongan le novelle viti ai suoi due lati, sia dal mezzogiorno al settentrione, sia da levante a ponente, come porta la situazione del luogo; oppur anche ai quattro lati tendendo le viti in croce. Nei primi due o tre anni del trapiantamento dei gelsi poca essendo l'ombra che producono, questa non nuocerà, anzi favorirà la cresciuta delle viti, perchè appunto si raccomanda sul principio d' impedirne gli ardori del sole. Di mano in mano che i tralci di queste si allungheranno, si tireranno fra un gelso e l' altro sostenuti nel mezzo da pali, o, come si pratica, da olmi, oppii, ciriegi selvatici a festone, oppure a *gabbiolo,* a *banchetta* od a *pergolato;* in ordine, cioè, inverso del metodo usato, col quale si dirigono detti tralci verso i gelsi, sui quali in parte si arrampicano col danno reciproco nello sfrondare il gelso e nel cogliere l' uva.

Le radici poi delle viti trovandosi protette dall' ombra dei gelsi meno verrebbero a soffrire nella siccità dell' estiva stagione, e liberi e ben esposti all' aria ed al sole i tralci rimarrebbero più fruttiferi. Non vi sarebbe altro vegetabile da sostituire alla vite sì per essere il più produttivo e già tanto fra noi in coltivazione, e sì per la proprietà che presenta di estendere i suoi tralci

fruttiferi; mentre con qualunque altro albero utile in agricoltura posto a canto del gelso, si danneggerebbero coll' ombra reciproca de' loro rami; e se fossero vegetabili erbacci, l' uggia distruggerebbe questi, i quali inoltre hanno radici troppo limitate, e sono annue o di breve durata.

Col nuovo metodo il terreno fra un gelso e l' altro rimanendo più sgombro, resterebbe facilitato il lavoro e maggiore il prodotto di quanto se ne potrebbe ricavare, senza pericolo d' intaccare le radici delle viti collocate, come si suole, nel mezzo. D'altronde quella stessa quantità d' ingrasso e di coltura che si darebbe separatamente al gelso ed alla vite, risulterebbe non divisa di vantaggio ad ambedue egualmente.

Propongo in vero cose che al primo aspetto, essendo contrarie all' uso ed ai comuni precetti, non sembrerebbero d' adottarsi: ma ben riflettendovi, e deposti gli antichi pregiudizj ed abbracciando le nuove nozioni fisiologiche sul nutrimento delle piante, mi lusingo dell' ottimo effetto; e ben mi duole che nei pochi miei fondi, per le circostanze del loro modo di amministrazione, non possa io per il primo darne l' esempio; come anche per l' età mia tanto inoltrata non mi rimarrebbe forse tempo sufficiente di vederne l'esito confermato. Per quanto però mi consta da osservazioni fatte, ne' filari di viti e gelsi se molto fra loro ravvicinati e fitti, come più frequente si usa in collina, non succede così di frequente quella mortalità che si riscontra in semplici filari di gelsi che fossero collocati ad un'eguale distanza fra di loro. Intanto io posso assicurare che la vicinanza delle radici fra gelsi e viti punto non nuoce, e che anzi prospera più del consueto ne fu la vegetazione per una serie d'anni sufficiente a comprovarla. In una Memoria di Giovanni Bottari (stato riconosciuto ai suoi tempi come molto valente agronomo), intitolata: *L'accoppiamento delle viti ai gelsi senza che scambievolmente si nuocano* ne viene insegnato il metodo. « I gelsi (vi si dice, § III) disposti in coteste file si collochino l'uno dall' altro lontano diciotto piedi tutto al più . . . . . Potrete piantare due o tre magliuoli di viti per parte a canto di ogni albero di gelsi . . . ; e in vece di nudi magliuoli, dei magliuoli allevati da uno a due anni nei vivai, dei quali la prova è sicura; e basterà perciò il piantarne uno solo per parte a lato di ogni albero di gelso ». Nella parte seconda: *Del modo di accoppiare le viti ai gelsi che ne sono vedovi* si ripete: (§ I) « Abbiamo suggerito nella parte prima (§ III) di riporre al piede dei gelsi, nell' anno stesso che si piantano, i magliuoli delle viti, oppure le giovani viticelle nell' autunno susseguente, ec. ». Ora il signor Bottari aveva cominciato fino dall' anno 1786 presso Latisana nel Friuli le sue estese coltivazioni con ottimo e lucroso successo (come si dice nella prefazione della seconda edizione fatta in Udine, dove, cioè, i prosperi successi dovevan essere evidenti per la vicinanza del luogo), e non pubblicò che nel 1810 colle stampe di Alvi-

sopoli questo suo nuovo metodo, ch' ebbe in seguito due altre edizioni, l' una dieci anni dopo la sua morte, cioè nel 1824 in Udine dai Fratelli Mattiuzzi, e l'altra in Milano dal Silvestri nel 1838.

Il signor Domenico Rizzi anch'esso peritissimo agronomo pubblicando con sue note in Padova nel 1838 una Memoria inedita dello stesso Giovanni Bottari *Sulla coltivazione dei Littorali*, non dubita di asserire nella prefazione riguardo al Bottari: « Mi professerò sempre apprezzatore delle agrarie sue opere, e veneratore del suo genio per le cose agronomiche..... Onde testificare poi vie maggiormente la mia intima stima e riconoscenza a sì illustre maestro del nostro secolo, che per meriti gareggiar può coi più distinti agronomi d'ogni nazione ». E nei *Cenni biografici* intorno al medesimo Bottari, che si premettono dal dottor Gaspari di Latisana, si aggiunge: « Ma inutilmente io mi perdo nel descrivere un' invenzione ch' egli medesimo in un opuscolo, anni sono, ristampato a Udine, e recentemente per la terza volta a Milano, per filo e per segno con molta chiarezza e proprietà descriveva. I curiosi delle cose agrarie troveranno in quel libricciuolo il modo di vedere e di operare diligente del nostro Giovanni ».

Senza voler qui decidere se l' applicazione di quel suo nuovo metodo, che consisteva nel disporre i tralci della vite sui rami tronchi del gelso a doppia spalliera, fosse più vantaggioso di quello almeno fra noi generalmente usato, sussiste però sempre la prova, che scambievolmente non si nuocono le radici di viti e gelsi in tal guisa accostate, se il Bottari aspettò 24 anni a pubblicare e raccomandare quel suo metodo; e se dal 1810 al 1838 altre due edizioni si fecero. Avremmo adunque 52 anni di prova. Accenna bensì il Bottari (Parte II, § XVI) *all' epidemica malattia, che ha fatto strage in tanti altri paesi, e la quale si vede non di rado anche fra noi; e che si comunica dall'una all'altra pianta pel solo contatto delle radici;* ma non dice che fra le tante centinaja de' suoi gelsi a quel modo coltivati ne sia succeduta alcuna mortalità; lo che non avrebbe mancato di accennare, e ne avrebbe, al caso, indicati i rimedj che migliori avesse creduti in un trattato appunto della coltivazione dei gelsi e discorrendo di quella malattia. Ma nè il Bottari nè alcun altro di quel tempo avrebbe potuto supporre che la preservazione di quella mortalità derivasse appunto dall' accostamento delle radici del gelso con quelle della vite; scopo unico del Bottari essendo quello d'ingombrar meno il terreno e raccogliere maggior frutto.

Adunque nel caso nostro le radici delle viti oltre all' assorbire le dejezioni infette dei gelsi come alimento; le materie escrementizie delle radici di quelle venendo alla lor volta assorbite dalle radici di questi, quand' anche non servissero di alimento, potrebbero far l' ufficio di correttori reagenti, coll' impedire, che li sughi circolanti ne' gelsi cominciassero a guastarsi o col decom-

porli diggià guasti, quando pur anche una decomposizione delle parti velenifiche non succedesse nel terreno, causata dalla mescolanza delle materie escrementizie delle viti con quelle dei gelsi venute al contatto; lo che si potrebbe intendere anche riguardo ai residui di radici infette rimaste nel terreno dopo l' estirpazione del gelso morto.

Ma quando mai non si trattasse di una piantagione tutta novella, si pongano al piede d'ogni gelso barbatelle di viti, come insegnava il Bottari, le quali quando saranno sufficientemente cresciute si educheranno come si disse, estirpando quindi quelle viti che si trovavano fra l' uno e l' altro gelso, migliorando anche con tal sostituzione la qualità delle viti, se facesse di bisogno. Dove poi non si potessero o non si volessero metter viti, neppur a canto di un nuovo gelso sostituito ad altro morto (quantunque mi sembri che una vite al piede di un gelso sia cosa di nessun ingombro, anzi di ricavo) o meglio sostituendovi viti già alquanto adulte per rendere più pronto ed efficace l' effetto; in questi casi per preservare il gelso da una troppo anticipata mortalità, oltre tutte le altre buone pratiche generalmente consigliate, ed evitando le cause nocive, per quanto si può, già in parte sopra annunziate, non posso mancare d' inculcare d' aver riguardo di non sfogliare i novelli gelsi nei primi anni, perchè quanto più si differirà, tanto maggiore si troverà il ricavo negli anni successivi: in secondo luogo cambiandosi il metodo ed il tempo generalmente praticato nella scalvatura, ossia troncatura dei rami, cioè eseguendosi questa con maggior parsimonia, e facendosi non già subito dopo colta la foglia, ma sul finire dell'autunno o dell' inverno; ciò che venne le tante volte raccomandato ma quasi sempre inutilmente per vedersi in tal guisa privati dal poter cogliere la foglia ogni anno da ogni gelso; mentre quell' anno risparmiato sarebbe di gran lunga compensato dalla maggior quantità di foglia nelle primavere degli anni successivi; potendosi questo, spossato in tre o quattro anni di sfogliamento, rimettersi e prendere novello vigore per gli anni successivi, come abbiamo l' esempio nei gelsi de' tempi passati. Con questo metodo vi sarebbe anche il vantaggio di potersi fare una discreta educazione autunnale dei bachi da seta, adoperando la foglia dei rami da troncarsi, senza pericolo di offendere le gemme dei rami destinati a sviluppar la foglia nella successiva primavera. In ogni caso poi al primo apparire dei sintomi della morte inevitabile si estirpi quel gelso, prima che l' infezione cresca e si estenda.

Finalmente poi a chi non spiacesse l' aspettare, ponga pure nel luogo del gelso morto, o che già dà indizio di deperimento, un albero di altra specie, come venne proposto un noce, o meglio una robinia di più facile attecchire, di più pronto accrescimento, e che più presto estende le sue radici; e dopo

due o tre anni rimettersi in sua vece un altro gelso; però sempre con esito incerto, perchè que' sughi o rimasugli di radici infette, non potendo le radici di altro sostituito albero novello (che tal bisogna che sia pel trapiantamento) estendersi in que' pochi anni tanto da occupare tutto lo spazio di quelle del gelso antecedente; oppur prima che queste nuove radici si prolunghino, quelle del gelso vicino e già adulto in un filare possono già essersi prolungate nel luogo infetto.

Altri sperimentò di sostituirvi immediatamente un gelso delle Filippine, che si assicura con esito felice; ma rimanendo ancora le stesse cause d'infezione accennate per qualunque altro gelso, io dubiterei molto dell' esito dopo un sufficiente numero d'anni di prova, poichè non essendo i gelsi delle Filippine che una semplice varietà del gelso comune, non avrebbero le loro radici d'egual natura, secondo opinava anche De Candolle e tant' altri, potuto operare quell' assorbimento escrementizio; e quand' anche l' operassero sarebbero alla loro volta soggetti alla stessa malattia per l' usato mal governo. D' altronde questa sostituzione sarebbe da praticarsi piuttosto ne' boschetti a gelsi, i quali sono pur sempre di breve durata, invecchiando anticipatamente come succede nelle siepi dei medesimi col voler sforzare a ridursi in arbusto un vegetabile destinato a diventar albero; mentre per le piante di alto fusto quali si tengono ne' filari, il gelso delle Filippine mal vi si adatta; e la sua foglia è pur sempre considerata come di minore bontà.

Insisto pertanto sul metodo che per tutt'altro scopo propose il Bottari (1); perchè alla fin fine se pienamente non corrispondesse al mio scopo, si avrebbero sempre quegli altri vantaggi che ho indicati; o volendosi ritornare all'antico metodo non si avrebbe che a propaginare questa stessa vite dirigendola nel mezzo fra due gelsi dove metterebbe nuove radici.

Non nasca dunque diffidenza, nè scoraggiamento in chi fosse disposto ad assecondare il mio progetto; e si consideri che questa mortalità dei gelsi reca ogni anno al solo regno Lombardo-Veneto il danno di qualche milione di lire tra la mancanza della foglia, e la spesa di continua piantagione di altri gelsi da sostituirvi. Si procuri dunque di troncare il male dalla sua *origine,* o come si suol dire dalla sua *radice*, perchè dalla radice appunto ne deriva ogni male: *Radix omnium malorum.*

---

(1) Ultimamente il signor Giuseppe Enrico Gastaldis di San Vito, che nel 1846, in occasione dell' *accoppiamento* in matrimonio di una sua figlia, pubblicava con tutta ingenuità una sua Memoria, anch' essa intitolata: *Dell' accoppiamento delle viti al gelso*, dichiarava (pag. 40) « che il primo che abbia dato il gelso per marito alla vite in Friuli fu il benemerito signor Bottari di Latisana »; variando egli però il metodo, imbevuto com' era della comune opinione che l'avvicinamento delle radici di qualunque altra pianta poteva nuocere.

RETTIFICAZIONE

# DI ERRORI INVALSI CONTRO LA VERITÀ STORICA IN MOLTE DIPINTURE DI SOGGETTI RELIGIOSI.

## Memoria

DI

BARTOLOMEO CATENA.

Letta nell'adunanza del giorno 9 dicembre 1847.

È sulle labbra di ognuno la sentenza del Venosino, che i pittori ed i poeti ebbero mai sempre egual privilegio di imprendere arditamente quanto vien loro in talento (1), che la loro feconda audacia spazia nell'infinito, come scrisse Ovidio (2): *exit in immensum fecunda licentia;* nè strettamente avvincola le sue parole alla fede storica. La loro fantasia infatti, disdegnosa di una servile e sempre uniforme imitazione, decompone ed associa perpetuamente, di nuove forme riveste, o delle antiche accresce tutto il sensibile che si presenta allo sguardo. E perciò dalle loro creazioni sembra di continuo abbellirsi, ingentilirsi la natura vivente; aspetto inusitato acquistano le petrose cavità dei monti, i nevosi e sublimi lor gioghi; tutto il regno vegetale più rigogliosa spiega la pompa de' suoi colori; gli enti medesimi superiori all' umana natura non si rimangono dall' essere da mortal mano raffigurati e descritti. Laonde il greco Luciano, insistendo sulle accennate espressioni dei due poeti del Lazio, affermava che poeti e pittori non possono da verun tribunale venir astretti a render conto ed a rispondere delle loro imaginazioni: παλαιὸς οὗτος ὁ λόγος ἀνευθύνους εἶναι ποιητὰς καὶ γραφέας (3).

(1) Hor. *Ars Poetica*, vers. 10.
(2) *Amor.* Elegia XII, lib. III.
(3) Lucianus, *De Imaginibus.*

Tuttavia per quanta autorità si conceda al Venosino nei campi stessi della sua estetica, per quanta se ne aggiudichi ad un Ovidio, all'autore delle Metamorfosi, e al critico di Samosata, a quel desso che chiamò al suo sindacato uomini e dèi, il senso comune, il senso di una retta e sana ragione reclama un confine da assegnarsi, un freno da imporre a qualunque vogliasi fantasia poetica o pittorica. Si conceda la più ampia facoltà di invenzioni, diceva lo stesso Orazio, ma non sì ch'essa degeneri in licenza, e vada in traccia di sconvenienze ridicole e di studiate assurdità, e l'ingegno si slanci nel bizzarro, nel capriccioso e nel falso.

Or su questa riprovevole via io non dubito che una viva imaginazione sia spinta da due cause morali che con vicendevole opposizione signoreggiano a un tempo: intendo amore di novità e forza di consuetudine. La prima causa invita l'ingegno ad un continuo avvicendare di rappresentazioni e di modi, e non rade volte a proporsi una meta, di cui non si teme il biasimo, perchè finora intentata; i vincoli ferrei della seconda lo rattengono siccome schiavo alle idee comunemente accolte, e quasi sacre nell'accettazione del volgo, talchè verissimo apparisce quel detto di Erasmo (1): *Consuetudo quovis tyranno potentior.* A dimostrazione di ciò, e quindi a persuaderci del possente impero che esercitano sulle arti spirito di novità e tenacità di principj tradizionali comunemente adottati, sostenete che io vi presenti una serie di esempj che somministrati ci vengono non meno dalle sacre che dalle profane storie. Ma quando io sia riuscito a ciò, potrebbe alcuno interrogarmi, quale sarebbe il mio intendimento? Forse di proporre altra via al cultore dell'arte pittorica, e delle arti affini, e di farlo ricredere de'suoi pensamenti? Rispondo, che se tanto mi proponessi, imiterei chi assiso ad uno scoglio si querelasse dell'onda che spumeggiante ai piedi lo percuote; passa il flutto sdegnoso, e col suo frastuono confonde le querele. Non mi è negato però, se le invenzioni artistiche poggiano in sinistro, di mostrarne le aberrazioni; nè, se le consuetudini, quantunque corroborate dalla vetustà, hanno assunta un'apparenza mendace, o alterata, mi è tolto di indicarne la falsità o le avvenute mutazioni. Nè qui chiamerò ad esame rappresentazioni, nelle quali il mistico e l'astratto si trasformò in soggetto cadente sotto i sensi, del che io credo di avervi bastevolmente trattenuti ne' miei passati lavori (2); qui io prendo di mira oggetti aventi fin dall'origine loro una propria e reale esistenza; ma che furono rivestiti di forme non sue da penne troppo inclinate al maraviglioso, troppo dedite agli ornamenti di una

(1) Erasmus, *Colloquia Familiaria.*

(2) Vedi *Memorie dell'I. R. Istituto Lombardo,* vol. I, pag. 41, e vol. II, pag. 283.

artificiale e pomposa eloquenza, che spesso disdice al decoro di un culto religioso e alle stesse verità bibliche.

E fu veramente un tempo in cui i sacri biografi si prendevano diletto di comporre vite di Santi alla foggia di ciò che or si direbbe romanzo storico. Tale fu presso i Greci un Simeone Metafraste, che fiorì oltre la metà del secolo nono, e dal quale afferma il Cardinale Bellarmino (1), *scriptas fuisse historias de vitis Sanctorum, multis additis ex proprio ingenio, non ut res gestæ fuerant, sed ut geri potuerunt.* Quindi introdotti dispute e dialoghi i più singolari tra martiri e tiranni, conversioni repentine di pagani spettatori, rovesciamenti di tempj e di idoli, morti di persecutori, miracoli e prodigi all' antichità perfettamente ignoti. Fonte non meno torbido e inattendibile è la storia in ebreo del *Certame apostolico,* che il citato Bellarmino vuole più somigliante a favole che a sincere narrazioni. Porta essa il nome di un Abdia babilonese, coetaneo di Cristo Signore, e dagli Apostoli ordinato vescovo di Babilonia; ma l' impostore che assunse quel nome, non seppe abbastanza celarvisi; giacchè egli che, secondo le sue parole, avea veduto co' suoi occhi il Redentore, cita poi il libro V della storia di Egesippo, che visse più di un secolo e mezzo dopo l' ascensione di Nostro Signore, ai tempi di Giustino martire e di Atenagora, e fa cenno di Giulio Africano, autor greco, che condusse la sua storia fino all' anno 221 dell' era cristiana. Pur non mancano esempj a mostrare che siffatti autori imposero alla buona fede dei nostri biografi, ad un Mombrizio, ad un Jacopo de Voragine, della pietà de' quali minore fu il discernimento, finchè la giudiziosa critica dei secoli a noi più vicini seppe dalle finzioni scernere il vero.

Ma intanto la pubblica opinione tenacemente si informava su tali autorità, i racconti favoriti da un prestigio di vetustà si trasfondevano da volgare in volgare scrittore; nè ultimi potevano essere i cultori dell' arti belle a consacrare col pennello e collo scalpello le quasi poetiche invenzioni, gli anacronismi delle cose, delle persone, dei costumi, e dei secoli. Quante volte ponendo l'occhio sopra moderne dipinture riscontriamo ne' personaggi de' più rimoti tempi in esse raffigurati la stessa foggia de' nostri riti religiosi, e le stesse forme di abiti quali suole praticare l' odierna Europa e l' Oriente? Tra un Armeno che a noi giunga dall'Ararat ed un capo delle famiglie Israelitiche, tra un condottiere delle guerresche tribù dell'Arabia e i commilitoni di Abramo nella valle di Mambre, non ravviseremmo alcun divario di portamento. Del pari che gli Europei educati alle leggi della moderna civiltà, siamo posti a mirare i figli dell' antico Israele porger segni d' ossequio coll' inchinare una fronte nuda

(1) Bellarm. *De Scriptoribus Eccl.*

e discoperta. Tuttavia, se Mosè nella sua legislazione ordina agli infetti di lebbra (1) di starsene a testa nuda, come in testimonianza di quel morbo umiliante, e intima ai sacerdoti (2) di non levarsi la tiara secondo lo stile di coloro che discoprendo il capo mostrano dolore e lutto, è dunque mestieri inferirne, che gli Ebrei, contro i nostri usi, tenevano per indizio di personale dignità il non presentare una fronte denudata, e il non rimovere gli avvolgimenti e le fascie che lor velavano il capo. E fra noi quanti dipintori diedero in prestanza ai secoli primitivi della Chiesa quella forma caratteristica degli abiti che il clero sogliono distinguere dal popolo rimanente? Ma esclusa la foggia particolare delle vestimenta di cui fino dai primi tempi si vogliono adorni i sacerdoti nella celebrazione de' sacri misteri; che nell' esercizio della vita comune l' abito del clero non diversificasse dal cittadinesco, mi sono fra gli altri validissimo argomento le parole del nostro santo vescovo Ambrogio nella funebre orazione ch' egli recitava in onore di Satiro, suo fratello. Tale era la rassomiglianza delle fattezze di questi due germani che in parte lor si potevano applicare i bei versi di Virgilio:

*Daucia, Laryde Tymberque, simillima proles,*
*Indiscreta suis gratusque parentibus error.*

Chi mai ti mirava, egli così apostrofa Satiro, e non credeva di aver veduto me stesso? Quante volte io salutava taluno, che prima essendosi teco incontrato, non dicesse di aver già accolto il mio saluto? Quanti rammentandosi di avermi alcun che comunicato, dicevano di averlo già comunicato a te stesso? *Si vehementius contenderent,* così prosegue l' oratore, *quod se mihi aliquid intimasse memorarent, respondebam rideus et gaudens: Videte ne fratri dixeritis.* Or come poteva tante volte aver luogo siffatto inganno di scambiar l' uno per l' altro fratello, di trattenersi a colloquio con l' uno o con l' altro, e non ricredersi dello scambio, se malgrado la massima somiglianza delle persone, tuttavia una forma, un abito, un' ecclesiastica insegna avesse contraddistinto il vescovo dall' uomo laico qual' era Satiro? Ma nulla di più ovvio al gusto dei pittori che di assegnare alle epoche primitive della Chiesa non le sole foggie del vestire proprie dei tempi posteriori, ma le mitre altresì e i pastorali e le tonache e le cocolle ancora non nate. Per un eguale trasporto di costumi, non v' ha pittore, nè scultore, io mi credo, il quale descrivendo la cena pasquale non faccia seduti gli Apostoli col Salvatore, come appunto è l' uso moderno. Ma, non che

(1) *Levit.*, cap. XIII.
(2) *Levit.*, cap. X.

altro, l'espressione del testo sacro (1) che durante il convito, *uno dei discepoli che era amato da Gesù, posava sul seno di lui*, chiaramente ci avvisa del *triclinio* dei Greci e dei Romani, e ci ricorda che anche gli Apostoli erano adagiati a mensa inclinandosi sul sinistro fianco coi piedi distesi.

Le inesattezze e le incoerenze sono ancor maggiori in faccia ai riti ebraici. Il matrimonio, a cagion d'esempio, presso gli Ebrei era un atto puramente civile, che avea per base il consenso delle parti, e che, conforme alla legge di Mosè, poteva in più casi essere annullato. Ancorchè molte varietà siensi introdotte presso i moderni Giudei nel festeggiare le loro nozze, pure anche oggidì essi riguardano il matrimonio del giovane Tobia e le cerimonie che vi si osservarono, come un modello della unione più benedetta. Ora nel libro di Tobia, Raguele, la persona a cui la natura sembra aver confidato un tale officio, concede in primo luogo la sua figlia al giovane di Nephthali, e ad un tempo mmendo la mano dell'uno a quella dell'altra, dà ad ambidue la sua benedizione. Pertanto ogni ragion vuole che dagli sposalizj giudaici sia tolta l'idea di sacerdote, di sacramento, di tempio. Ma qual è il dipintore che non ci rappresenti le nozze della Vergine come oggidì sogliono celebrarsi avanti l'are cristiane? E quanti pur sono che ce le rappresentano con tutti quegli aggiunti che il volgo bevette al fonte di apocrife tradizioni? In un falso Vangelo sotto il titolo: *De Nativitate Mariæ* (2), che girava per mano degli eretici Gnostici, si narra che la Vergine Maria essendo pervenuta all'anno decimoquarto di sua età, il Pontefice avea in pensiero di rimandarla a' suoi genitori, non meno che le altre vergini, sue coetanee, fino allora custodite nei recinti del tempio, ma che rifiutandosi Maria, perchè già si era consacrata al Signore, dubbioso del partito da prendersi, ebbe ricorso all'oracolo divino, il quale alludendo al vaticinio di Isaia: *Egredietur virga de radice Jesse, et flos de radice ejus ascendet* (3), pronunziò che la Vergine si dovesse fidanzare al discendente di Davide che fosse il più degno di lei. È dunque ordinato ad ogni nubile della famiglia Davidica di recarsi al tempio e di deporre una verga sopra l'altare; sarebbe quindi eletto per isposo di Maria quegli di cui fiorisse la fronde, e sulla cima vi riposasse lo spirito del Signore in forma di colomba. La felice avventura segna la fronde di Giuseppe, si grida al prodigio, ed egli è sposo di Maria. Altre leggende aggiungono che i pretendenti a quelle nozze si ritirarono mormorando, e fra questi annoverano il profeta Agabo, menzionato negli Atti apostolici.

---

(1) *Vangelo di San Giovanni*, capo XIII.

(2) Vedi Fabricius. *Codex apocr. (N. Testamenti.)*

(3) Isaia, capo XI.

il quale ne concepì tale sdegno, che infranse la sua verga, abbandonò la professione di profeta, e si fece Carmelitano; alcune dipinture lo rappresentano nell'abito stesso di que'religiosi. Ecco le favole a cui i nostri avi prestarono una seria fede, e che i pittori misero in azione. Le nozze della Vergine erano un incidente troppo straordinario perchè se ne trascurassero i più minuti rapporti. La scena è nel tempio, avanti un'ara sacra. San Giuseppe, a capo nudo, regge nelle mani la famosa verga, che da poi convertita in bastone, divenne l'attributo favorito di questo Santo, e fra una turba di spettatori, in mezzo ai due fidanzati si chiama il gran sacerdote in abiti pontificali a celebrare il rito nuziale.

Non minori appajono le deviazioni dalle forme giudaiche nella Presentazione di Maria al Tempio, nella Circoncisione di Cristo, nella di lui Disputa fra i Dottori della legge, quali oggidì sogliono figurarsi. La Presentazione della Vergine si direbbe scambiata con una vestizione e profession religiosa. Ma nel tempio di Gerosolima che è mai questo altare a'piedi di cui si suppone che il sommo sacerdote abbia ricevuto Maria, e a cui si ascendesse per quindici gradi? Sappiamo che due soli altari si contavano in quel tempio; l'uno era destinato agli olocausti; per giugnere all'altro non vi avea alcuna salita; ambidue poi non erano accessibili che ai sacerdoti; i laici, e molto meno le donne e le fanciulle, non vi si avvicinavano giammai. In quella sacra funzione impiegano i pittori fiaccole di cera; nella mano stessa della Vergine si pone un cereo. Ma è noto che a quell'epoca sì nel tempio e sì nelle case private, vogliasi per necessità o per un festivo decoro, unico era l'uso delle lampade, e non si ardeva che olio: l'impiego della cera a questo uopo non ancora si conosceva. Rispetto alla Circoncisione del Salvatore, scrittori ecclesiastici di molta autorità, ed una tradizione che risale fino ai primi secoli della Chiesa, ci rendono più probabile che ogni altro il sentimento di coloro che la vogliono avvenuta a Betlemme. Ma suppongasi altrove, perchè poi vuolsi collocare nel tempio di Gerusalemme e farne ministro il sommo Pontefice de' Giudei? Tale cerimonia non avea diretto rapporto coi ministri della religione; era essa il contrassegno distintivo e singolare che separava il popolo eletto da ogni altra nazione; il padre del fanciullo, un parente, qualsivoglia altro poteva eseguirla; e quand'anche la conferisse un sacerdote, non è da supporsene ministro il supremo Capo del culto giudaico. Questi era personaggio il più riserbato; non compariva nel tempio che in certi giorni prescritti dalla legge; e non vi si recava che per riempiere le funzioni più auguste del sacerdozio. Il costume adunque del popolo ebreo, il silenzio degli Evangelisti sopra una circostanza che meritava la più esplicita menzione, il silenzio stesso delle ecclesiastiche tradizioni condannano assai i

modi rappresentativi di siffatta cerimonia. Ma l'errore ancor più grande contro i riti mosaici si è di voler presente alla circoncisione di Gesù la stessa Vergine madre otto giorni dopo il suo parto. Si sarebbe dunque ignorato che per legge mosaica a qualunque donna avesse dato in luce un figlio era proibito di metter piede nel tempio pel corso di sei settimane. Si sarebbe ignorata la comune credenza che la Madre del Salvatore si è pur sottomessa a tal legge, e che tutti gli anni la Chiesa solennizza la memoria di questa sua rispettosa sommissione.

Parimente a torto vien rappresentato nostro Signore assiso in mezzo ai Dottori in una cattedra sopra le altre elevata, come se egli nell'anno dodicesimo di sua età fosse stato capo di alcuna sinagoga. Prima ch'egli sorgesse alla lettura, e profittasse della libertà conceduta a ciascun discepolo di proporre i suoi dubbj, posava sopra uno de' sedili inferiori fra gli altri discepoli. Tale era l'uso dei Giudei nelle loro sinagoghe; onde Filone degli Esseni scrive che: κατ' ηλικίαν ἑξῆς καθέζονται *secundum ætatis ordinem sedent.* Per questa ragione dice San Paolo di sè (1), che fu allevato ai piedi di Gamaliele, dottor della legge, alludendo al costume dei discepoli ebrei di sedere ai piedi dei loro seniori. Solo possiamo conghietturare che i Dottori, ammirando la portentosa scienza del fanciullo Gesù, se lo abbiano accolto fra loro, onde il testo di San Luca (2) *in medio doctorum* non altro significhi che *in turba magistrorum.*

A queste infedeltà rappresentative di riti e di costumi, si aggiunga un'infedeltà storica di persone e di fatti; e per una facile dimostrazione di tutto ciò, mi giova l'appellarmi alle narrazioni evangeliche su la vita e gli eventi del Salvatore. Leggiamo in primo luogo che Cristo *nacque in Betlemme* di Giuda (3), e che *la madre lo pose a giacere in una mangiatoja, perchè non eravi luogo per essi nell'albergo* (4); e ciò a motivo della loro povertà, e per la moltitudine di quelli che a Betlemme si recavano pel censo ordinato da Cesare Augusto. La *mangiatoja*, o *præsepe* del latino, è la voce (φάτνη) del greco, che può anche significare una stalla, o stanza da bestie, o spelonca altresì; perchè tutto quel territorio era sparso di cavità e di grotte naturalmente aperte nei macigni. Finchè dunque la fantasia de' pittori si limita a descriverci siffatte cavità, la descrizione può essere consentanea al vero: ma quale tradizione mai pose ai fianchi del neonato Gesù i due giumenti, e a quale autorità si appoggia il dipintore che ci rappresenta un bue ed un asino, i quali col loro alito officioso

(1) *Act. Apostol.*, cap. XXII, vers. 3.
(2) Lucæ, cap. II, vers. 46.
(3) Matth., cap. II, vers. 1.
(4) Lucæ, cap. II. vers. 7.

ristorano le di lui tenere membra dal notturno rigore della stagione, se non una lontanissima e mal reggente applicazione di quelle parole d' Isaia che finiscono in un lamento contro Israele: *Il bue distingue il suo padrone, e l'asino la greppia del suo Signore: ma Israele non mi riconobbe e il popolo mio non intende* (1).

Ad adorare questo nato re de' Giudei il testo evangelico fa venire i Magi dall'Oriente (2); e antichissimi interpreti li fan partire dall'Arabia, perchè in molti luoghi del Vecchio Testamento spiaggia orientale è chiamata quella contrada. Ma, se non vuolsi dall'Arabia, si facciano partire da Aram, ossia dalla Mesopotamia, come è opinione di altri, perchè rispetto alla Giudea questo paese è pure orientale; nè i soli sapienti di Persia, ma anche quelli di altri popoli si appellavan *Magi* dagli Ebrei Ellenisti: sarà sempre vero, secondo il testo sacro, che vennero essi dall'Oriente. Onde è dunque che pei pittori l' uno dei Magi è di forme brune ed ha le fattezze di un Etiope, l' altro ha vestimenta alla foggia greca, l' altro alla persiana, e si chiamano perciò da altri punti cardinali, che non è l' indicato nelle sacre pagine? E perchè questi Magi, non altro in realtà che personaggi eruditi de' loro tempi, massime nelle scienze astratte, si fanno per aggiunta o principi, o sovrani? Taluno per avventura a fine di giustificare ne' Magi l' uomo etiope, greco e persiano, potrebbe qui mostrarci una simbolica allusione ai diversi popoli della terra chiamati alla fede; ma sembrami che un senso così contorto non possa giammai stabilire un senso storico, al quale nel rappresentare fatti, e non simboli, deve attenersi chi ha per iscopo di esprimere la visibil natura.

Descrivendo le luttuose vicende che avvennero durante la carriera mortale di Cristo Signore, alcuni dipintori fanno assistere Erode all' infanticidio di Betlemme; più altri ai piedi della croce rappresentano le pie donne e la Vergine Madre presa da deliquio, o cadente a terra per lo spasimo. Ma la presenza di Erode non può certamente accordarsi col testo evangelico letterale (3), secondo cui Erode *mandò* ad uccidere tutti i fanciulli che erano in Betlemme; quivi dunque egli non si trovava. Vuole anzi un'opinione universalmente seguita che Erode fosse in quel tempo a Gerico, circondato da medici che invano si studiavano di prolungargli la vita. Rispetto alla posizione delle pie donne testè accennata, San Matteo, secondo la Volgata, apertamente scrive: *Erant ibi* (al luogo del supplizio) *mulieres multæ a longe;* e secondo il greco, *erano molte*

(1) Isaia, cap. I, vers. 3.
(2) Matth., cap. II, vers. 1.
(3) Matth., cap. 16.

*donne* ἀπὸ μακρόθεν θεωρούσαι — che *riguardavano da lontano*. È bensì vero che San Giovanni in luogo della greca espressione *a longe*, porta παρὰ τῷ σταυρῷ, *juxta crucem*: ciò nondimeno è sempre da supporsi un intervallo di mezzo tra il patibolo e le pie donne; il quale intervallo era cinto dalla turba de' soldati che vi facevano la guardia, affinchè nessuno si attentasse di distaccarne i corpi de' giustiziati. Il rappresentare poi la gran Madre in quella attitudine di debolezza e convulsivo abbattimento, è cosa ben poco convenevole alla di lei celestiale rassegnazione, alla dipintura stessa che ce ne porge Sant'Ambrogio (1), là dove scrive che la medesima *fugientibus viris, stabat intrepida.... stabat non degeneri mater spectaculo, quæ non metuebat peremtorem. Pendebat in cruce filius; mater se persecutoribus offerebat.*

Noterò per ultimo l'arbitrio dai pittori introdotto nella risurrezione di Nostro Signore. Dal racconto evangelico è cosa affatto semplice il rilevare che Cristo uscì a nuova vita dal sepolcro ancora chiuso dalla gran pietra che Giuseppe d'Arimatea rotolò alla bocca di esso sepolcro, o sia del monumento scavato in un masso; nello stesso modo che Cristo entrò a porte chiuse, là dove trovavansi raccolti i discepoli, attesa la sottigliezza e penetrabilità propria de' corpi gloriosi ed immortali. Solo dopo il risorgimento del Salvatore vi fu gran tremuoto, e le guardie, prese da spavento, fuggirono; e fu l'Angelo che, appressatosi (2), *voltò sossopra la pietra*, oppure, secondo il greco, ἀπεκύλισε τὸν λίθον ἀπὸ τῆς θύρας, *rotolò la pietra dall' apertura* del sepolcro, e si pose a *sedere sopra di essa*. Nel che un altro abbaglio fu a ragione rimproverato (3) al Vasari, che avanti la sepoltura dipinse quattro apostoli, i quali con divozione riguardano in alto il Salvatore risorto; perciocchè se questi fosse stato veduto nel risorgere a nuova vita, non accadeva poi che per comprovare la sua risurrezione egli apparisse alla Maddalena, a Cepha, e a tutti gli apostoli insieme.

Contento di avere addotti varj esempj di sbagli pittorici contro la verità biblica, non tocco, per una ragione di brevità, soggetti che potrei ricavare da altre storie, ma non sì che io creda di passar sotto silenzio una dipintura che più singolarmente si oppone alla fede di antiche notizie ecclesiastiche. Gli artisti sogliono rappresentare San Sebastiano in una fiorente giovinezza; forse l'aspetto di un corpo senile avrebbe reso men gradito il loro pennello, e forse sotto forme leggiadre e robuste han creduto di meglio esprimere la fermezza e la virtù dell'animo: *Gratior et pulcro veniens in corpore virtus.* Ma la storia ci

---

(1) *De Institutione Virginis*, cap. VII. n.° 49, tom. II edit. *Maur.* Paris, 1690.

(2) Matth., cap. XXVIII.

(3) Borghini, *Il Riposo*, lib. I.

insegna che Sebastiano, di origine milanese, ed uno de' più celebri martiri della Chiesa di Roma dopo San Lorenzo (1), avea percorsa una lunga carriera di onori alla corte di varj romani imperatori. Caro e i suoi due figli, Diocleziano e Massimiliano, gli avean dati molti contrassegni della loro stima ed affezione; e in fine egli sosteneva la carica di capitano d'una guardia pretoriana. Tutto ciò fa ragionevolmente supporre ch'egli, allorquando subì il martirio, avesse già varcata di ben molti anni l'età giovenile. E in conferma di ciò valga un'immagine di San Sebastiano, eseguita a mosaico in Roma circa l'anno 682 dell'era volgare (2), nella chiesa di San Pietro *ad Vincula*, e che tuttora vedesi intatta; dessa veramente ci rappresenta questo martire sotto forme senili e con barba canuta. Laonde non sembra male apporsi chi pretende (3) il ritorno di Sebastiano alla sua gioventù doversi specialmente ai dipintori di Francia, da che furono trasportate le sue insigni reliquie nella celebre abbazia di s. Medardo di Soissons l'anno 826 (4).

Oltre la fedeltà, il decoro, una giusta convenienza sembrano ordinare che gli artisti si attengano alle forme originali delle persone che imprendono a descrivere, o in difetto di queste, al tipo ideale delle medesime persone universalmente ricevuto. Perciocchè in quest'ultimo caso il giudizio dei secoli, la scienza, il buon senso cospiranti in un sol pensiero sono argomento che siffatto tipo ideale più d'ogni altro armonizza coll'espressione, colle forme del soggetto toltosi a rappresentare; e così è adempiuto il precetto oraziano (5): *aut famam sequere, aut sibi convenientia finge.* Recherò a primo esempio l'immagine del Redentore. Nessuno con tutta fiducia direbbe esistere una descrizione delle fattezze di lui, od un ritratto che sia opera a noi tramandata dalle prime età del Cristianesimo. Anche ammesso ciò che narra Teofilatto nel suo commento sopra il Vangelo di San Matteo, dell'emoroissa risanata da Cristo, che in pegno di gratitudine gli abbia eretta una statua, la quale ancora mostravasi ai tempi di Giuliano l'Apostata: pure lo stesso Teofilatto ci informa essere tradizione che appunto ai tempi di Giuliano quella statua fu fatta a pezzi dagli empj di lui seguaci. Sappiamo altresì da Lampridio (6) che Alessandro Severo, principe ben animato in favore della cristiana religione, ai misteri della quale era iniziata Giulia Mammea di lui madre, nel suo domestico sacrario,

(1) Baillet, *Vie des Saints*, 20 janv.
(2) Ciampini, vol. II, *Monumenta vetera*, ec.
(3) Baillet, *ut supra.*
(4) *Acta II Benedict., sæc. IV*, part. I, pag. 390.
(5) Horat., *Ars Poet.*, vers. 119.
(6) Lamprid., *in vita Alexandri Severi.*

insieme all'effigie di molti illustri, onorava anche quella del Salvatore. Parimente Ireneo scrive (1), che gli eretici Carpocraziani, fra le imagini, o dipinte o scolpite di varj filosofi, a cui rendevano onori, veneravan pure e coronavano un'effigie di Cristo, che si voleva modellata sulla di lui imagine, ritratta per ordine di Pilato, com'era la voce. Di altri simulacri del Salvatore parlano Eusebio, Evagrio, San Giovanni Damasceno, ch'essi o videro o trovarono accennati negli scritti e nelle tradizioni dei loro maggiori. Ma da tutte queste testimonianze che mai possiamo raccogliere, mentre l'onda de' tempi tutto assorbì ne' suoi gorghi voraci, e quelli pure che ragionarono di tali imagini e simulacri tacquero con perfetto silenzio intorno le loro qualità e fattezze? Malgrado ciò, un tipo del Salvatore è segnato dall'uso dei secoli; i pittori, gli scultori, con maggiore o minor perfezione, secondo la maestria dell'arte loro, tutti però cospirano a raffigurare in quel volto la maestà, il decoro, l'amabilità, i tratti soavi e rassicuranti, degni dell'Uomo-Dio: una diversa espressione di volto provar potrebbe l'abilità, non il criterio del dipintore.

Se stiamo alle testimonianze degli autori, non così dovrebbe dirsi delle imagini della Vergine Madre come di quelle del Salvatore. Il greco Niceforo Callisto, nel libro II della sua *Storia Ecclesiastica*, ci lasciò una descrizione delle di lei fattezze la più delineata e minuta; per confermar la quale si appella ad un Epifanio, non già il santo scrittore conosciuto sotto questo nome, ma ad un altro di cui tace la storia. Ora cotale descrizione o fu ricavata da qualche dipintura ideale, e il farvi commenti non sarebbe che petizion di principio; o è fondata sul famoso ritratto della Vergine, del quale un'antica tradizione vuole autore San Luca l'Evangelista; ed è da vedersi quale credenza si meriti siffatta tradizione. Realmente lo scrittor greco, Teodoro Lettore, ci narra che Eudossia da Gerusalemme spedì all'imperatrice Pulcheria l'imagine della Madre di Dio, che l'apostolo Luca aveva dipinto: ὅτι ἡ Εὐδοκία τῇ Πουλχερίᾳ τὴν εἰκόνα τῆς θεομήτορος ἣν ὁ ἀπόστολος Λοῦκας καθιστόρησεν ἐξ Ιεροσολύμων. Ciò dunque ebbe luogo nel secolo quinto dell'era cristiana; e Giovenale, vescovo di Gerusalemme, sarebbe quegli che consegnò ad Eudossia la celebrata imagine. Ma per Giovenale non era più difficile l'imporre alla fede della pia principessa Pulcheria su questo punto che sopra quello del sepolcro della Santa Vergine, ch'egli finse di avere scoperto presso Gerusalemme: avventura che fino allora andò fallita alle indagini di Sant'Epifanio, che conosceva così perfettamente quella città e il suo territorio, ed a San Girolamo, che ci fa l'enumerazione di tutte le tombe de' patriarchi, de' profeti e delle altre persone in Palestina venerate. E tale

(1) Lib. I, *contra haereses*, cap. XXV, *de Carpocrate*.

sospetto che il vescovo Giovenale anche qui ricorresse ad artifizj e simulazioni sue proprie, è abbastanza convalidato dalle querele mosse contro di lui in una epistola di Clemente Alessandrino al pontefice Leone Magno, e dai rimproveri che faceva il pontefice alle falsità di quel vescovo (1). Se non che altre inverosimiglianze ci corrono al pensiero, perchè l'opinione di Teodoro Lettore e d'altri non venga subitamente abbracciata. Dai primi tempi del cristianesimo niuna notizia pervenne a noi che San Luca professasse l'arte del dipingere. San Paolo (2) lo qualifica per medico e non più. Inoltre si può chiedere in quale epoca mai egli abbia ritratta l'imagine della Vergine? Non avanti la proclamazione del cristianesimo, poichè apparisce dal cominciamento del di lui Vangelo, ch'egli non fu testimonio oculare delle azioni del Salvatore, che non lo conobbe di presenza, e per un'ovvia induzione nemmeno la Vergine-Madre e i discepoli di Cristo, prima che questa Chiesa incipiente si raccogliesse nel cenacolo aspettando la discesa del Santo Spirito. Non dopo la proclamazione suddetta, poichè anche nel supposto ch'egli da poi abbia conosciuta la Madre del Salvatore, ed altri apostoli, oltre San Paolo, da cui si vuole chiamato alla fede, non è verisimile che Maria abbia conceduto d'esser ritratta contro il forte sentimento di tutta la sua nazione. Percioechè in que' tempi il divieto scritturale di fare imagini, in forza dei ragionamenti sottili oltremisura dei dottori della legge, erasi esteso a tutto ciò che ha rapporti colla pittura. Giuseppe, nel libro II della *Guerra Giudaica*, racconta che i suoi nazionali non vollero giammai permettere che Pilato, romano governatore, introducesse in Gerusalemme i vessilli che portavan l'effigie degli imperatori, e mentre egli furibondo per quel rifiuto minacciava di sterminio gli oppositori, essi di unanime accordo si gettarono al suolo, e piegate le cervici, gridavano di essere ben pronti a soccombere, anzi che trasgredire la legge. In fine, si ammetta, malgrado tutto ciò, e per un'ultima concessione, che Luca, già fatto cristiano, abbia col suo pennello ritratta l'imagine di Maria, dessa non sarebbe mai la identica coll'imagine descritta da Niceforo, perchè questa ci rappresenta persona fiorente di gioventù; là dove a quel tempo la Vergine forse contava più di nove lustri; nè è da supporsi che Luca non la ritraesse quale appariva.

Non a torto pertanto i Bollandisti, il Tillemont, e altri eccellenti critici (3), sono d'avviso che la credulità di un San Luca pittore e di molte madonne da lui dipinte, sia nata dall'equivoco del cognome di qualche pittore chiamato

(1) *Epist.* LXXXXII, *aliter* 62. — Quesnel, *Vita Leonis Magni.*

(2) *Ad Coloss.*, cap. IV.

(3) Vedi pure Baretti, *Gli Italiani.*

Luca, e tanto più se il suo nome di battesimo era Sanzio o Santo. E veramente, come nota il Masini nella sua *Bononia illustrata*, visse nel secolo undecimo un Luca fiorentino talmente divoto della Vergine, che non volle mai dipingere o scolpire altro che l'imagine di lei. Questa spiegazione è ora resa ancor più probabile, da che verso la metà del secolo decorso fu pubblicato un antico codice appartenente alla Biblioteca Riccardiana, che contiene la storia dell'imagine di Maria, detta *dell'Impruneta*, presso Firenze. In esso codice abbiamo: « Mentre che si faceva un romitorio, messer lo vescovo fe' fare e dipingere la nostra donna..... e dipintore ne fu un gran servo di Dio e di santa vita, nostro fiorentino, il quale aveva a nome Luca, santo volgarmente chiamato (1) ».

Per queste ragioni adunque, nulla constando della autenticità dell'imagine attribuita a Luca l'Evangelista, e quindi di un tipo originale delle fattezze di Maria, ogni artista non solo dà ad essa una figura di fantasia, ma ne crea una nuova e variata ogni qual volta ha l'incarico di dipingere la Madre del Salvatore. Ma per quanto possa spaziare la fantasia del pittore esprimendo un tipo ideale, essa però e dalle prescrizioni dei sinodi, e dal buon senso e dalle leggi del decoro è contenuta ne' suoi giusti confini. I Concilj di Rouan del 1425, di Colonia del 1452, il Tridentino nella sessione XXV, che posero tanta cura in rimovere gli abusi invalsi nella rappresentazione delle sacre imagini, certamente non consentirebbero all'artista che il culto dovuto all'effigie della Vergine fosse il culto di troppo lusinghiera beltà. *Procaci venustate imagines non pingantur, nec ornentur* (2), nè consentirebbero all'arte imitatrice della natura che sotto velo devoto si adombrassero profane inspirazioni. Solo in un tipo ideale atteggiato a modestia e verecondia, in un tipo onde spiri il sublime della virtù e la soavità del conforto per noi miseri mortali, ravviserebbero la gran Madre che con valide preci si interpone fra la umana indegnità e la maestà suprema. Ma non così adopera l'artista che, imitatore mal cauto del gentilesimo, dipinge o scolpisce quale un dì solevano il greco Apelle (3) e il romano Arellio (4). Questo abuso dell'arte, contro cui già tonava da' suoi pulpiti romorosi l'austero Savonarola, ci recherebbe al punto di raffigurarci i celesti in quelle forme che più vanno a gusto dei pittori e degli scultori. E così non a torto loro si applicherebbero le parole di Cicerone (5): « *Jovem, Junonem, Minervam,*

(1) Vedi Calogerà, *Raccolta di opuscoli scientifici*, tom. XLIII. *Dissertatio de sacris Imag.*
(2) *Trid. Conc.*, sess. XXV.
(3) Athenæus, lib. XIII, *Deipnosophistarum.*
(4) Plinius, *Hist. Nat.*, lib. XXXV.
(5) Lib. I, *De Natura Deorum.*

*Neptunum, Vulcanum, Apollinem, reliquos Deos ea facie novimus qua pictores fictoresque voluerunt; neque solum facie, sed etiam ornatu, ætate atque vestitu*». Le quali cose sieno dirette non a sconforto dell'arte, ma a rattemprare e contenere i due grandi moventi dell' intelletto umano che dissi fin da principio, lo spirito di novità se esce vagando capriccioso da'suoi confini, e la forza della consuetudine se diventa tiranna del pensiero.

# PENSIERI

SULLA

# CONSISTENZA E SULLA DENSITA' DELLA CROSTA SOLIDA TERRESTRE

## E SOPRA ALCUNI FENOMENI CHE VI HANNO RELAZIONE.

## Memoria

DI

GIUSEPPE BELLI

### PARTE PRIMA

Letta nell'adunanza del giorno 20 giugno 1830.

1. Nell'opinione omai fatta universale che la nostra Terra non abbia altro di solido che una sottile superficiale crosta, e nell'interno sia tutta in uno stato di ignea liquidità, credono i più de' geologi che una tale crosta non sia fatta d'un unico e consistente pezzo, ma bensì di molte parti staccate, formanti un sistema slegato e flessibile (1). E lo argomentano sia dalle innumerabili fratture che si scontrano nella parte più superficiale e più accessibile della detta crosta, e che ce ne fanno supporre tante altre nella parte a noi non accessibile, e sia dal vedere come la superficie terrestre soffra in diversi luoghi coll'andar del tempo un cangiamento di elevazione, alzandosi in alcuni paesi, e in alcuni deprimendosi, intantochè in molti altri ella si mantiene sensibilmente ad un medesimo posto. E spiegano una siffatta sconnessione di parti, attribuendola ai molti sconvolgimenti che cotale rivestimento solido della Terra ebbe a soffrire dacchè egli esiste, ossia da che una parte della materia del globo nostro passò primamente dallo stato liquido al solido.

(1) Veggasi in ispecie quanto dice il sig. Cordier nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze di Parigi, volume pel 1824 a pag. 541 e seguenti, in un suo pregevolissimo lavoro sulla *Temperatura dell'interno della terra*, degnissimo d'essere studiato specialmente da chiunque intende occuparsi delle temperature sotterranee.

Ammettendo anch' io un tale slegamento di parti, nel Congresso Scientifico di Padova, tenutosi l' anno 1842 (1), esposi il dubbio che la detta crosta solida terrestre non sia capace di sostenersi da sè medesima a guisa di vôlta, ma si aggravi e si regga sulla materia fusa che vi sta sotto; e che in forza di tale aggravamento debbano le lave de' vulcani, le quali altro non sarebbero che parti della detta materia liquida contenuta nell' interno della terra, debbano, dico, queste lave, quando le bocche vulcaniche sieno aperte, ed esse lave, per caso ben raro, tranquille, tenersi tutte col superiore livello ad una uniforme altezza accessibile all' uomo, non già starsene ritirate a profondità grandissime, come è opinione di qualche dotta persona (2). E stimando che la cognizione di siffatta loro altezza, e il paragone di questa colla media elevazione de' continenti potesse guidare a qualche conclusione sul rapporto delle densità delle parti solida e liquida della materia terrestre, e a più altre conseguenze geologiche importanti, io proposi ai dotti di occuparsene, siccome di un oggetto degnissimo delle loro ricerche.

Dopo d' allora io ho sempre avuto dinanzi al pensiero un tale argomento, cercando incessantemente di rischiararlo sia con ragionamenti matematici, sia coi nuovi fatti dei quali io veniva in cognizione. E la conclusione dello aggravarsi l' inviluppo solido sopra il nucleo liquido, la quale allora io non osava affermare che dubitativamente e per alcune limitate supposizioni, si venne in me sempre più rassicurando, ed estendendo anche fuori del supposto della sconnessione delle parti formanti esso inviluppo. A dire tutto sin d' ora, mi parve alla fine di poter con sicurezza concludere, che, supposta pure la crosta della terra fatta della più coerente materia che esista in natura e questa disposta nel modo più acconcio possibile, sia nullameno essa crosta di sì poca consistenza, avuto il debito riguardo alla sua estensione grandissima, al suo enorme peso e alle altre circostanze tutte, da doverla considerare come una cedevole pasta, mollemente riposante sul nucleo fluido sottoposto, e incapace di sostenersi su sè stessa pel contrasto delle proprie parti, se non che per una piccolissima parte del suo peso; incapace però altresì di stringere sensibilmente il suddetto liquido contenuto, e farlo elevare, dove sian de' vani, al di sopra dell' altezza voluta dall' equilibrio fra il peso comprimente e la pressione esercitata sotto lui dal liquido sollevato. A maggior ragione poi mi parve doversi tutto questo ammettere, considerando essa parte solida terrestre nello stato in cui ella è realmente, con

(1) Atti di quel Congresso, pag. 440. *Annali di Fisica* di Majocchi, agosto e settembre 1842, pag. 226.

(2) Atti del Congresso citato, pag. 442.

tutte le imperfezioni che vi sono nella connessione vicendevole delle sue varie parti, e con tutta la debolezza della coesione di ciascuna parte separata.

Sembrandomi che questa conclusione, e le conseguenze che ne scaturiscono, possano essere di qualche importanza per la Fisica del globo, ho pensato di farne il soggetto del presente mio lavoro; il quale io dividerò in tre articoli. Nel primo io procurerò di dimostrare la poca consistenza dell' inviluppo solido della terra sì cimentato per compressione trasversale delle proprie parti, che per divulsione o allontanamento di queste parti medesime, e l'aggravare e comprimere ch' egli fa la materia fluida che vi sta sotto, con tutto ma con solo il suo peso, ad eccezione forse di differenze affatto minime. Nel secondo cercherò di stabilire con qualche approssimazione l'altezza che hanno le lave nelle bocche vulcaniche, quando queste bocche sono superiormente libere, e le lave vi si trovano sensibilmente tranquille e in masse continuate senza interruzione sino alle più grandi profondità; dalla quale altezza paragonata colla media elevazione de' continenti già da altri studiata, potrò altresì, io spero, decidere se la crosta solida terrestre sia specificamente più pesante, ovvero più leggera della materia fusa che vi è sotto. Nell' ultimo articolo io arrecherò alcune delle conseguenze che si possono ricavare dai fatti qui indicati.

## ARTICOLO PRIMO.

*Come la crosta solida della Terra, considerata in totale, sia pochissimo consistente, e come essa aggravi e prema la sottoposta materia fluida con una forza prossimamente uguale al proprio peso.*

2. In questo primo articolo, destinato a valutare la consistenza della crosta terrestre, comincerò a considerare una tale consistenza per rispetto alla compressione, e mi proverò a dimostrare ch' essa crosta non si può reggere che pochissimo su di sè a modo di vôlta, ma che, alla guisa di molle pasta, si dee appoggiare e abbandonare quasi interamente sul nucleo liquido da lei abbracciato.

Per maggiore sicurezza, mi farò a mostrar vera una siffatta conclusione nel caso ad essa men favorevole, cioè nel supposto che la crosta della terra sia formata d' un unico pezzo di qualunque delle più consistenti materie che si conoscano. Supposto adunque che l' inviluppo solido di cui si tratta sia fatto d' un solo pezzo, imagino questo diviso in due parti per mezzo di un piano passante per l' equatore, una parte corrispondente all' emisfero settentrionale e l' altra al meridionale. E fingendo per un momento che il nucleo liquido non gli stia

contiguo, ma ne rimanga a qualche piccola distanza, cerco quanta sia la forza totale con cui la mezza crosta settentrionale, in conseguenza del peso delle proprie molecole, sarebbe sospinta contro quella meridionale, in direzione parallela all' asse terrestre, pel verso dal polo artico all' antartico, e quanta sia perciò anche la forza uguale e contraria, con cui a vicenda la mezza crosta meridionale verrebbe spinta contro la settentrionale, nella direzione dal polo antartico verso l' artico; le quali sarebbero le forze con cui le due mezze croste si comprimerebbero l' una l' altra lungo la superficie anulare della loro giunzione sotto la linea equinoziale, nel caso che il liquido interno non le sostenesse.

Fatti i debiti calcoli (1), io trovo che ciascuna di tali forze uguaglierebbe il peso dell' altissima torre che passo a descrivere. Su di una superficie piana orizzontale estesissima concepiamo descritte due periferie circolari concentriche, delle quali la esterna uguagli la periferia dell' equatore terrestre, cioè abbia il diametro di 6875 miglia italiane geografiche, e la interna sia distante dall' altra quanto è grossa la crosta della terra, avendo perciò prossimamente, da quanto al presente pare probabile, il diametro di 6810 miglia. E sullo spazio anulare frapposto imaginiamo eretta verticalmente una torre alta 1716 miglia (3180000 metri, poco meno di quanto è lungo mezzo il raggio della terra, 650 volte il Monte Bianco, 400 volte il Dhavalagiri); la qual torre sia uguale in densità alla crosta della terra, e venga in tutti i suoi punti sollecitata all' ingiù con una forza pari a quella della gravità alla superficie terrestre. Io trovo che quale sarebbe la pressione esercitata da siffatta enorme torre sul piano che la sostiene, tale sarebbe la forza con cui le due mezze croste si premerebbero a vicenda nel luogo della loro giunzione. Ora le parti inferiori di una siffatta torre, specialmente nel caso che nessun attrito avessero col suolo orizzontale sostenente il quale fosse affatto sdrucevole, sarebbero ben lontane dal resistere all' enorme pressione delle parti sovrapposte, ma ne sfuggirebbero via sì all' indentro che all' infuori, e tutta la torre si sfascerebbe, e solo un' ultima parte di poche miglia d' altezza potrebbe rimanere in piedi. Perocchè adottando per le resistenze alla compressione delle sottocitate materie solide i dati somministrati da Navier, mi risulta che se l'anzidetta torre fosse di ferro fuso della più consistente qualità, essa si potrebbe sostenere sino all' altezza di 9 ½ miglia italiane (17710 metri) e non più. Se fosse di porfido, che è una delle pietre più resistenti, lo potrebbe

(1) Si vegga la Nota I.

sino a sole 5 miglia (9080 metri); se di ferro malleabile, sino a sole 3 miglia (5135 metri); se di granito, a meno di 2 miglia (2952 metri); infine se fosse di marmo statuario, non potrebbe sussistere in piedi oltre all'altezza di $\frac{2}{3}$ di miglio (1227 metri). E a quel modo che la imaginata torre si dovrebbe sfasciare sotto il suo peso, così dovrebbe fare anche la corteccia solida terrestre, quando fosse separata, come dissi poc'anzi, per un piccolo tratto dal sottoposto nucleo liquido; dovrebbe cioè schiacciarsi contro sè stessa nel piano anulare di giunzione delle due metà imaginate e sfuggirne parte all'infuori e parte all'indentro, e ciò senza trovar contrasto prima di arrivare dalla banda interna a contatto del detto nucleo liquido; al quale punto, sorgendo da parte di esso liquido una resistenza, e questa crescendo col condensamento del liquido stesso, verrebbero le due mezze croste a trovare una reazione, bastevole dopo qualche altro piccolo ravvicinamento, a trattenere l'ulteriore movimento dell'una verso l'altra. E siccome una tale pressione della crosta contro sè stessa non si dovrebbe manifestare soltanto lungo l'equatore, ma anche in qualsivoglia altro luogo, giacchè il dimezzamento sarebbesi potuto imaginare secondo qualsivoglia altra linea, così questo sfasciamento dovrebbe avvenire in ogni altro di lei punto; tutta cioè essa crosta dovrebbe crescere di grossezza e restringersi internamente, fino a che non fosse giunta a toccare il sottoposto liquido, e a comprimer questo e a condensarlo alquanto, e infine su esso a riposare.

I quali risultamenti in altro modo espressi danno altresì che essa crosta, se fosse di ferro non potrebbe sostenersi che per $\frac{1}{180}$ del proprio peso; essendo di porfido, per un solo $\frac{1}{350}$; essendo di ferro dolce, per $\frac{1}{619}$; di granito, per $\frac{1}{1077}$; di marmo, per $\frac{1}{2590}$. Ossia ritenendone di 60000 metri la grossezza, non si potrebbe essa reggere da sè che per una porzione grossa 333 metri, quando ella fosse di ferro fuso; per una grossa 171 metri, se fosse di porfido, per una di 97 metri, se di ferro dolce; per una di 56 metri, essendo di granito; per una di 23 soli metri, essendo di marmo. Perocchè imaginando isolate cotali porzioni di crosta, e prese in esse delle calotte del diametro di otto o dieci miglia, e considerando queste come sottili vôlte, si vede agevolmente, che ad onta della piccolezza del loro peso, potrebbero esse nulladimeno, in grazia del grandissimo raggio di curvatura, esercitare tutto all'intorno una sì immensa spinta laterale, che anche ripartita su tutta la grossezza della crosta recherebbe questa al pericolo di sfasciarsi. Richiamiamoci al pensiero una ordinaria cupola sferica di qualche edificio; quando essa sia di un raggio grandissimo, presane una calotta centrale di poca ampiezza e di piccolo peso, eserciterà questa sempre uno sforzo immane sugli appoggi laterali che la sostengono.

3. Sugli anzidetti risultamenti numerici si può, il concedo, aver qualche

dubbio, attese le incertezze dei dati sperimentali a cui si appoggiano. E ammetto per possibilissimo che facendo delle sperienze in grande si possano ottener numeri alquanto maggiori. Ma dalle cinque o anche dalle nove miglia alle mille e settecento è grande la distanza; e la conclusione del non potere la crosta della terra sostenersi da sè anche essendo d'un sol pezzo, è lontanissima dal soffrir dubbio. Che anzi, se vorremo considerare le cose nel vero stato in cui sono, cioè badare alle molte cause che rendono imperfetta la solidità di essa crosta, avremo delle riduzioni a fare di ben più grande entità, atte non solo a compensare la poc'anzi indicata incertezza, ma ad impiccolire d'assai i numeri ottenuti. Infatti una parte notabile della materia appartenente a cotale crosta consiste in arene e ghiaje e altre materie incoerenti, formanti i terreni d'alluvione, ed è pochissimo atta a resistere alla pressione trasversale (non considero le acque, perchè i 60000 metri dati dalla degradazione delle temperature dovrebbero cominciare dalla superficie solida al fondo di esse acque). Una parte, quantunque fatta di grandi masse, dotate per sè stesse di molta coesione, ha però fra queste delle estesissime fessure, manifestantisi ad ogni passo nelle filtrazioni d'acqua che molestano le miniere; e tali fessure sono disposte per lo più obbliquamente, in modo poco opportuno per poter esse masse puntellarsi fortemente a vicenda. Moltissime poi delle materie componenti la crosta suddetta, sono, sia per la natura loro, sia anche per l'umidità che continuamente le imbeve (1), di lunga mano men consistenti del porfido e del granito, allo stato in cui questi vennero cimentati. Molte altresì che si mostrano assai resistenti a uno sforzo di poca durata, il sono assai meno ad uno che duri secoli e secoli. E quelle che si trovano a grandissima profondità, in vicinanza del nucleo fuso, partecipando anch'esse della elevata temperatura di questo, debbono per ciò solo avere poca consistenza. Vorrei altresì credere che i terremoti, i quali scuotono frequentissimamente qua e là la terra, e ne smuovono le parti solide, tendano a diminuire, quando esista, lo stato di vicendevole contrasto; mi parrebbe cioè che questi commovimenti, rompendo, agitando, e facendo scorrere i pezzi l'uno sull'altro, o a fianco l'uno dell'altro, debbano avvicinarli alle posizioni in cui manca la compressione trasversale di cui parliamo. Talchè io credo di poter conchiudere che la parte di crosta che può effettivamente rimanere a lungo sostenuta per propria consistenza, e senza gravitare sulla sottoposta materia fluida, sia per molti doppii minore di quanto risulta dal sovraesposto calcolo. Però sulla vera quantità così sosteni-

(1) Veggansene diverse citazioni nelle *Ricerche sul moto molecolare dei solidi* del conte Domenico Paoli, a pag. 163, Firenze, 1840.

bile, io veggo per ora una grande incertezza, tanto per la varietà de' risultamenti delle sperienze fattesi su ciascuna delle diverse materie solide cimentatesi, quanto per l'ignoranza in cui noi siamo intorno alla vera natura, e allo stato meccanico e fisico delle varie parti di un siffatto inviluppo solido. Questo, per quanto noi sappiamo, potrebbe esser capace di sostenersi da sè per soli pochi centimetri d'altezza, e potrebbe esserlo per dieci o quindici metri. Consistenza maggiore non la oserei ammettere.

4. Passerò ora a mostrare l'impossibilità di un'altra opposta opinione, cioè di quella che in luogo di supporre la crosta sostenuta a modo di vôlta, ammettesse all'incontro che questa, o per suo restringimento o per gonfiamento della massa racchiusa (come avverrebbe nel caso che la materia fusa terrestre solidificandosi si dilatasse al modo dell'acqua), ammettesse, dico, che questa crosta possa stringere il liquido da essa abbracciato, ed obbligarlo a innalzarsi nelle bocche aperte a un'altezza assai maggiore di quella richiesta dal peso della crosta stessa, e anzi forzarlo di tanto in tanto a uscir fuori, dando così origine alle eruzioni vulcaniche. La quale opinione fu già proposta dal celebre geologo Cordier, considerando il continuo restringersi della crosta pel di lei lento raffreddarsi (1). Avendo fatto anche su ciò alcuni calcoli, ho trovato che troppo debole è la tenacità d'essa crosta per arrivare a questo; e che prima di poter alzarsi la lava per pochi metri al di là dell'altezza voluta dal peso della crosta medesima, dovrebbe quest'ultima rompersi, ad onta di tutta la sua grossezza. Ecco in breve l'andamento di cotali calcoli (2).

Per assicurare anche questa conclusione in un modo più certo, suppongo qui pure il caso più vantaggioso alla coesione, cioè che la crosta terrestre sia senza screpolature od altro difetto di continuità, ma tutta d'un pezzo, e questo di una molto tenace qualità di pietra, e di una forma regolarissima, cioè di quella d'un inviluppo compreso fra due superficie sferiche concentriche. Per comodo poi del calcolo, nel quale è inutile tener conto delle minute particolarità, suppongo che manchi il moto rotatorio della terra e ogni altra causa che renda men regolare la intensità e la direzione della gravità. E suppongo che da un foro cilindrico verticale aperto attraverso a tutta la grossezza della crosta e accompagnato superiormente da un tubo pur cilindrico sufficientemente alto, venga introdotta altra materia fusa della stessa qualità di quella esistente nell'interno della terra. Dopo ciò e dopo aspettato che il terrestre rivestimento, come corpo estensibile ed elastico, abbia finito di distendersi.

(1) Atti dell'Accademia delle Scienze di Parigi pel 1824, pag. 546 e seg.

(2) Si veggano per disteso nella Nota II.

distinguo nella totale materia fusa tre parti, cioè: una interna, riempiente la capacità sferica, equilibrata con sè stessa e senza azione sulla crosta; una seconda contenuta nella cavità cilindrica, e facente equilibrio col peso della crosta stessa; e una terza, collocata al di sopra della seconda, e la quale col suo peso, trasmesso dalle altre due fino alla interna superficie della detta crosta, tenda a distendere quest' ultima, e quando il possa, a farla rompere.

Naturalmente l' altezza necessaria a questa terza porzione di liquido per cagionare una tale rottura, è diversa secondo la qualità della materia di che è fatta la crosta. Però con mia sorpresa ho trovato bastar sempre a ciò un' altezza piccolissima. Per esempio, alla pietra calcare di Portland, che è pur una delle pietre più sode e tenaci che si abbiano, potendo sostenere per distensione oltre a 60 chilogrammi per ogni centimetro quadrato di sezione trasversale (1), io trovo bastante un' altezza di 4 $^1/_2$ metri. Ben s' intende che per questa pressione la crosta si distenderebbe e d'assai (2), e che i metri 4 $^1/_2$ bisognerebbe, come abbiam premesso, valutarli dopo riempiuto tutto l' accrescimento di capacità.

Diminuirà la sorpresa che dee al certo recare un sì piccolo risultamento, se consulteremo le dottrine sulla grossezza necessaria alle pareti delle caldaje a vapore, per poter resistere alla forza espansiva che tende a farle rompere. Noi troviamo infatti che una caldaja sferica fatta di buon ferro laminato, affine di resistere a una tensione che superi la esterna pressione dell' aria per un' atmosfera e un nono (pari prossimamente a quella di una colonna di lava alta 4 $^1/_2$ metri, e densa 2,55 volte l'acqua), dovrebbe avere la grossezza di $\frac{1}{14}$ di millimetro. Converrebbe al certo farla assai più grossa, per viverne sicuri; ma per porla in istato di resistere appena, mentre il metallo è in ottime condizioni, basterebbe questa grossezza. Se si potesse costruirne una di pietra di Portland della stessa grandezza, e che dovesse resistere a una medesima tensione, si dovrebbe farla 66 volte più grossa, essendo essa pietra 66 volte meno tenace del ferro; bisognerebbe cioè darle una grossezza di millimetri 4,7, ossia di $\frac{1}{212}$ del diametro. E se colla stessa pietra noi facessimo un'altra caldaja di maggior diametro, e che dovesse sostenere la medesima tensione, è noto ai meccanici che le si dovrebbe dare una grossezza che fosse più grande nella stessa proporzione. Per esempio, pel diametro di 2 metri le bisognerebbe la grossezza di millimetri 9,4, cioè sempre di $\frac{1}{212}$ del diametro. E se le potessimo dare

(1) Tredgold citato da Navier nel suo *Résumé des Leçons données à l'École des Ponts et Chaussées*, etc. Bruxelles, 1839, pag. 13.

(2) Si vegga la Nota III.

un diametro di 12 700000 metri, qual è quello della terra, la si dovrebbe tener grossa almeno 60000 metri; altrimenti quella piccola tensione basterebbe a farla rompere (1).

Il sin qui detto vale pel caso che l' inviluppo terrestre sia d' un unico pezzo e d'un' ottima qualità di pietra. Se noi veniamo al caso reale della natura e teniam conto di tutte le imperfezioni che vi hanno nella coesione di esso inviluppo, sia per le parti di questo costituite da piccoli pezzi incoerenti, sia per l' alta sua temperatura ne' punti più interni, sia per la natura meno tenace di molte porzioni della sua materia, specialmente contro forze lungamente continuate; e sia da ultimo per le infinite screpolature, le quali, in compenso di qualcuna che forse si raggiusti, vengono continuamente rinnovate e accresciute dai terremoti, e sono d' assai maggiore nocumento alla tenacità della quale stiamo ora occupandoci, di quello che il possano essere alla facoltà del potersi la crosta reggere da sè; se, dico, noi consideriamo tutto questo, saremo agevolmente indotti a conchiudere, che a produrre la rottura per divulsione basterebbero alla massa fusa interna pochi centimetri d'altezza al di là di quanto occorre a equilibrare il peso della crosta.

Di qui possiamo già cavare l' utile corollario della totale insufficienza della menzionata ipotesi di Cordier per dar ragione delle eruzioni vulcaniche. Perciocchè, lasciando anche da banda la giustissima obbiezione da altri fatta, che tutti i vulcani dovrebbero presentare eruzioni contemporanee e indeficienti, abbiamo la difficoltà capitalissima, che non si potrebbe avere in nessun modo una forza bastevole all' innalzamento delle lave, non potendo ottenersi nel più favorevole caso che un innalzamento di ben pochi metri.

5. Da quanto abbiamo testè dimostrato, e da quanto avevam concluso precedentemente, noi possiamo tener per certo che la crosta solida terrestre, per quanto sia grande la sua grossezza, e per quanto ella sia consistente rispetto alle forze di cui l' uomo può disporre, è però debolissima considerata in riguardo al reggersi su sè stessa e al resistere alle forze distraenti. È dessa formata di varii pezzi contigui, di limitata solidità e imperfettamente collegati l' uno coll' altro, gravitanti alla guisa d' una stoffa o d' una molle pasta sul nucleo liquido sottoposto, senza che possano nè sensibilmente puntellarsi a vicenda, nè resistere a una anche piccola forza divellente. Tocca però ad altre considerazioni lo stabilire quale dei due stati abbia effettivamente luogo in natura; se piuttosto vi sia nella corteccia terrestre un qualche sostentamento

(1) Vedi la Nota IV.

vicendevole di parti, o piuttosto un leggiero stiramento. I presenti calcoli dimostrano solamente che quella delle due azioni che realmente ha luogo, è per necessità debolissima; cioè, che a pochi metri d'altezza può arrivare la parte di crosta sostenentesi da sè, se mai ha luogo un sostentamento; e che a pochi centimetri d'altezza premente all'interno può equivalere la forza stirante, nel caso che la terrestre crosta sia in vece in uno stato di distensione. Questa conclusione però, anche quale ora ella è, è già assai importante, come si vedrà, io spero, fra poco.

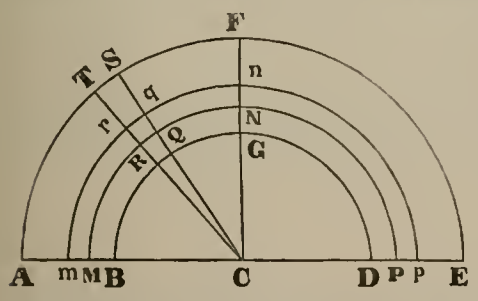
# NOTE ALLA PARTE I.

## Nota I alla pag. 164.

*Sulla resistenza della crosta terrestre alla compressione.*

1. Imaginiamo divisa la crosta terrestre in due uguali parti per mezzo di un piano passante per l'equatore. E concepiamo che la parte liquida contenutavi si restringa alquanto e si staechi dal contatto con essa crosta. Siccome le diverse parti di questa seguiteranno ad essere attratte come prima verso il centro del globo, così le due metà imaginate si verranno a comprimere l'una contro l'altra nella comune loro giunzione con una forza la quale noi ci proveremo a determinare.

Perchè il calcolo non venga imbarazzato dalla mutabilità della figura, supporremo per un momento che una tale crosta sia robusta a segno da potersi pienamente sostenere da sè. Calcolata la compressione che in questo supposto avrebbe luogo fra le due parti, se noi la troveremo maggiore della resistenza che essa crosta nel suo stato naturale potrebbe presentare, noi avremo ottenuto l'intento nostro, il quale è di assicurarci che, ritolta quella grande robustezza supposta, e lasciata quella sola che tale crosta realmente possiede, non potrà quest'ultima reggersi da sè e si dovrà sfasciare. Per facilità maggiore poi dei calcoli, dai quali ci basta d'ottenere dei risultamenti approssimativi, noi supporremo cotale crosta d'una densità uniforme e terminata all'esterno e all'interno da due superficie sferiche concentriche, considerando il globo non già come appiattito ai poli e con una superficie sparsa d'infinite ineguaglianze, ma bensì come perfettamente sferico; nè avremo riguardo alla variazione della gravità pel cangiare di latitudine, ma soltanto a quella che ha luogo collo scendere a maggiori profondità.




Ciò supposto, rappresenti ABGDEFA uno spaccato della mezza crosta settentrionale, di cui sia FG la grossezza, FGC l'asse, AFE e BGD le intersecazioni delle superficie esterna ed interna col piano dello spaccato. E chiamiamo

*R* il raggio CF dell'esterna superficie dell'intera crosta; il quale, quando ridurremo la questione ai numeri, noi porremo = metri 6 370384, che è il raggio di quella sfera che equivale in volume alla vera irregolare figura della terra (1);

(1) Il raggio massimo della elissoide di rotazione a cui maggiormente si approssima la figura della massa terrestre esistente sotto il livello del mare (Humboldt, *Kosmos*, T. I, pag. 421, citando le *Astrono-*

$h$ la grossezza della crosta medesima; la quale, quando verremo similmente ai numeri, noi porremo = 60 000 metri. In realtà questa grossezza è una quantità incertissima. Ammettendo che le temperature terrestri aumentino di 1°C per ogni 32 metri di maggiore profondità, e che la crosta terrestre abbia alla sua superficie infima una temperatura da 1000° a 1200°C, cioè intermedia fra la fusione dell'argento e quella dell'oro (V. il §. 12 del testo in un'annotazione appiè di pagina), si avrebbe una grossezza fra 30 000 e 40 000 metri. Ma da alcuni miei calcoli che spero col tempo di pubblicare, io ritrarrei che l'aumento della temperatura nelle parti più profonde della crosta medesima sia men rapido che alla superficie; e stimo non andar molto lungi dal vero, ammettendo questa grossezza di sessanta mila metri. Del resto il valore assoluto di una tale grossezza non influisce guari nelle conclusioni che noi troveremo.

Seguitando nelle nostre denominazioni, indicheremo con

$g$ l'intensità della gravità alla superficie terrestre; alla quale gravità, per non entrare in sottigliezze qui inutili, noi ammetteremo esser eguale la intera attrazione esercitata dal globo terrestre verso i corpi situati alla sua superficie, senza aver riguardo alla diminuzione che ha luogo in questa attrazione in grazia della forza centrifuga dipendente dal moto rotatorio della terra;

$\Delta$ la densità media della terra, la quale nel venire ai numeri noi porremo = 5,67, come venne ottenuto dall'astronomo Bailly, a cui debbonsi le più recenti sperienze a questo riguardo (1);

$\delta$ la densità media della crosta; la quale, quando ne sarà tempo, noi riterremo compresa fra 2,5 e 3,0, da' quali numeri par ben difficile ch'ella debba trovarsi fuori.

Imaginiamo ora condotta attraverso alla mezza crosta di che ci occupiamo le seguenti quattro superficie, cioè:

1.° Una superficie emisferica indicata da MNP, passante pel punto N dell'asse, a una distanza $x$ dal centro;

2.° Una superficie emisferica, indicata da $mnp$, passante pel punto $n$ dell'asse medesimo, a una distanza

$$x + dx$$ dal centro suddetto;

3.° Una superficie conica, generata intorno all'asse CF dal rotare della retta CS facente coll'asse stesso l'angolo SCF indicato da

$$\omega$$;

4.° Un'altra superficie conica, generata intorno all'asse medesimo dalla rotazione della retta CT, facente coll'asse medesimo l'angolo TCF indicato da

$$\omega + d\omega$$.

---

*mische Nachrichten* di Schumacher, 1841, n. 430, pag. 116) è di tese 3272077,14; il minimo, di tese 3261139,33; d'onde il raggio medio, cioè quello di un'equivalente sfera, risulta di tese 3268427; ossia, facendo il metro uguale a tese 0,513074, di metri 6370284. Tenendo conto delle parti della massa terrestre che si trovano al di sopra del livello del mare, sarebbero da aggiungere circa 100 altri metri (V. al §. 13 del testo). Il che darebbe in tutto metri 6370384.

(1) Gehler's *Physikalisches Wörterbuch neu bearbeitet*, Volume ultimo; *Sachregister*, pag. 162.

2. Dopo queste premesse, cominciamo a trovare il volume e la massa dell'anello compreso fra le quattro indicate superficie, e che risulta dalla rotazione del quadrilatero RQqr intorno all'asse CF.

Essendo

$$dx \ , \ x d\omega$$

i lati di questo quadrilatero rivolti verso l'asse CF,

$$2\pi \ . \ x \operatorname{sen.} \omega$$

la periferia descritta dal punto Q nel suo rotare intorno a CF, sarà un tal volume misurato da

$$2\pi x^2 \operatorname{sen.} \omega \ . \ dx \ . \ d\omega (1 + Kdx + K'd\omega) \ ,$$

essendo $Kdx$, $K'd\omega$ due quantità che s'annullano coll'annullarsi della $dx$ e della $d\omega$ rispettivamente, e la massa dell'anello sarà

[1] $$2\pi\delta \ x^2 \operatorname{sen.} \omega \ . \ dx \ . \ d\omega (1 + Kdx + K'd\omega) \ .$$

Cerchiamo ora l'intensità della gravità nel punto Q, e la sua componente parallela all'asse CF. A quest'oggetto noi possiamo concepire la massa terrestre siccome formata di due parti insieme compenetrate; l'una della densità $\delta$ e distribuita uniformemente in tutto il volume $\frac{4}{3}\pi R^3$ del globo, e perciò della massa

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \delta \ ;$$

l'altra fatta della rimanente massa

$$\frac{4}{3}\pi R^3 (\Delta - \delta) \ ,$$

e tutta raccolta al di dentro della crosta. L'attrazione, che diremo $A$, esercitata dalla prima verso il punto Q, sarà, per le dimostrazioni di Newton, uguale a quella esercitata da una sfera di densità $\delta$ e di raggio $x$ verso un punto situato alla sua superficie. E siccome le attrazioni esercitate da due sfere verso due punti situati nelle rispettive superficie sono in ragione diretta composta dei loro raggi e delle loro densità; e siccome altresì la Terra col raggio $R$ e la densità media $\Delta$ esercita l'attrazione $g$, e la sfera di raggio $x$ e di densità $\delta$ esercita l'attrazione che noi indichiamo con $A$; così si ha la proporzione

$$A : g :: x\delta : R\Delta \ ,$$

d'onde

$$A = \frac{g\delta x}{\Delta R} \ .$$

L'attrazione, che chiameremo $B$, esercitata dalla seconda parte della massa terrestre verso il medesimo punto Q, sarà data da

$$B : g :: \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 (\Delta - \delta)}{x^2} : \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 \Delta}{R^2} \ ,$$

stantechè le attrazioni esercitate da due sfere sopra un medesimo punto sono in ragione diretta delle masse e inversa dei quadrati delle distanze fra un tale punto e i centri di esse sfere. Di qui si ottiene

$$B = g\frac{(\Delta - \partial)}{x^2} : \frac{\Delta}{R^2} = \frac{gR^2}{x^2}\left(\frac{\Delta - \partial}{\Delta}\right) .$$

E la somma $A + B$ delle due attrazioni sarà

$$\frac{g}{\Delta}\left(\frac{\partial x}{R} + \frac{(\Delta - \partial)R^2}{x^2}\right) .$$

E tale sarà l'attrazione esercitata dal globo terrestre verso il punto Q. Decomposta poi questa in due, l'una perpendicolare e l'altra parallela all'asse CF, sarà quest'ultima espressa da

[2] $$\frac{g}{\Delta}\left(\frac{\partial x}{R} + \frac{(\Delta - \partial)R^2}{x^2}\right) \text{cos. } \omega .$$

E la totale attrazione dell'indicato anello parallelamente all'asse CF sarà espressa da

$$\frac{2\pi g\partial}{\Delta}\left(\frac{\partial x}{R} + \frac{\Delta - \partial}{x^2}R^2\right) x^2 \text{ sen. } \omega \text{ . cos. } \omega \text{ . } dx \text{ . } d\omega\left(1 + K''\,dx + K'''\,d\omega\right) ,$$

essendo $K'''dx$ , $K''''d\omega$ due quantità analoghe alle $Kdx$ , $K'd\omega$ ; ossia da

[3] $$\frac{2\pi g\partial}{\Delta}\left(\frac{\partial x^3}{R} + (\Delta - \partial)R^2\right) \text{sen. } \omega \text{ . cos. } \omega \text{ . } dx \text{ . } d\omega\left(1 + K'''dx + K''''d\omega\right) .$$

5. Da ciò si ha che la totale forza con cui la mezza crosta settentrionale della Terra sarà sollecitata parallelamente all'asse FC nel verso da F verso C, per l'attrazione su essa esercitata dall'altra mezza crosta e dal liquido racchiuso fra entrambe, sarà data da

$$\frac{2\pi g\partial}{\Delta}\int_{R-h}^{R} dx \text{ . } \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\omega \text{ . } \left(\frac{\partial x^3}{R} + (\Delta - \partial)R^2\right) \text{sen. } \omega \text{ . cos. } \omega \text{ ;}$$

ossia, eseguita l'integrazione rispetto a $\omega$, da

$$\frac{\pi g\partial}{\Delta}\int_{R-h}^{R} dx \text{ . } \left(\frac{\partial x^3}{R} + (\Delta - \partial)R^2\right) ;$$

ossia, eseguita anche l'integrazione rispetto a $x$, e fatte alcune riduzioni, da

[4] $$\frac{\pi g\partial h}{\Delta}\left\{R^2\Delta - \frac{3}{2}Rh\partial + h^2\partial - \frac{h^2}{4R}\partial\right\} .$$

E con forza affatto uguale sarà spinta in direzione contraria la mezza crosta meridionale

per la sua attrazione verso quella settentrionale e verso il nucleo liquido. Ossia sarà la quantità [4] la forza colla quale le due mezze croste saranno sollecitate l'una verso l'altra dalla vicendevole attrazione loro e da quella del nucleo contenuto.

4. Imaginiamo ora presa in una estesissima superficie piana un'area anulare uguale alla comune giunzione delle due mezze croste, e su essa area eretta una torre della densità $\delta$, la quale abbia tutte le molecole sollecitate perpendicolarmente contro la sua base da una forza della grandezza $g$ e che sia di una tale altezza

$$H,$$

che il peso di essa torre uguagli la forza espressa dalla formola [4]. Quale sarà la $H$?

È facile il trovare, co' dati testè espressi, che il peso di una siffatta torre è

$$2\pi.\left(R-\frac{1}{2}h\right)h.H.\delta.g.$$

Avremo quindi, per determinare la $H$, l'equazione

$$\pi(2R-h)hH\delta g=\frac{\pi g h\delta}{\Delta}\left\{R^2\Delta-\frac{3}{2}Rh\delta+h^2\delta-\frac{h^3}{4R}\delta\right\};$$

da cui

$$H=\frac{1}{\Delta(2R-h)}\left\{R^2\Delta-\frac{3}{2}Rh\delta+h^2\delta-\frac{h^3}{4R}\delta\right\};$$

ossia eseguendo in parte la divisione indicata,

$$[5]\qquad H=\frac{R}{2}+\frac{h}{4}\left(1-\frac{3\delta}{\Delta}\right)+\frac{h^2}{8R}\left(1+\frac{\delta}{\Delta}\right)+\frac{h^3(\Delta-\delta)}{8\Delta R(2R-h)};$$

e tralasciando l'ultimo termine, il quale, co'valori assegnati a $R$, $h$, $\Delta$, $\delta$, riesce minore di un quinto di metro, sarà sensibilmente

$$[6]\qquad H=\frac{R}{2}+\frac{h}{4}\left(1-\frac{3\delta}{\Delta}\right)+\frac{h^2}{8R}\left(1+\frac{\delta}{\Delta}\right);$$

e facendo

$$R=6\,370384^{\text{metri}},$$
$$h=\quad 60\,000^{\text{metri}},$$

sarà altresì

$$[7]\qquad H=3\,185192+15000\left(1-\frac{3\delta}{\Delta}\right)+70{,}6\left(1+\frac{\delta}{\Delta}\right).$$

Ponendo ora $\delta=2{,}5$, e richiamando essere $\Delta=5{,}67$, sarà

$$H=3\,185192-15000\,.\,0{,}323+70{,}6\times 1{,}44=3\,180449.$$

E facendo $\delta = 3$, si avrà

$$H = 3\ 185192 - 15000 \,.\, 0{,}587 + 70{,}6 \times 1{,}53 = 3\ 176495 \,.$$

De' quali due valori di $H$, poco fra loro diversi, il medio è

$$3\ 178472 \,.$$

E ponendo il miglio italiano geografico uguale a metri

$$1852{,}0 \,,$$

questo valor medio di $H$ riesce uguale a miglia 1716 ¼ (Se, stando gli altri dati, fosse la $h$ di 40000 metri, sarebbe $H$ di miglia 1717 ½). Avendo una tale altezza, la imaginata torre comprimerebbe il suolo che la sostiene con quella stessa forza colla quale si premerebbero a vicenda le due metà della crosta terrestre, nel supposto che tanto essa torre quanto esse mezze croste fossero sì consistenti da resistere a cotanta compressione.

8. Per vedere ora se colla sua naturale consistenza possa una siffatta torre mantenersi in piedi, cercheremo sino a quali altezze potrebbero reggere delle torri somiglianti fatte di diverse materie solide. E prima di tutto cercheremo sino a qual punto potrebbe innalzarsi una torre di ferro fuso prima che si venisse a schiacciare pel proprio peso. Secondo sperienze di Rennie citate da Navier, un pezzo cubico di questo metallo del lato di un quarto di pollice inglese può sostenere, prima di rompersi, un peso comprimente di 11137 libbre *avoir du poids* (1). E moltiplicando, secondo l'avviso di Navier (2), questo numero per 1,128, affine d'avere il numero dei chilogrammi che possono essere sopportati da un cubo che abbia un centimetro di lato, noi abbiamo per un cubo siffatto una resistenza di 12329 chilogrammi; i quali, essendo il metallo della densità 7,074, corrispondono a un volume di 1771 decimetri cubici, ossia a una colonna della base di un centimetro quadrato e dell' altezza di 177100 decimetri, pari a 17710 metri. E sino a questa altezza, ma non più, si potrebbe reggere una colonna di ferro fuso che avesse per base un quadrato del lato di un centimetro, e che a piccole distanze fosse abbracciata e ritenuta da anelli, trasversalmente irremovibili, i quali ne impedissero il piegamento e non le permettessero la rottura che per ischiacciamento.

Veramente, secondo Navier, questa resistenza di 12329 chilogrammi per un centimetro quadrato di sezione trasversale, varrebbe soltanto per le masse di forma cubica ch' egli riguarda come le più resistenti. Quelle più alte, come pure quelle più basse, presenterebbero, secondo lui (3), una resistenza minore. Io però sarei d'avviso che la maggiore debolezza che il fatto ci manifesta nelle masse più alte dipenda dal poter queste, quando non sono appoggiate di fianco, facilmente soffrire qualche piegamento trasversale atto ad agevolare la rottura. E similmente nelle masse meno alte mi pare che possano avvenire piegamenti e

(1) Navier, *Résumé des Leçons données à l'École des Ponts et Chaussées*, Bruxelles 1839, pag. 11. Alla pagina 10 si trova un altro numero, stato dato da Reynolds e maggiore di quello riportatosi; io non mi sono fidato a farne uso stanti alcune difficoltà fattevi da Rennie (*Phil. Trans.*, 1818, pag. 122).

(2) Navier, *Ibid.*, pag. 12.

(3) *Ibid.*, pag. 3.

quindi rotture per qualche irregolarità o di quelle loro superficie nelle quali si effettua la compressione, o delle superficie appartenenti ai corpi esterni e contigue ad esse masse cimentate. Ma tolta questa possibilità de' piegamenti o con anelli simili a quelli che abbiam supposto abbracciare la colonna di ferro fuso, o con una perfetta regolarità delle superficie prementisi, io crederei che tutti i corpi d'una stessa natura e che hanno una medesima sezione trasversale, dovrebbero presentare una medesima resistenza alle forze comprimenti, qualunque fosse la loro altezza. Se alcuno poi dubiterà di questa conclusione, dovrà però sempre essere persuaso che coll' ammettere che *tutti i corpi d'una stessa natura e di una medesima sezione trasversale resistono alla compressione come i corpi cubici aventi quella sezione per base*, non si ammette giammai una resistenza minore della vera, ma o quella vera (nel caso che i corpi sieno cubici), o una maggiore della vera (nel caso che i corpi sieno più alti o più bassi che i cubi); e che quando noi troviamo doversi un corpo rompere secondo tale ipotesi, dovrà esso rompersi davvero.

Può sorgere il dubbio che nelle sperienze fattesi da Rennie la resistenza del ferro fuso sia stata alcun poco ajutata dall' attrito delle sue superficie superiore e inferiore coi corpi collocati sopra e sotto. E io stimerei questo un dubbio ragionevole. Ne verrebbe però soltanto che la resistenza vera del corpo, cioè quella dipendente dal solo mutuo legame delle sue molecole, sarebbe alcun poco minore di quella trovatasi e da noi adoperata ne' nostri calcoli; e sussisterebbe sempre la conclusione che quando il calcolo ci dice dovervi essere rottura, questa, senza l' attrito, vi dev'essere realmente.

Una colonna adunque di ottimo ferro fuso, di base quadrata col lato di un centimetro, difesa da ogni piegamento, ma senza attrito coi corpi che la sostengono, quando sia alta oltre a 17710 metri, non si potrà reggere senza sfasciarsi. Ma che farà una di altra base? Secondo i principii di Navier (1), ne' corpi cubici della stessa natura sono le resistenze in ragione delle sezioni trasversali; talchè un cubo del lato di $n$ centimetri, avrà una resistenza uguale a $n^2$ volte quella d' un cubo del lato di un solo centimetro; e a ottener la rottura del primo di questi, quando sia di ferro fuso, ci vorrà una pressione dovuta ancora all' altezza di 17710 metri. E questa pare anche a me una conclusione giustissima.

Pe' prismi di sezione quadrata col lato di $n$ centimetri, ma con altezza o più grande o più piccola, Navier ammetterebbe una resistenza minore della precedente. Io però, attribuendo, come ho già detto, la maggiore debolezza de' prismi o più alti del cubo o più bassi ad una facilità loro ai piegamenti, ammetterei una resistenza uguale. Ci accordiamo nullameno insieme nello ammettere che una tale resistenza non possa essere maggiore di quella pei cubi.

E se i prismi non hanno base quadrata? Io crederei che, mancando gli attriti e i piegamenti, la forma della base non dovrebbe influire. Ed ecco in qual modo me ne persuado. Imagino tanti uguali prismi retti, di ferro fuso, a basi quadrate, collocati l' uno presso l'altro su di una robusta lastra orizzontale, tale da non cedere a nessuna delle forze che vorremo adoperare, e la quale non abbia nessun attrito colle basi di que' prismi. E imagino collocata sopra i medesimi un' altra lastra somigliante, ugualmente priva d' attrito colle loro basi superiori, e incapace anch' essa di rompersi e di piegarsi per le forze che noi vorremo applicarvi. Dopo di che suppongo attivata e successivamente aumentata una compressione fra

(1) *Résumé* etc., pag. 3.

le due lastre. Con ciò, allorquando saremo giunti a quella forza comprimente alla quale i detti pezzi prismatici, separatamente l'un dall'altro, cominceranno a sfasciarsi, verranno essi a premersi fra loro lateralmente, e a respingersi l'un l'altro; e mancando per ipotesi l'attrito, non vi sarà ostacolo nessuno al vicendevole allontanamento e allo sfasciamento dell'intero aggregato. E lo stesso avverrà anche nel caso che i prismi in luogo di essere soltanto contigui, si trovino congiunti insieme, l'uno a fianco dell'altro, in modo da formare un pezzo unico. Il quale perciò si verrà a rompere per quella precisa altezza premente, alla quale si romperebbe uno de' prismi parziali separatamente preso; e ciò qualunque sia la forma e la grandezza della base di quell'aggregato di prismi. Per conseguenza, prescindendo dall'attrito e dai piegamenti, un prisma di ferro fuso la cui base avesse qualunque forma ed estensione, potrebbe reggere, senza rottura, sino all'altezza di metri 17710, ma al di là si dovrebbe necessariamente rompere.

Secondo Navier (il quale a vero dire considera i corpi non già in uno stato ipotetico come fo io, ma nello stato reale in cui sono, e perciò con quegli attriti e piegamenti ai quali nel fatto sono soggetti), dovrebbero questi corpi di base non quadrata presentare minor resistenza che quelli di forma cubica e della stessa sezione trasversale. Sempre però andiamo d'accordo nello ammettere che la resistenza di questi corpi non possa esser maggiore che nei suddetti di forma cubica.

Mi sembrerebbe poi, per dirlo qui di passaggio, che l'attrito dovrebbe far sì che al crescere delle sezioni trasversali crescessero le resistenze in ragione più grande che le sezioni trasversali medesime. Poichè, considerando il caso de' prismi frapposti a due robuste lamine, e ammettendo un attrito fra esse e i prismi, quando questi fossero già tanto compressi da essere, separatamente presi, in procinto di sfasciarsi, potrebbero nulladimeno i più centrali fra essi resistere a una forza notabilmente maggiore, poichè nello sfiancamento dovrebbero rimovere que' che hanno d'intorno e vincere insieme col proprio attrito anche quello che questi d'intorno soffrono dalle lamine; e così crederei che aggravando i prismi in una opportuna progressione crescente dall'esterno all'interno, potesse aversi una resistenza complessiva assai maggiore della somma delle resistenze che essi potrebbero mostrare separatamente. Nella stessa maniera crederei che una massa di figura conica, p. e. un monte di questa forma, esistente su d'un terreno con cui avesse attrito, potrebbe sostenersi assai più che al triplo di quell'altezza a cui potrebbero senza l'attrito sostenersi dei sottili cilindri. Ma è un pensiero su cui non è qui luogo d'insistere.

Concluderò che mancando l'attrito, ed essendo con qualche artificio impedito ogni piegamento, e supposta regolarissima la tessitura, una torre di ferro fuso di una base di qualsivoglia forma e larghezza, non può sostenersi per propria consistenza al di là di una altezza di 17710 metri, che fanno circa 9 $^1/_2$ miglia italiane, e sono appena $\frac{1}{180}$ di quell'altezza a cui s'avrebbe sulla base una compressione uguale a quella delle due metà della crosta terrestre.

Il ferro lavorato è più cedevole del ferro fuso, e la sua resistenza alla compressione viene da Navier valutata in soli 40 chilogrammi per ogni millimetro quadrato (1); i quali colla densità 7, 79, corrispondono ad un volume di litri 5, 135, ossia di millimetri cubici

(1) *Résumé*, etc., pag. 201.

8 138000, ossia a una altezza premente di 8138 metri; i quali sono poco meno di tre miglia, e fanno $\frac{1}{619}$ dell'altezza corrispondente alla compressione delle due mezze croste.

Il porfido, secondo Ganthey (1), può portare 8 619486 libbre parigine per ogni piede quadrato di sezione, le quali, facendo il calcolo con una regola suggerita da Navier, si trovano corrispondere a 2607 chilogrammi per ogni centimetro quadrato; e questi, ponendone la densità = 2, 87, hanno il volume di centimetri cubici 908000, ossia d'una colonna della base di un centimetro quadrato e dell'altezza di 9080 metri, i quali equivalgono a quasi 8 miglia, ossia a $\frac{1}{350}$ dell'altezza della torre il cui peso misura la compressione vicendevole delle due mezze croste.

Il granito non può portare che 775 chilogrammi per ogni centimetro quadrato (2), i quali colla densità 2, 625 danno un volume di 295200 centimetri cubici, ossia d'una colonna della base d'un centimetro quadrato e dell'altezza di 2952 metri, che è $\frac{1}{1077}$ dell'altezza di una torre come poc'anzi.

Il marmo statuario finalmente si trovò poter portare appena 330 chilogrammi al centimetro quadrato (3), i quali colla densità 2,69 danno un'altezza di soli 1227 metri, corrispondenti a $\frac{1}{2590}$ della solita torre.

Possiamo inferire da tutto questo che la materia componente la crosta della terra, anche supposta senza nessun difetto di continuità nè di coesione, venendone fatta una torre su di un terreno irremovibile e senza attrito, non si potrebbe mantenere in piedi che per poche miglia di altezza. Perciocchè non le si potrebbe ragionevolmente attribuire una maggior resistenza che alle materie qui sopra considerate. Ora se ella potesse reggersi al pari del ferro fuso, non potrebbe oltrepassare le miglia 9 $^1/_2$; e se al pari del porfido, nemmeno le 8 miglia. In ogni caso non potrebbe resistere che a forze incomparabilmente minori di quella che esercitano l'una contro l'altra le due mezze croste.

6. Ma avendo essa materia la forma di un inviluppo sferico, ed essendo compressa con quelle forze che effettivamente operano nella crosta terrestre, non potrebbe ella presentare maggiore resistenza? In una torre la pressione viene esercitata solamente in una direzione, cioè dall'alto al basso; e similmente in una sola direzione sono state impiegate le forze comprimenti nelle sperienze sulla resistenza dei solidi alla compressione; e perciò volentieri ammetto che le resistenze trovatesi facciano conoscere sino a quante miglia d'altezza potrebbe reggere una torre costruita con quelle materie. Ma la crosta solida della terra si trova in una condizione diversa. Se noi la imaginiamo distinta in due metà con un piano passante per l'equatore, non solo le molecole che si trovano al di qua di questo piano comprimono quelle al di là, con la enorme forza che abbiamo calcolato, nella direzione perpendicolare al piano stesso, ma altresì si premono le prime fra loro con grandissima forza parallelamente a un tale piano, e così fra loro le seconde. E precisamente, se da un punto della linea equinoziale noi imaginiamo condotta a traverso alla crosta terrestre una retta verso il centro della terra, e consideriamo le molecole di essa crosta stanti intorno a questa retta, noi le troviamo soggette: 1.° a una fortissima pressione vicendevole in direzione normale al piano dell'e-

(1) *Résumé*, ecc., pag. 4.
(2) *Ibid.*, pag. 6.
(3) *Ibid.*, pag. 5.

quatore; 2.° a una pressione ugualmente forte in direzione normale al corrispondente meridiano; 3.° all'azione immediata della gravità che sollecita le molecole stesse verso il centro terrestre. Ora egli è certo che la seconda e la terza forza non istaranno inoperose, ma avranno parte anch'esse nel produrre lo sfasciamento della crosta. Però ajuteranno esse la rottura o tenderanno ad impedirla? Considerando in particolare la seconda, io credo che questa la ajuterà. Poniamo che s'abbia in una morsa un pezzo cubico di acciajo ben temperato, due facce del quale sieno disposte orizzontalmente, e che lo si stringa per due opposte facce verticali, sino a ridurlo prossimo alla rottura; se durando questa pressione noi ne applichiamo un'altra alle altre due facce verticali, io crederei che questa seconda pressione debba facilitare la rottura anzichè impedirla. Veramente io non conosco sperienze a questo riguardo, e mi debbo limitare a congetture. Ma, a quanto coll'occhio della mente mi par di vedere, la seconda compressione dee accrescere lo spostamento delle molecole nella direzione d'alto in basso; l'asse verticale cioè, già allungato per la prima compressione, dee allungarsi ancor più per la seconda, e le molecole allontanarsi ancora più dalle loro naturali posizioni, e avvicinarsi maggiormente a quello stato in cui l'attrazione molecolare non basta più a ritenerle. E terrei che aumentando contemporaneamente e di pari passo ambedue le pressioni, supposte dapprincipio piccole, si otterrebbe lo spezzamento prima che ciascuna di esse si aumentasse al punto da poterlo produrre essendo sola. E perciò, ommettendo per ora la terza forza, crederei che si dovrebbe più agevolmente sfasciare la crosta terrestre per due forze comprimenti esercitate contemporaneamente ad angolo retto, che non una torre della stessa qualità di materia e della stessa base e che fosse compressa contro il piano che la sostiene da una forza unica pari a ciascuna di quelle due; e quindi stimerei che le esposte conclusioni relative alla necessità del rompersi e dimostrate pel caso di una torre, debbano valere a maggior ragione per quello della nostra crosta. Speriamo che il caso qui contemplato della rottura per due compressioni ortogonali simultanee non verrà dimenticato da chi si accingerà a studiare sulla questione dell'equilibrio dei corpi solidi, stata ultimamente proposta per soggetto di premio dall'Accademia delle Scienze di Parigi (1).

In quanto alla terza delle forze che operano sulle molecole della crosta fiancheggianti la retta che abbiamo detto, cioè in quanto all'attrazione che queste molecole soffrono dall'infuori all'indentro, non mi pare di vedervi difficoltà. Nelle parti di crosta più esterne, dove per le compressioni trasversali le molecole solide vengono sospinte verso l'infuori, questa attrazione serve a conservare cotali molecole nel loro posto, ajuta cioè la coesione, benchè assai debolmente, a paragone delle forze tendenti alla rottura: alla metà infatti della grossezza della crosta questo effetto dell'attrazione uguaglia al più la pressione dovuta all'altezza di 10 o di 15 miglia, mentre le due pressioni laterali ortogonali sono dovute ad un'altezza di oltre 1700 miglia. Nelle parti poi della crosta più vicine alla superficie interna, dove le pressioni laterali tendono a spostare le molecole verso l'indentro, la detta attrazione cospira con tali pressioni e favorisce la rottura; la quale perciò per la cooperazione di questa terza forza verrà nella crosta a cominciare più presto, se mancando essa forza e avendosi le sole compressioni trasversali, tale rottura è o ugualmente agevole ovvero più agevole al di dentro che al di fuori. Nel caso contrario, cioè che la rottura sia più agevole al di fuori, può avvenire che di essa attrazione prevalga l'effetto conservativo prodotto esternamente. Comunque

(1) *Comptes Rendus*, 4 Mars 1850, pag. 261.

però sia, l'effetto di questa terza forza è sempre poca cosa e da farsene leggerissimo conto. In maniera che la crosta, anche senza nessun difetto di continuità e di coesione, io ammetto che si romperà sempre più facilmente che una torre, quando il peso di questa uguagli la compressione vicendevole delle due metà di quella.

7. Poniamo che la crosta terrestre sia di ferro fuso, e che nella sua parte più superficiale venga da essa mentalmente separato uno strato grosso $\frac{1}{180}$ della totale di lei grossezza, che sia cioè grosso metri 333 quando la detta totale grossezza si supponga di 60 000 metri. E ammettiamo che la rimanente materia solida ad esso sottoposta sia interamente sostenuta dalla pressione esercitata di sotto in su dal liquido contenutovi, rimanendo non sostenuto soltanto il detto sottile strato superficiale. In tale supposto le due metà della totale crosta, divise dal piano dell'equatore, si comprimeranno a vicenda, in grazia del peso di cotale strato, con una forza sì grande da bastare appena contro di lei tutta intera la resistenza di essa crosta, con tutti i suoi 60 000 metri di grossezza. Infatti una tale compressione sarebbe circa il $\frac{1}{180}$ di quella che potrebbe essere esercitata dalla totale crosta quando questa fosse di un unico pezzo di ferro fuso; e precedentemente noi abbiamo veduto che appunto $\frac{1}{180}$ della compressione trasversale d'una siffatta crosta di ferro fuso è uguale alla intera resistenza che quest'ultima potrebbe presentare.

Facendo de' somiglianti computi per le altre materie che abbiamo considerato, noi troveremmo una simile conclusione per uno strato di ferro dolce grosso metri 97, per uno di porfido grosso metri 171, per uno di granito di metri 56, per uno di marmo di metri 23. Cioè queste sarebbero le porzioni di crosta che potrebbero essere sostenute dalla resistenza alla compressione della crosta totale, nel caso che questa fosse dell'una o dell'altra delle indicate materie, e il liquido contenuto si trovasse al di sotto del livello corrispondente all'equilibrio. Vale a dire, se la crosta fosse di marmo, potrebbe il liquido interno lasciarne non sostenuta una porzione grossa 23 metri, la quale potrebbe venir sorretta dalla resistenza alla compressione della crosta intera; essendo più grossa la porzione di crosta non sostenuta, vincerebbe la pressione trasversale di questa. Ben s'intende che i numeri sopraddetti valgono nel supposto che le resistenze presentate dalle citate materie a due eguali compressioni ortogonali, sieno le stesse delle resistenze trovatesi cogli sperimenti per una compressione unica. È da credere che con dati più giusti dovrebbero que' numeri riuscire ancor minori.

8. *Osservazione.* Se la gravità si fosse supposta della costante grandezza $g$ in tutta la grossezza della crosta, la totale forza colla quale le due mezze croste sono sollecitate l'una verso l'altra, si sarebbe trovata espressa da

$$\int_{R-h}^{R} dx \,.\, \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} d\omega \,.\; 2\pi g\vartheta \,.\, x^2 \,\text{sen.}\,\omega \,.\, \cos.\omega \;,$$

ossia, integrando, da

$$[8] \qquad \pi g\vartheta h \left\{ R^2 - Rh + \frac{1}{3}h^2 \right\} .$$

Paragonando questa quantità con la [4], che misura la forza medesima nel supposto della gravità variante alle diverse profondità, noi abbiamo che la prima, cioè quella che corrisponde alla gravità costante, sta alla seconda nella ragione di

$$R^2 - Rh + \frac{1}{3}h^2 \;:\; R^2 - \frac{3}{2}Rh\frac{\vartheta}{\Delta} + \frac{h^2\vartheta}{\Delta} - \frac{h^3\vartheta}{4R\Delta} \;,$$

ossia, dividendo per $R$, nella ragione di

$$R - h + \frac{h^2}{3R} : R - \frac{3h\delta}{2\Delta} + \frac{h^2\delta}{R\Delta} - \frac{h^3\delta}{4R^2\Delta},$$

ossia, ponendo $R = 6370384$, $h = 60000$, $\Delta = 5{,}67$, $\delta = 3{,}0$,

come

$$6\,370384 - 60000 + 188{,}4 : 6\,370384 - \frac{60000 \cdot 9}{2 \cdot 5{,}67} + \frac{565{,}1 \cdot 3}{5{,}67} - \frac{565{,}1 \cdot 3 \cdot h}{5{,}67 \cdot 4R},$$

ossia, eseguendo i calcoli numerici,

$$:: \quad 6\,310572{,}4 \quad : \quad 6\,370384 - 47619 + 299 - 0{,}7,$$
$$:: \quad 6\,310572{,}4 \quad : \quad 6\,323063,$$
$$:: \quad 1 \quad : \quad 1 + \frac{1}{505}.$$

Se, lasciando gli altri numeri, noi facciamo $\delta = 2{,}5$, abbiamo le due quantità suddette in ragione di

$$6\,310572{,}4 \quad : \quad 6\,370384 - 39682{,}5 + 249{,}2 - 0{,}6,$$

ossia

$$:: \quad 6\,310572{,}4 \quad : \quad 6\,330950,$$
$$:: \quad 1 \quad : \quad 1 + \frac{1}{310}.$$

Le quali differenze $\frac{1}{505}$, e $\frac{1}{310}$ sono dello stesso ordine delle variazioni che soffre la gravità passando dalle latitudini medie all'equatore o ai poli, variazioni che nei grossolani calcoli di questa Nota noi abbiamo creduto di trascurare.

Ci serviremo del risultamento [8] testè trovato nella Nota seguente.

---

## Nota II alla pag. 167.

*Sulla resistenza della crosta terrestre alla distensione.*

1. Supponiamo ancora come precedentemente che la crosta solida della Terra sia divisa in due calotte emisferiche per mezzo di un piano passante per l'equatore. Quale sarà la forza tendente a divellere queste calotte l'una dall'altra, quando nella cavità cilindrica menzionata nel testo al §. 4, il liquido oltrepassi per una quantità data l'altezza bisognevole a equilibrare il peso di essa crosta? E sino a qual punto potrà arrivare questa differenza d'altezza prima che la crosta si venga a rompere?

Chiamiamo ancora come poc'anzi

$R$, $h$, $\delta$ il raggio esterno della crosta, la grossezza di essa e la sua densità, rispettivamente; e chiamiamo altresì

$\delta'$ la densità della materia liquida contenuta,

$6$ l'altezza necessaria a quest'ultima per equilibrare il peso della crosta,

$6'$ l'altezza della materia liquida stessa al di sopra del livello d'equilibrio colla crosta medesima. E supposto che una lamina quadrata, fatta della materia della crosta, sia stirata ugualmente per lungo e per largo, cioè per lungo con due uguali opposte forze, applicate e uniformemente distribuite ai due lembi che terminano la lunghezza, e per largo con due opposte forze uguali alle precedenti, applicate pur esse uniformemente ai due lembi che terminano la larghezza, chiamiamo

$k$ il numero de' chilogrammi che essa lamina arriva a sostenere prima di rompersi pel detto stiramento, corrispondentemente ad ogni centimetro quadrato di sezione, sì nell'uno che nell'altro verso.

Siccome la porzione di liquido contenuta nella cavità cilindrica sino all'altezza $6$, mediante la pressione fatta esercitare sulla interna superficie della crosta, tiene compiutamente equilibrato il peso di quest'ultima, così io tralascerò dapprincipio di considerare tanto un siffatto peso quanto la pressione che lo equilibra. Nè altro io considererò che l'effetto dell'altro liquido esistente nella stessa cavità cilindrica, dall'altezza $6$ alla $6+6'$, cioè per l'altezza $6'$. Il quale effetto consiste nel far arrivare alla superficie interna suddetta, in aggiunta alla già detta pressione dipendente dall'altezza $6$, un'altra pressione dovuta all'altezza $6'$ del liquido medesimo, pressione che vi arriva inalterata ossia senza soffrire veruna diminuzione da parte dell'altra massa liquida attraverso a cui si trasmette, giacchè il liquido di cui parliamo lo reputiamo perfetto. Per determinare dunque in numeri questa pressione, rifletto che se la materia premente fosse acqua e avesse l'altezza di un metro, a ogni metro quadrato della interna superficie corrisponderebbe una pressione di chilogrammi 1000; essendo invece $6'$ l'altezza e $\delta'$ la densità, converrà moltiplicare una tale quantità per $6'\delta'$; il che darà chilogrammi

[1] $$1000 \cdot \delta' 6' .$$

Sia ora ciascuna delle forze parziali che operano dipendentemente dalla [1] sulle varie piccole porzioni dell'interna superficie della calotta o mezza crosta settentrionale, decomposta in due, l'una perpendicolare all'asse terrestre e l'altra parallela al medesimo. Le diverse componenti perpendicolari si elideranno fra di loro, sinchè le parti ond'è composta ciascuna separata calotta rimarranno insieme collegate, cosa di cui noi possiamo stare sicuri, fino a tanto che si terranno unite l'una all'altra anche le due calotte medesime; e allora tali componenti potranno da noi essere trascurate. In vece ciascuna delle componenti parallele sarà uguale all'effetto che produrrebbe una forza premente della intensità [1], operando sopra la projezione che la corrispondente porzioncella di superficie interna getta sul piano dell'equatore. E la somma o la risultante di tutte queste componenti parallele sarà uguale all'effetto di una pressione di siffatta intensità e operante sulla intera projezione della detta superficie interna, cioè operante su di un cerchio di raggio $(R-h)$; vale a dire la somma di queste componenti sarà uguale a chilogrammi

[2] $$1000 \cdot \delta' 6' \cdot \pi (R-h)^2 .$$

Tale sarà dunque la totale forza con cui la mezza crosta settentrionale, dopo che ne sarà equilibrato il peso, verrà sollecitata dalla pressione del liquido contenuto nella cavità cilindrica corrispondentemente all'altezza $\theta'$, ad allontanarsi dalla mezza crosta meridionale. Alla qual forza sarà altresì uguale quella che tende ad allontanare la mezza crosta meridionale dalla settentrionale. Ossia sarà questa la forza che tende a divellere le due mezze croste l'una dall'altra.

Cerchiamo ora la forza che sarebbe necessaria a separare effettivamente per divulsione cotali due mezze croste, ammettendo, per ora, che altro non s'abbia a vincere che la loro tenacità. L'area dello spazio anulare di giunzione di esse mezze croste, espressa in metri quadrati, è

$$\pi \{ R^2 - [R-h]^2 \} ,$$

ossia

$$\pi (2R - h)h .$$

E ciascun metro quadrato di quest'area ha una tenacità di chilogrammi

$$10000 . k .$$

Quindi la totale resistenza che possono presentare le due mezze croste all'essere divulse, nel detto supposto che non s'abbia a vincere che la tenacità, sarà di chilogrammi

[3] $$\pi h (2R - h) . 10000 . k .$$

Uguagliando questa quantità alla [2], avremo un'equazione da cui si potrà trovare l'altezza $\theta'$ del liquido atta a produrre una tale divulsione; e sarà

$$\pi h (2R - h)\, 10000\, k = 1000\, \theta' \delta' . \pi (R-h)^2 ,$$

da cui

[4] $$\theta' = \frac{10 . k . h (2R - h)}{\delta' . (R-h)^2} .$$

Ponendo, come abbiamo già fatto,

$$R = 6\,370\,384 ,$$
$$h = 60\,000 ,$$

e altresì

$$\delta' = 2{,}55 ,$$

cioè uguale a un po' meno della densità 2,60 che si vede assegnata alla lava solida, si otterrà

[5] $$\theta' = \frac{k . 600\,000\,(12\,740\,768 - 60\,000)}{2{,}55\,(6\,370\,384 - 60\,000)^2} ,$$
$$= 0{,}0749 . k .$$

Poniamo ora che la crosta terrestre, ammessa siccome di un sol pezzo, sia formata di buona pietra calcare di Portland, e che questa sia atta a portare 60,2 chilogrammi per ogni centimetro quadrato di sezione. Avremo

$$[6] \qquad 6' = 0{,}0749 \cdot 60{,}2 = 4.51 \ .$$

Verrebbe cioè la crosta terrestre a rompersi appena che il liquido contenuto si alzasse nella cavità cilindrica che abbiamo supposto, al di là di metri 4 ½ sopra il livello necessario a equilibrare il peso di essa crosta. Computate però tutte le discontinuità e imperfezioni accennate nel testo, questo numero dovrebbe essere impiccolito assaissimo, e forse ridotto a qualche centimetro appena.

Osservo poi che la tenacità di chilogrammi 60,2 per ogni centimetro quadrato di sezione è quella trovatasi colla sperienza nello stirare la pietra giusta la sola direzione longitudinale (1). Se una tale pietra, stirata contemporaneamente e ugualmente per due versi ortogonali dimostrasse una tenacità diversa (e io credo che dovrebbe dimostrarne una minore), converrebbe sostituire il valore di questa al luogo di $k$ nell'Equazione [5].

2. *Altra maniera.* È possibilissimo che la forza divellente prodotta dall'eccesso di pressione sull'interna superficie della crosta terrestre, abbia a vincere qualche altra forza oltre alla semplice tenacità. La seguente altra maniera di trattare la questione è appunto destinata a tener conto di questa possibilità.

Comincerò a considerare il caso che nella cavità cilindrica menzionata al § 4 del testo, il liquido abbia l'altezza necessaria a equilibrare il peso della crosta. E cercherò con quale forza la mezza crosta settentrionale venga in questo supposto attirata dalla rimanente materia del globo nella direzione dal polo artico all'antartico.

Quando la gravità sia del costante valore $g$ in tutta la grossezza della crosta, il che in questi calcoli noi possiamo ammettere senza inconveniente, come si è veduto in fine della Nota I, noi abbiamo l'effetto totale di questa forza sopra la mezza crosta settentrionale dato dalla formola [8] della detta Nota I, cioè, qui richiamandola, da

$$[7] \qquad \pi g \partial h \left( R^2 - Rh + \frac{1}{3} h^2 \right) .$$

Sarà cioè questa la risultante di tutte le diverse forze da cui sono sollecitate le molecole della mezza crosta settentrionale per l'attrazione loro con tutta l'altra materia terrestre. Noi possiamo poi distinguere questa risultante in due parti, cioè in una che preme il liquido internamente contenuto, e in una seconda che opera sull'altra mezza crosta, premendola nella base anulare che serve di comune giunzione. Determiniamo separatamente queste due parti.

La prima di esse risulta da tante pressioni parziali, esercitate da tanti tronchi di strette piramidi col vertice al centro terrestre, e operanti in direzioni convergenti sulla superficie emisferica del liquido. Il complesso delle quali pressioni parziali io lo calcolo nel medesimo modo come se la crosta fosse liquida, ossia come se, essendo stata liquida un tempo, si fosse solidificata dappoi senza cangiamento nè delle distanze fra le molecole nè delle loro azioni vicendevoli. A vero dire, se si guardi per minuto, non sono in natura le cose a un

(1) Tredgold citato da Navier nel *Résumé*, etc., pag. 13

tale modo; stantechè i diversi tronchi piramidali, oltre all'essere animati dalla gravità, sentono altresì gli uni dagli altri diverse azioni, dalle quali alcuni sono aggravati e altri alleggeriti. Alcuni infatti, essendo o più alti o di materia più pesante, tendono a tirare in giù quei che lor sono contigui, venendone di ricambio alquanto sorretti e ridotti a esercitare sotto di sè minor pressione di quanto farebbero essendo liquidi; altri in vece, avendo i contigui prevalenti in peso, sono aggravati da questi e costretti a esercitare maggior pressione che se fossero in istato di liquidità; la materia di alcuni altri, non avendo ottenuto quel restringimento che il raffreddamento secolare esigerebbe, viene tirata da altra materia vicina, con forze per lo più obbliche. In conseguenza di che, ritenendo fra loro compensati gli effetti trasversali, e considerando soltanto quei paralleli alla gravità, i suddetti tronchi di piramide si trovano sollecitati dai contigui quali all'insù e quali all'ingiù, e obbligati sì gli uni che gli altri a esercitare sul sottoposto liquido delle pressioni alquanto diverse da quelle che eserciterebbero se la materia di ciascun d'essi fosse liquida. Però, atteso l'immenso numero e l'immensa varietà e gli antagonismi delle suddette azioni alteratrici delle pressioni, la somma degli alleggerimenti che hanno luogo nei tronchi piramidali che si trovano sotto un tratto alquanto esteso della superficie terrestre, uguaglia prossimamente la somma degli alleggerimenti: in guisa che l'effetto complessivo delle reali pressioni spettanti a tali tronchi è pressochè lo stesso come se essi tronchi fossero altrettante separate masse liquide, o anche, il che non è guari diverso, come se l'aggregato dei tronchi medesimi fosse ridotto a una unica massa liquida. E applicando ciò alla intera mezza crosta settentrionale, noi possiamo finalmente concludere che la pressione effettiva da essa esercitata sul liquido inchiuso differisce pochissimo da quella ch'ella eserciterebbe se fosse liquida. Talchè questo rassomigliamento a una crosta liquida, da noi adottato per semplicità di calcolo, non ci mena sensibilmente lungi dal vero. Ammettendo adunque un tale supposto, e ritenuta, come dissi, costante l'intensità della gravità in tutta la grossezza della crosta, le varie pressioni parziali sul liquido rinchiuso avrebbero tutte per misura la quantità

$$gh\partial$$

moltiplicata per le porzioncelle di superficie sulle quali esse operano. E decomponendo ciascuna di queste pressioni in due, l'una parallela all'asse e l'altra perpendicolare, e tenendo conto delle sole componenti parallele, la loro somma uguaglierebbe, a similianza di ciò che s'è detto poc'anzi, il prodotto di $g\partial h$ per la projezione dell'intera superficie emisferica sul piano equatoriale, ossia per la quantità $\pi(R-h)^2$; cosicchè una tale somma verrebbe data da

[8] $$\pi g\partial h(R-h)^2 .$$

E questo sarà il valore della prima parte che noi cerchiamo.

L'altra parte, cioè la pressione esercitata dalla mezza crosta settentrionale contro la meridionale, sarà data dalla differenza fra le quantità [7] ed [8], cioè da

$$\pi g\partial h\left\{\left(R^2-Rh+\frac{1}{3}h^2\right)-(R-h)^2\right\},$$

ossia da

[9] $$\pi g\partial h^2\left\{R-\frac{2}{3}h\right\} .$$

E se volessimo l'altezza $H$ di uno strato della materia della crosta, la base del quale uguagliasse lo spazio anulare di giunzione, e il cui peso fosse del valore [9], si avrebbe per determinare $H$ la equazione

$$2\pi\left(R-\frac{1}{2}h\right)hH\delta g = \pi g\delta h^2\left(R-\frac{2}{3}h\right),$$

donde

$$H = \frac{h}{2}\left(1-\frac{h}{3(2R-h)}\right);$$

e coi numeri precedentemente assegnati ad $R$ e ad $h$,

[10] $$H = 30000\left(1-\frac{1}{633}\right) = 29956^{\text{metri}}.$$

Tali sono adunque le due azioni che la mezza crosta settentrionale esercita sulla superficie emisferica del liquido internamente contenuto e sulla base anulare dell'altra mezza crosta, nelle quali azioni si risolve la forza [7] nascente dall'attrazione che le molecole di essa mezza crosta settentrionale soffrono dall'altra materia terrestre.

All'incontro la medesima mezza crosta settentrionale (sempre nell'ipotesi che dentro la cavità cilindrica supposta nel testo al § 4 e menzionata al principio di questa nota, non arrivi il liquido che all'altezza $\vartheta$ di equilibrio) soffre due esterne azioni contrarie ed uguali alle già dette, atte fra tutte e due ad equilibrare la forza [7]. Soffre cioè in primo luogo dal liquido internamente contenuto una pressione il cui effetto totale, diretto dal polo antartico verso l'artico, è misurato da

[11] $$\pi(R-h)^2\delta'\vartheta g.$$

E siccome le parti elementari di questa pressione, esercitate sulle varie piccole porzioni della inferior superficie della considerata mezza crosta si vogliono atte in adequato a sostenere i pesi dei diversi tronchi di piramide superiormente contemplati, a sostenere cioè le pressioni che essi tronchi eserciterebbero sulle lor basi essendo liquidi, delle quali pressioni la risultante è sensibilmente data dalla [8]: così a questa risultante [8] deve essere uguale la risultante [11] delle dette pressioni elementari esercitate di sotto in su dal detto liquido rinchiuso. Il che è immediatamente ottenuto quando la $\vartheta$ sia tale che si avveri la proporzione

$$\delta : \delta' :: \vartheta : h.$$

In secondo luogo, nella giunzione anulare abbiamo una pressione esercitata dalla mezza crosta meridionale contro quella settentrionale, precisamente uguale alla [9]. E così la mezza crosta settentrionale, fra la interna forza [7] che la sollecita verso il polo antartico, e le esterne che la spingono verso il polo artico, si trova in perfetto equilibrio.

Però, dirà alcuno, non è egli assurdo che una delle mezze croste, p. e. la settentrionale, si comprima contro l'altra colla forza [9], nel mentre che la si dice internamente sostenuta dal liquido sottoposto? Svanisce l'assurdo se si rifletta che anche quando la intera crosta fosse liquida, l'una delle sue metà, sebbene interamente sostenuta dal liquido contenuto al

di dentro, non mancherebbe di premere l'altra metà. Nasce questa pressione in ambi i casi dal premersi a vicenda tutte le molecole in conseguenza del loro peso, non solo in direzione verticale ma anche in trasversale, e tanto più fortemente quanto più si trovano al di sotto della esterna superficie. E dalla somma delle pressioni esercitate nella giunzione anulare, in direzione perpendicolare a questa, nasce la pressione [9] fra le due mezze croste.

5. Ma che avverrà quando nella cavità cilindrica si aggiunga altra materia fluida, in guisa che questa arrivi fra tutta all'altezza $(\vartheta + \vartheta')$? Nella superficie concava della mezza crosta settentrionale opererà allora, spingendo verso il polo artico, la pressione

$$\pi(R - h)^2 \delta'(\vartheta + \vartheta')g \ ,$$

superante la [8] per una differenza

$$[12] \qquad \pi(R - h)^2 . \delta'\vartheta' g \ .$$

La quale [12] sarà una forza che tenderà ad allontanare l'una dall'altra le due mezze croste, ciascuna delle quali, prima dell'aggiunta del nuovo fluido, si trovava in equilibrio. Ora qui si presenta una questione. Per distaccare queste due mezze croste sarà egli bastante che la forza [12] vinca la coesione che ha luogo fra le medesime nella comune giunzione? Per esempio, supponendo che la intera crosta sia di pietra di Portland, basterà egli che la [12] possa portare un prisma di tale pietra avente per base il menzionato spazio anulare e un'altezza di 248 metri, corrispondenti alla densità 2,428 (1) e al peso di chil. 60,2 per ogni centimetro quadrato, nel supposto che a questo peso sia uguale la $k$ per una siffatta pietra? Oppure dovrà essa forza [12] superare oltre a ciò la forza [9] che è quella con cui le due mezze croste si trovavano prima premute l'una contro l'altra? Vale a dire dovrà in tutto la [12] essere capace di sollevare uno strato prismatico dell'altezza di 248 metri $+ H$? Ecco quello che in siffatta questione pare a me di poter dire. Se, per una ipotesi impossibile nel caso nostro ad avverarsi, quando la crosta solida è ancora in equilibrio col liquido rinchiuso non avessero luogo nelle molecole di essa che delle pressioni trasversali o parallele alla superficie, uniformemente intense per una stessa molecola in tutte le direzioni loro, e aventi tali grandezze che quelle operanti nel piano dell'equatore perpendicolarmente al piano stesso, avessero per complessivo effetto la forza [9], comprimente l'una contro l'altra le due mezze croste da quel piano divise; in tale caso, sopravvenuta la forza [12], oltre al dover essa vincere la coesione fra cotali mezze croste, dovrebbe ella altresì, per ottenere la separazione di queste, superare la detta forza [9]. Ma nel fatto le molecole della crosta, nel detto supposto dell'equilibrio fra il peso di questa e la pressione del liquido rinchiuso, si trovano premute in tutti i versi, e in modo specialissimo anche nella direzione dei raggi condotti al centro terrestre. Per conseguenza, allorquando la sopraggiunta nuova forza [12] tende ad allontanare l'una dall'altra le due mezze croste e a vincere ad un tempo e la tenacità che le tiene legate, e la forza [9] che le preme l'una contro l'altra, viene essa forza [12] ajutata possentemente dalle dette pressioni parallele ai raggi, le quali, mentre ravvicinano le molecole nella direzione verticale, tendono ad allontanarle e a disunirle in quella orizzontale; nè fa punto bisogno ad essa [12] di superare in grandezza la [9] con aggiunta la tenacità. La difficoltà però sta nell'assegnare l'effetto preciso delle dette pressioni parallele ai raggi.

---

(1) Navier, *Résumé*, etc., pag. 6.

La presente questione è simile a quella di una lamina solida, della forma, p. e., di un basso prisma retto a basi quadrate, collocata dentro un fluido fortemente compresso, e stirata per lungo e per largo con forze uguali lentissimamente crescenti. Le forze distendenti sarebbero contrastate anche in questo caso dalla coesione e dalle pressioni operanti sui lembi, e ajutate invece dalla pressione secondo la grossezza. Ora quale resistenza potrebbesi aspettare in una siffatta lamina? Non conoscendo fatti che abilitino a una sicura risposta, la mia opinione sarebbe questa. Se si trattasse d'una materia molle o malleabile, cioè atta a cangiare stabilmente di figura per le forze esterne prima di venire a una totale separazione delle parti, io crederei che la resistenza alla doppia lenta trazione nel fluido compresso non dovrebbe differire gran fatto dalla tenacità che il corpo potrebbe presentare nel vuoto o nell'aria comune venendo lentamente stirato secondo due direzioni ortogonali (Nel che è da aver presente che ad una trazione lenta i corpi malleabili pajono assai meno resistenti che ad una trazione istantanea; p. e. il filo di ferro non ricotto, assoggettato ad una trazione continuata per più anni, va, secondo l'ingegnere Vicat (1), gradatamente allungandosi pel solo terzo di quella forza a cui esso può resistere istantaneamente; e il fenomeno sarebbe senza dubbio ancor più apparisceute in un filo ricotto). Al più dubiterei che la compressione potesse produrre un aumento di resistenza dello stesso ordine dell'aumento della densità; dubiterei, p. es., di un aumento di qualche millesimo nella resistenza, quando per la compressione si aumentasse similmente di qualche millesimo la densità. Trattandosi invece di materie fragili, le quali stirate nel vuoto o nell'aria comune si rompono per repentina separazione di parti, senza prima soffrire un cangiamento di figura oltre i limiti dell'elasticità perfetta, io ammetterei che la compressione, siccome direttamente opponentesi al distaccamento delle parti, possa aumentare davvero e anche d'assai la resistenza. Stimerei cioè che crescendo gradatamente la compressione del liquido, possa il corpo continuare sino a un certo punto a rompersi per istantaneo distaccamento delle parti, alla guisa de' corpi fragili, però col mezzo di forze divellenti gradatamente più grandi; e che al di là di un certo punto esso corpo si debba frangere con previo un cangiamento durabile di figura, e forse senza un ulteriore accrescimento, almeno notabile, delle forze divellenti suddette. In questo caso la supposizione più disperata sarebbe che il corpo in tutte le nostre prove non si prestasse assolutamente a un siffatto previo cangiamento di figura, e che la pressione secondo la grossezza non ajutasse per niente le forze divellenti; allora la resistenza che esso corpo presenterebbe a tali forze in un fluido compresso sarebbe, sì per lungo che per largo, eguale alla pressione nell'uno o nell'altro verso, con aggiunta la tenacità.

Applichiamo queste considerazioni alla nostra crosta terrestre, e prima di tutto al caso or or contemplato, che la sua materia sia cotanto rigida da rompersi sempre, quando è stirata, per un subitaneo allontanamento di parti, senza prestarsi a nessun previo cangiamento permanente di figura, e che altresì su essa materia sieno senza alcun effetto le pressioni secondo i raggi. E cerchiamo quale dovrebbe essere l'altezza $6'$ del liquido atta a recare le due

(1) *Ann. Ch. Ph.*, T. LIV, p. 38 e seg. (Sept. 1833). Queste sperienze però di Vicat, importantissime per le arti e specialmente pei ponti di ferro sospesi, non servono pienamente pel caso mio, pel quale avrebbero dovuto eseguirsi in un luogo non soggetto alle variazioni atmosferiche di temperatura, e durare in sino a che i fili si fossero rotti. Trovo pure insufficienti le molte pregevolissime sperienze fatte da Wertheim sulla distensione de' fili di diversi metalli e inserite negli *Ann. Chim. Phys.*, 3.e *Série*, T. XII, p. 385 e seg. (Nov. 1844), le quali pel mio oggetto si sarebbero dovute eseguire più lentamente.

metà di essa crosta al procinto di separarsi. Noi abbiamo trovato poco sopra che la pressione esercitata dalle due mezze croste, l'una contro l'altra, allorquando v'è equilibrio fra i loro pesi e la pressione del liquido interno, è espressa dalla formola [9], ossia da

$$\pi g \delta h^2 \left(R - \frac{2}{3h}\right),$$

cioè dal peso d'una massa del volume $\pi h^2\left(R - \frac{2}{3h}\right)$ e della densità $\delta$. La qual forza, esprimendosi da noi i volumi in metri cubici, corrisponde a chilogrammi

$$\pi \delta h^2 \left(R - \frac{2}{3h}\right) 1000 .$$

In conseguenza poi della tenacità, a ogni metro quadrato di sezione corrisponderebbe una resistenza di chilogrammi $10000\,k$, la quale estesa a tutto lo spazio anulare che divide le due mezze croste, verrebbe a dare chilogrammi

$$\pi(2R - h)h \,.\, 10000\, k .$$

La resistenza perciò che nella presente supposizione si dovrebbe vincere per separare le due mezze croste sarebbe di chilogrammi

$$\pi \delta h^2 \left(R - \frac{2}{3h}\right) 1000 + \pi(2R - h)h \,.\, 10000\, k .$$

D'altro canto la pressione interna destinata a vincere questa resistenza sarebbe uguale al peso di metri cubici

$$\pi(R - h)^2 . \delta' \delta'$$

di acqua, ossia sarebbe di chilogrammi

$$\pi(R - h)^2 . \delta' \delta' . 1000 .$$

Si avrebbe quindi per determinare $\delta'$ l'equazione

$$\pi(R - h)^2 \delta' \delta' . 1000 = \pi \delta h^2 \left(R - \frac{2}{3h}\right) . 1000 + \pi(2R - h)h \,.\, 10000\, k ,$$

da cui

$$\delta' = \frac{h^2\left(R - \frac{2}{3h}\right)\delta}{(R - h)^2 . \delta'} + \frac{(2R - h)h \,.\, 10k}{(R - h)^2 \delta'} ,$$

e dando a $R$ e ad $h$ i valori precedentemente adottati, sarebbe

[13] $$\delta' = 572 \frac{\delta}{\delta'} + 0{,}191 \frac{k}{\delta'} ;$$

e facendo altresì $\delta' = 2{,}55$, che è la densità che noi supponiamo alla lava, $\delta = 2{,}428$, che è la densità della pietra di Portland, e $k = 60{,}2$, che è il numero di chilogrammi

che quella pietra può sostenere prima di rompersi (venendo a vero dire cimentata secondo la sola lunghezza), si avrebbe

[14] $$6' = 544{,}6 + 4{,}5 = 549 \text{ metri.}$$

Il qual valore, malgrado la esagerata supposizione su cui è fondato, non è poi grandissimo, e non basta punto a mostrare la possibilità che le lave possano, per lo restringersi della terra in grazia del raffreddamento, salire da grandi profondità sotto il livello del mare sino all'altezza delle attuali bocche ignivome. E se qui alcuno si sorprenderà in udire che il peso dovuto a un sì piccolo valore di $6'$, di una materia della densità 2,55, basterebbe a bilanciare ad un tempo e la forza premente dovuta all'altezza $H$ data dall'equazione [10], e inoltre la tenacità della pietra di Portland, cioè a bilanciare, in tutto, il peso dovuto a metri 29956 + 248 di altezza, ossia a metri 30204, d'una materia della densità 2,428, cesserà subito in lui la meraviglia quando consideri che la forza divellente dovuta ai metri 549 opererebbe su tutta l'interna superficie dell'una e dell'altra mezza crosta, laddove la forza opposta dovuta all'altezza dei metri 30204, opererebbe soltanto sulla superficie anulare che divide le due mezze croste medesime.

Ma abbandonando questa supposizione estrema e per niun modo ammissibile, avviciniamoci a quello che è più probabile in natura. E dapprincipio seguitiam pure ad ammettere che la crosta terrestre consti di un unico pezzo solido, e che questo sia pure d'una materia, non già molle o malleabile, ma bensì rigida, o tale che, essendo stirata mentre è secca e nell'aria comune, venga a rompersi per repentina separazione di parti senza previo cangiamento durabile nella posizione relativa delle molecole. Teniamo però conto del grande effetto che debbe esercitare in tutti i punti della crosta la pressione nella direzione dei raggi terrestri, la quale pressione se non basta a distruggere appieno l'effetto della compressione trasversale, dee al certo diminuirlo in gran parte e lasciare che soltanto una piccola porzione di cotale compressione contrasti la forza divellente. Teniam conto altresì della lentezza colla quale nella crosta terrestre si andrebbe aumentando la detta forza divellente, nelle mutazioni secolari prodotte dal lentissimo raffreddamento e consolidamento del globo (perocchè a queste sole mutazioni sarebbero da attribuirsi lo stiramento di essa crosta e l'elevamento della materia fusa qui considerati); la quale lentezza dovrebbe, pare, lasciar grande agio alle molecole perchè potessero coi loro moti intestini accomodarsi le une accanto alle altre e obbedire alle forze meccaniche prevalenti. Qualche piccolo effetto diamolo altresì all'essere la crosta terrestre tirata in tutte le direzioni trasversali, il che fa che per essa debba il valore di $k$ essere probabilmente minore di quanto le sperienze ci possono aver dato, cimentando in fretta e in una sola direzione quella stessa qualità di materia: un piccolo effetto, dico, per la ragione che nel secondo membro della [13] il termine contenente la $k$ è assai minore dell'altro. Molto effetto invece diamo per ultimo all'essere una tale materia della crosta, almeno in grandissima parte, inzuppata di acqua, come anche all'essere nelle sue parti profonde dotata di assai alta temperatura, circostanze entrambe che contribuiscono efficacemente a rendere una tale crosta meno resistente. Avendo tutti questi riguardi, e senza ancora abbandonare l'ipotesi di un unico pezzo, io stimo che il valore di $6'$ debba riuscire molte volte più piccolo di quanto risulta dall'equazione [13], e nel caso particolare della pietra di Portland, esser forse ridotto a soli pochi metri.

Però nello stato reale delle cose vi sono altre circostanze importanti da considerare, non potendosi punto ammettere nè che la crosta terrestre sia tutta formata di una materia molto tenace, nè che in essa non v'abbia alcun difetto di continuità. Cominciando dalla qualità della materia, noi dobbiamo anzi notare che in tale crosta esistono molte parti di gran lunga meno tenaci della pietra di Portland. Possiamo, per esempio, citare il carbon fossile, il quale, quantunque in istrati assai sottili, occupa però grandi estensioni superficiali, e queste disposte assai obbliquamente rispetto all'orizzonte, scendendo esso in alcuni luoghi sino a molte migliaja di metri sotterra e arrivando in altri sino alla esterna superficie terrestre, e concorrendo con ciò assai validamente a indebolire la tenacità della suddetta crosta. E i geologi potranno aggiungere assai altre materie poco tenaci, la cui importanza nel presente caso non dipende già dalla grossezza degli strati, ma dalla loro estensione superficiale e dalla loro obbliquità. Per rispetto poi all'altra circostanza, cioè ai difetti di continuità, noi cominciamo ad averne un immenso numero nelle parti più esterne della terra, vale a dire nei terreni d'alluvione e nelle fessure delle rocce; in conseguenza delle quali, per molte centinaja di metri di profondità, e forse per qualche migliajo, la resistenza del terrestre inviluppo alla distensione si può reputare affatto nulla. Abbiamo di poi le grandi fessure palesate da quei vulcani che sono disposti in lunghe file, de' quali si ha gran numero nelle due Americhe e nelle isole al mezzodì e all'oriente dell'Asia. Le quali fessure, attraversando probabilmente tutta la grossezza della crosta terrestre, ne debbono assaissimo indebolire la coesione. Dopo queste abbiamo le sottili ma numerose fessure prodotte e mantenute dai terremoti che la crosta terrestre soffre ad ogni tratto; fessure che, quando non ancora esistessero, si formerebbero facilissimamente in una materia fragile, specialmente se questa fosse in uno stato di stiramento. E sono forse dovute a questa causa molte di quelle che abbiamo contemplato poc'anzi, che troviamo cioè nelle rocce, e che per lo più veggiamo riempiute dai filoni: queste cioè nacquero probabilmente non solo dalle commozioni grandissime che accompagnarono i sollevamenti delle montagne, ma anche dalle minori e più frequenti, simili a quelle che avvengono ai giorni nostri. Queste minori commozioni poi, qualunque ne sia la cagione, dalla facilità con cui le veggiamo propagate fino a grandissime distanze sulla superficie esterna della crosta terrestre, dobbiamo credere che arrivino anche alla superficie interna. E quivi appena che per esse si formi qualche piccola fessura, facile a nascere, come dissi, se realmente la crosta della Terra è in uno stato di stiramento, subito in essa fessura si insinua la materia liquida. La quale premendo le superficie novellamente formatesi, ajuta ad allargare e a grandemente estendere cotale fessura, e fors'anche a produrre una compiuta divisione della crosta, in sino a che ogni stiramento affatto cessi. Ben è vero che il liquido insinuatosi, solidificandosi prestamente, può ristabilire la continuità. Ma potendo frequentemente rinnovarsi tali separazioni, non solo in grazia delle commozioni, ma anche pel raffreddamento degli infimi strati della crosta, ultimamente solidificatisi, i quali io trovo doversi raffreddare più celeremente che gli altri strati a loro superiori, come spero di dimostrare con altro mio scritto in queste stesse *Memorie*; così mi pare che lo stiramento non debba mai potersi aumentare oltre a un certo punto. Talchè, tutto considerato, io credo, che se effettivamente la totalità della crosta terrestre si trova o talvolta o sempre in istato di distensione, non lo può essere che con forza leggerissima, corrispondente a un'altezza premente di pochi centimetri del liquido contenuto, e fors'anche di pochi millimetri. Il che apparirà ancor più chiaro dalla Nota seguente, dove vedremo di quanto si possa aumentare la interna capacità della crosta per un piccolo eccesso di interna pressione.

## Nota III alla pag. 168.

### *Sulla estensibilità della crosta terrestre.*

1. Imaginiamo che dentro alla crosta terrestre, supposta tutta d'un pezzo, e con praticatavi attraverso un'apertura cilindrica accompagnata, se occorre, in alto da un tubo pure cilindrico, venga introdotta della materia fusa, omogenea con quella che già vi si trova, in maggiore quantità di quanto può essere necessario a sostenere il peso della crosta stessa; nel qual caso è chiaro che quest'ultima verrà a soffrire un distendimento. O anche imaginiamo che una siffatta crosta, colla indicata apertura, per un qualche raffreddamento avvenuto in tutte le sue parti venga a diminuire alcun poco di capacità, e a far alquanto elevare la materia fusa nella sopraddetta apertura, al di sopra del livello voluto dal peso di essa crosta. Nel quale supposto, per la pressione della materia liquida alzatasi, la crosta non si stringerà sino alle dimensioni corrispondenti alla diminuita temperatura, ma rimarrà similmente alquanto distesa. Vorrebbesi la misura di questi distendimenti, corrispondentemente a un dato eccesso d'altezza acquistato dal liquido oltre a quanto è richiesto dall'equilibrio del peso del liquido stesso con quello della crosta.

Vengono qui a proposito alcune formole trovate dal signor Wertheim per le variazioni che intervengono negli inviluppi elastici di forma sferica e di forma cilindrica, allorquando sono premuti internamente ed esternamente da forze non prima operanti. Eransi già trovate da altri delle formole per quest'oggetto (1), però fondate su di una ipotesi in riguardo alla costituzione de'solidi, la quale fu poscia da esso Wertheim trovata fallace. Talchè si riconobbe necessaria una modificazione di tali formole, come anche di tutte le altre che riguardano l'equilibrio de' solidi elastici. Io insegnerò a trovare quella relativa agli inviluppi sferici, seguendo i principii stabiliti dalle sperienze di Wertheim, ma tenendo nei calcoli un'altra strada, la quale, stando unicamente al caso di cui si tratta senza venire a maggiori generalità, mi è sembrata più facile.

Egli è noto che quando un filo di materia solida elastica non cristallizzata viene allungato per mezzo di una forza distendente, succede in esso, se è lateralmente libero, un restringimento trasversale, in guisa che il volume si aumenta bensì, ma in una ragione men grande di quella secondo cui è cresciuta la lunghezza. Ora, prima delle sperienze di Wertheim, e stando alle dottrine di Poisson e di Navier, le quali parevano comprovate da risultamenti sperimentali di Cagniard La Tour, si ammetteva che un filo siffatto, allungato a forza in ragione di $\lambda : \lambda(1 + \omega)$, ove $\omega$ sia una quantità assai piccola e contenuta dentro tali limiti che il filo lasciato a sè torni a riacquistare la lunghezza primitiva, si ammetteva, dico, che esso filo in uno de'suoi diametri trasversali, misurato, p. e., da $\sigma$, si venga a stringere in ragione di $\sigma : \sigma\left(1 - \frac{1}{4}\omega\right)$. In vece il sig. Wertheim, col mezzo

(1) Regnault, *Rélation des expériences etc., pour les machines à vapeur, première partie*, p. 438 *et suiv.*, riferendosi ai calcoli di M. Lamé.

di sperienze molto più accurate, fatte secondo un metodo suggeritogli da Regnault (1), trovò che un tale restringimento è nella proporzione di $\sigma : \sigma\left(1 - \frac{1}{3}\omega\right)$.

2. Ciò premesso, poniamoci a trovare le mutazioni che debbono avvenire in una sfera cava di una materia non cristallizzata di cui sia nota la compressibilità, quando sia assoggettata esternamente ad una pressione $P$ (la quale a calcolo finito noi supporremo nulla) ed internamente ad una pressione $P'$. Questo non è veramente il preciso caso della crosta terrestre, giacchè nella sfera cava che consideriamo noi non mettiamo in conto nessuna pressione che sia analoga a quella che le molecole della crosta terrestre, specialmente nelle parti più interne di questa, soffrono dal peso della materia che le inviluppa. Ma a far diversamente, e a considerare le cose come veramente sono, io non vedrei per ora il modo di condurre il calcolo a termine: perocchè la pressione che la terrestre crosta sostiene nelle sue parti interne è grandissima, e perciò noi non possiamo conoscere la vera relazione fra essa pressione e il restringimento che ne risulta, non essendo da ammettere che a pressioni sì grandi valga la medesima legge che si scontra nelle piccole; oltre a moltissime altre circostanze a noi ignote sul vero stato della crosta terrestre, e lasciando pure da banda la maggiore difficoltà del calcolo. Non potendo adunque trattare in modo esatto il caso reale della natura, io mi limiterò a un caso ipotetico ben delinito, avente però comuni con quello della natura gli elementi geometrici.

Chiamisi adunque

$\alpha$ il coefficiente di estensibilità o anche di compressibilità della materia della sfera cava, cioè la quantità di cui si allungherebbe un filo della materia stessa, della lunghezza primitiva 1 e della sezione trasversale di 1 millimetro quadrato, quando fosse tirato colla forza di un chilogrammo, e non avesse ostacoli al restringimento; la quale è anche la quantità di cui un tale filo si accorcerebbe comprimendolo colla stessa forza nella direzione longitudinale, e lasciandone libera la dilatazione trasversale. Chiamiamo altresì

$R$ il raggio primitivo esterno, espresso in metri, come sarà delle altre lunghezze seguenti;

$R'$ il raggio primitivo interno;

$\rho$ il raggio primitivo corrispondente a una molecola $m$ presa particolarmente a considerare fra la superficie interna della sfera cava e la superficie esterna;

$\rho + \rho_1$ il raggio corrispondente alla molecola medesima sotto l'azione delle forze $P$, $P'$, che sono

$P$ la pressione esterna, e precisamente il numero dei chilogrammi da cui per una tale pressione si trova premuto dall'esterno all'interno ogni millimetro quadrato della superficie esterna della sfera, considerata questa superficie siccome già alterata di estensione dalla stessa forza $P$, e dalla seguente $P'$;

$P'$ la pressione interna, cioè quella operante dall'interno all'esterno sulla superficie interna, misurata nel modo che s'è detto della $P$. Chiamiamo infine

$p$ la pressione esercitata nella direzione del raggio sulla materia della sfera cava nel luogo ove trovasi la molecola $m$;

$q$ la pressione esercitata nel luogo medesimo secondo tutte le direzioni perpendicolari al raggio. Consisterà la questione nel trovare la relazione fra le diverse quantità così indicate.

---

(2) *Ann. Chim. Phys.*, 3.e *Série*, T. XXIII, pag. 52 (Mai 1848)

Noi imagineremo a tal uopo passanti per $m$ tre assi ortogonali: cioè uno coincidente col raggio della sfera passante pel punto $m$, il quale raggio, per fissare le idee, noi supporremo orizzontale e coincidente in parte colla retta che dall'occhio nostro si dirige alla molecola $m$; un secondo asse ancora orizzontale e parallelo al nostro vôlto; e un terzo verticale. E sulla molecola $m$ considereremo operanti tre pressioni ortogonali, cioè una pressione

$p$ nella direzione del raggio testè menzionato, una

$q$ nella direzione orizzontale perpendicolare al raggio, e parimenti una

$q$ nella direzione verticale.

Per queste tre pressioni si manifesteranno nel luogo della $m$ le seguenti variazioni di dimensioni. La pressione cioè $p$ produrrà secondo il raggio un accorciamento, il quale, effettuandosi in una intera unità di lunghezza, vi produrrebbe una diminuzione misurata da

$$[1] \qquad -p\alpha\ ,$$

usando il segno negativo per indicare che è un'alterazione in meno. La stessa forza $p$ produrrà nello stesso luogo e nella direzione orizzontale perpendicolare al raggio un'alterazione

$$[2] \qquad +\frac{1}{3}p\alpha\ ,$$

sempre corrispondentemente all'unità di lunghezza. E nella direzione verticale produrrà una alterazione uguale alla precedente, cioè espressa ella pure da

$$[3] \qquad +\frac{1}{3}p\alpha\ .$$

La pressione $q$ esercitata nella direzione orizzontale perpendicolare al raggio produrrà nello stesso luogo di $m$, secondo le tre direzioni anzidette, e corrispondentemente all'unità di lunghezza, le alterazioni indicate rispettivamente da

$$[4] \qquad +\frac{1}{3}q\alpha\ ,\ -q\alpha\ ,\ +\frac{1}{3}q\alpha\ .$$

Nè a ciò fa ostacolo il trovarsi già alterato il corpo dalla pressione $p$, attesochè le mutazioni da questa prodotte si ritengono essere estremamente piccole; nel quale caso si ammette dai meccanici che la nuova forza $q$ produca pienamente lo stesso effetto come se la $p$ non avesse ancora operato. E lo stesso sarà della pressione esercitata in direzione verticale; la quale produrrà nelle direzioni medesime le alterazioni

$$[5] \qquad +\frac{1}{3}q\alpha\ ,\ +\frac{1}{3}q\alpha\ ,\ -q\alpha\ .$$

Unendo separatamente insieme le tre alterazioni parallele al raggio, e insieme fra loro separatamente le tre orizzontali perpendicolari al raggio, e insieme similmente fra loro le tre verticali, avremo le alterazioni totali seguenti, cioè:

$$[6] \qquad \left(-p+\frac{2}{3}q\right)\alpha \qquad \text{orizzontalmente secondo il raggio,}$$

[7] $\left(+\frac{1}{3}p-\frac{2}{3}q\right)\alpha$ orizzontalmente in direzione perpendicolare al raggio,

[8] $\left(+\frac{1}{3}p-\frac{2}{3}q\right)\alpha$ verticalmente.

Ma noi abbiamo un'altra maniera di esprimere queste mutazioni di lunghezza, che è di farle tutte dipendere dalle variazioni de'raggi corrispondenti alle varie molecole, rappresentate queste variazioni dei raggi dal passare la $\rho$ corrispondente alla $m$, alla grandezza $(\rho+\rho\varphi)$. Cominciamo a considerare due molecole $m$, $m'$ esistenti sullo stesso raggio, e situate dapprincipio, cioè prima dell'azione delle forze $P$, $P'$, alle distanze

$$\rho\ ,\ \rho+d\rho$$

dal centro, rispettivamente. Queste, sotto l'azione delle forze suddette, verranno a trovarsi l'una alla distanza

$$\rho+\rho\varphi\ ,$$

l'altra alla distanza

$$(\rho+\rho\varphi)_{\rho+d\rho}\ ,$$

indicandosi con questa espressione ciò che diventa $(\rho+\rho\varphi)$ quando la $\rho$, contenutavi tanto esplicitamente che implicitamente in $\varphi$, si cangia in $(\rho+d\rho)$. La quale seconda espressione può anche mettersi sotto la forma

$$(\rho+\rho\varphi)+d\rho\,.\,\frac{d(\rho+\rho\varphi)}{d\rho}+A\,d\rho^2\ ,$$

indicandosi con $A\,d\rho^2$ l'aggregato dei termini di second'ordine e di ordini ulteriori. E la distanza fra le due molecole che dapprincipio era

$$d\rho\ ,$$

sarà di poi

$$d\rho\,.\,\frac{d(\rho+\rho\varphi)}{d\rho}+A(d\rho)^2\ ,$$

ossia

$$d\rho+d\rho\,.\,\frac{d(\rho\varphi)}{d\rho}+A(d\rho)^2\ ,$$

trovandosi cresciuta da quel che era della quantità

$$d\rho\,.\,\frac{d(\rho\varphi)}{d\rho}+A(d\rho)^2\ .$$

Dalla quale, divisa per $d\rho$, avremo la variazione che corrisponderebbe, in proporzione, alla unità di lunghezza; la quale variazione sarà

$$\frac{d(\rho\varphi)}{d\rho}+A\,d\rho\ ;$$

ossia, ommettendo il secondo termine, per considerare non già la variazione media nello spazio fra $m$ ed $m'$, ma bensì la variazione nel preciso luogo della $m$, sarà questa espressa da

$$\frac{d(\rho\varphi)}{d\rho} .$$

Uguagliando questa alla [6], che era un altro modo di esprimere la variazione stessa, avremo

$$[9] \qquad \frac{d(\rho\varphi)}{d\rho} = \left(-p+\frac{2}{3}q\right)\alpha .$$

Veniamo ora a uno dei cangiamenti di lunghezza normali al raggio, cioè a quello orizzontale. Dapprincipio, cioè avanti l'azione delle $P$, $P'$, la periferia passante per la molecola $m$ aveva la lunghezza

$$2\pi\rho ;$$

di poi essa ha la lunghezza

$$2\pi(\rho+\rho\varphi) ;$$

ed è cresciuta di

$$2\pi\rho\varphi .$$

E l'aumento corrispondente alla unità di lunghezza sarà dato da quest'ultima quantità divisa per $2\pi\rho$, cioè sarà

$$\varphi .$$

Uguagliando questa quantità colla [7], che era un altro modo di esprimere il cangiamento medesimo, avremo

$$[10] \qquad \varphi = \left(\frac{1}{3}p-\frac{2}{3}q\right) .$$

Una equazione affatto simile sarebbe quella che si otterrebbe considerando la variazione nella direzione verticale, dalla quale perciò non si verrebbe a nessuna nuova cognizione. Ma per determinare la $\varphi$ in funzione di $\rho$ ci bisognerebbe una terza equazione, fra la quale e le due [9] e [10] noi potessimo eliminare $p$ e $q$. Ora ecco in qual modo la avremo.

Consideriamo, mentre operano le forze $P$, $P'$, le due superficie sferiche che passano per le molecole $m$, $m'$; e imaginiamo che l'inviluppo sferico fra esse compreso sia diviso per metà col mezzo di un piano qualunque passante pel centro. E calcoliamo le pressioni che operano sulle varie parti della superficie di uno di questi mezzi inviluppi, e rammentiamo che la somma di queste pressioni si fa equilibrio da sè medesima.

All'esterno di questo mezzo inviluppo opera una pressione diretta dappertutto dall'infuori all'indentro e che è della intensità

$$[11] \qquad P_{\rho+d\rho} .$$

La superficie emisferica su cui opera questa pressione ha il raggio

$$(\rho+\rho\varphi)_{\rho+d\rho} ;$$

e la projezione ortogonale di una tale superficie sul piano diametrale or ora imaginato ha l'estensione superficiale

$$\pi \left\{ (\varphi + \rho\varphi')_{\rho+d\rho} \right\}^2 ,$$

ossia

$$[12] \qquad \pi (\rho + \rho\varphi)^2_{\rho+d\rho} .$$

E la risultante di tutte le azioni parziali esercitate su essa superficie emisferica sarà una forza parallela al raggio centrale, diretta dall' infuori all' indentro, e misurata, da quanto vedemmo nella Nota precedente, dal prodotto della [11] per la projezione [12], cioè da

$$\pi (\rho + \rho\varphi)^2_{\rho+d\rho} \cdot P_{\rho+d\rho} ,$$

ossia da

$$[13] \qquad \pi \left\{ p (\rho + \rho\varphi)^2 \right\}_{\rho+d\rho} .$$

La pressione invece esercitata sulla superficie emisferica interna sarà in totale misurata da

$$[14] \qquad \pi \left\{ p (\rho + \rho\varphi)^2 \right\} ,$$

ed opererà anch' essa parallelamente al raggio centrale, ma dall' indentro all' infuori. Non è però sola a operare sul mezzo inviluppo sferico in direzione contraria alla precedente. Vi è altresì da aggiungere la pressione esercitata sullo spazio anulare piano, il quale colle due superficie emisferiche già contemplate compie la superficie del mezzo inviluppo. L' area di un tale spazio anulare è

$$\pi \left\{ (\rho + \rho\varphi)^2_{\rho+d\rho} - (\rho + \rho\varphi)^2 \right\} ,$$

ossia

$$[15] \qquad \pi . d\rho . \left( \frac{d . (\rho + \rho\varphi)^2}{d\rho} \right) + B d\rho^2$$

indicandosi con $B d\rho^2$ la somma de' termini di secondo e di più elevato ordine. E la pressione su esso esercitata sarà un effetto delle pressioni tangenziali, e avrà in adequato l'intensità

$$[16] \qquad q + C d\rho ,$$

intendendo con $C d\rho$ una quantità che svanisce allo svanire di $d\rho$. E l' effetto totale sarà misurato dal prodotto delle due quantità [15] e [16], cioè sarà

$$\left[ \pi \left\{ d\rho . \left( \frac{d . (\rho + \rho\varphi)^2}{d\rho} \right) \right\} + B d\rho^2 \right] \left[ q + C d\rho \right] ,$$

ossia, intendendo per $D d\rho$ un' altra quantità che svanisce con $d\rho$,

$$[17] \qquad \pi q . d\rho . \left( \frac{d . (\rho + \rho\varphi)^2}{d\rho} \right) + D d\rho^2 .$$

E questa opererà anch' essa nella direzione del raggio centrale per lo stesso verso della [14], cioè tendendo ad aumentare questo raggio, mentre la [13] tende a diminuirlo. Se non si trattasse già di un caso ipotetico come è il nostro, ma di uno reale, quale sarebbe quello della crosta terrestre, noi avremmo qui a considerare anche una quarta forza cooperante colla pressione sulla superficie esterna del mezzo inviluppo, cioè operante dall' infuori all' indentro; e questa consisterebbe nella somma delle attrazioni che tutte le molecole del mezzo inviluppo sentirebbero verso le parti centrali dell' intero corpo, prendendo di queste attrazioni le componenti perpendicolari alla base del mezzo inviluppo. Ma stando qui noi, per quello che si è detto dapprincipio, al nostro caso ipotetico, e seguitando innanzi nel nostro calcolo, osserveremo che il considerato mezzo inviluppo sollecitato dalle pressioni or ora studiate si trova in perfetto equilibrio. Dovrà perciò la somma delle due [14] e [17] uguagliare la [13], ossia dovremo avere

$$\pi q \,.\, d\rho \,.\, \left(\frac{d.(\rho+\rho\varphi_1)^2}{d\rho}\right) + D\,d\rho^2 + \pi\,\{p(\rho+\rho\varphi_1)^2\} = \pi\,\{p(\rho+\rho\varphi_1)^2\}_{\rho+d\rho} ,$$

ossia, dividendo per $\pi$ e trasportando il terzo termine del primo membro,

$$q \,.\, d\rho \,.\, \frac{d.(\rho+\rho\varphi_1)^2}{d\rho} + \frac{D}{\pi}\,d\rho^2 = \{p(\rho+\rho\varphi_1)^2\}_{\rho+d\rho} - p(\rho+\rho\varphi_1)^2 ,$$

ossia

$$q \,.\, d\rho \,.\, \frac{d.(\rho+\rho\varphi_1)^2}{d\rho} + \frac{D}{\pi}\,d\rho^2 = d\rho \,.\, \frac{d.\{p(\rho+\rho\varphi_1)^2\}}{d\rho} + E\,d\rho^2 ,$$

essendo $E\,d\rho$ una quantità analoga a $C\,d\rho$ e a $D\,d\rho$. Dividendo per $d\rho$, e uguagliando quindi fra loro le quantità indipendenti da $d\rho$, avremo

$$q \,.\, \frac{d.(\rho+\rho\varphi_1)^2}{d\rho} = \frac{d(p(\rho+\rho\varphi_1)^2)}{d\rho} ,$$

ossia, dopo alcune facilissime riduzioni

$$[18] \qquad 2 \,.\, \left(\frac{d(\rho+\rho\varphi_1)}{d\rho}\right) \frac{1}{\rho+\rho\varphi_1} = \left(\frac{dp}{d\rho}\right) \frac{1}{q-p} .$$

Tutta la questione si riduce adesso alla risoluzione delle tre equazioni

$$[9] \qquad \left(\frac{d(\rho\varphi_1)}{d\rho}\right) = \left(-p+\frac{2}{3}q\right)\alpha ,$$

$$[10] \qquad \varphi_1 = \left(\frac{1}{3}p-\frac{2}{3}q\right)\alpha ,$$

$$[18] \qquad 2\left(\frac{d(\rho+\rho\varphi_1)}{d\rho}\right) \frac{1}{\rho+\rho\varphi_1} = \left(\frac{dp}{d\rho}\right) \frac{1}{q-p} .$$

3. Cominciamo ad eliminare $p$ e $q$. Caviamo a tal uopo dalle [9] e ]10] i valori di $q$, $p$, $\left(\frac{dp}{d\rho}\right)$, e facciamone sostituzione nella [18]. Avremo con facilissime operazioni, indicando con $\varphi', \varphi'', (\rho+\rho\varphi)'$ le derivate prima e seconda di $\varphi$, e prima di $\rho+\rho\varphi$, rispetto a $\rho$,

[19] $$q = -\frac{3}{\alpha}\left(\varphi + \frac{1}{4}\rho\varphi'\right),$$

[20] $$p = -\frac{3}{\alpha}\left(\varphi + \frac{1}{2}\rho\varphi'\right),$$

$$\left(\frac{dp}{d\rho}\right) = -\frac{3}{\alpha}\left(\frac{3}{2}\varphi' + \frac{1}{2}\rho\varphi''\right),$$

[21] $$\frac{(\rho+\rho\varphi)'}{\rho+\rho\varphi} + \frac{3}{\rho} + \frac{\varphi''}{\varphi'} = 0 .$$

E integrando,

$$\text{Log.}(\rho+\rho\varphi) + 3\,.\,\text{Log.}\,\rho + \text{Log.}\,\varphi' = \text{Cost.}$$

ossia

$$(\rho+\rho\varphi)\cdot\rho^3\cdot\varphi' = A ,$$

essendo $A$ una costante, senza relazione alcuna colla quantità $A$ adoperata per un istante nel paragrafo precedente. Di qui

$$(1+\varphi)\varphi' = A\rho^{-4} ,$$

da cui

$$\frac{(1+\varphi)^2}{2} = -\frac{A\rho^{-3}}{3} + \text{Cost.}, \text{ essendo Cost. un'altra costante;}$$

ossia

$$(1+\varphi)^2 = -\frac{2}{3}A\rho^{-3} + 2\,\text{Cost.} ;$$

e ponendo

$$-\frac{2}{3}A = B \ , \ 2\,\text{Cost.} = C, \text{ dove } B \text{ e } C \text{ sono altre due}$$

costanti, ed estraendo la radice,

$$1+\varphi = \pm\sqrt{B\rho^{-3} + C} ,$$

$$\rho+\rho\varphi = \pm\sqrt{B\rho^{-1} + C\rho^2} ;$$

e dovendo in questa ultima equazione essere la $(\rho+\rho\varphi)$ una quantità positiva, converrà nel secondo membro sì di questa equazione che della precedente, prendere il segno superiore; il che darà

[22] $$1+\varphi = \sqrt{B\rho^{-3} + C} ,$$

$$[23] \qquad \rho + \rho\varphi = \sqrt{B\rho^{-1} + C\rho^2} \,.$$

Sostituendo i valori di $\varphi$, $\varphi'$ cavati dalla [22] nella [20], si ha

$$[24] \qquad p = \frac{3}{\alpha}\left(1 - \frac{\frac{1}{4}B\rho^{-3} + C}{\sqrt{B\rho^{-3} + C}}\right) .$$

Da quest'ultima equazione, considerando che quando $\rho = R$ si ha $p = P$, e quando $\rho = R'$ si ha $p = P'$, noi possiamo determinare i valori di $B$ e $C$. Infatti con questa sostituzione abbiamo

$$\frac{P\alpha}{3} = 1 - \frac{\frac{1}{4}BR^{-3} + C}{\sqrt{BR^{-3} + C}} \,,$$

$$\frac{P'\alpha}{3} = 1 - \frac{\frac{1}{4}BR'^{-3} + C}{\sqrt{BR'^{-3} + C}} \,;$$

ossia

$$[25] \qquad 1 - \frac{P\alpha}{3} = \frac{\frac{1}{4}BR^{-3} + C}{\sqrt{BR^{-3} + C}} \,,$$

$$[26] \qquad 1 - \frac{P'\alpha}{3} = \frac{\frac{1}{4}BR'^{-3} + C}{\sqrt{BR'^{-3} + C}} \,;$$

dalle quali si possono avere $B$ e $C$. E questi, sostituiti nella [22] o nella [23], ci possono dare l'aumento del raggio a qualunque distanza dal centro, cioè il valore di $\varphi\rho$ espresso per $P$, $P'$, $\rho$. Uno dei metodi per la determinazione delle $B$ e $C$ sarebbe quello di dividere la [28] per la [26], e dal quoziente ricavare il valore di $\frac{C}{B}$, risolvendo un'equazione di terzo grado. Introdotto poi questo valore di $\frac{C}{B}$ nella [28] o nella [26], si otterrebbe subito anche il valore di $B$; e non si avrebbe poscia che a porre i trovati valori della $\frac{C}{B}$ e della $B$ nella [22].

4. Nel nostro caso però si tratta solamente di cercare la relazione fra $P$, $P'$ e il valore della $\varphi$ alle due superficie esterna e interna della sfera cava, nel supposto che tanto siffatte forze $P$ e $P'$, quanto le variazioni da esse cagionate nei raggi della sfera cava, sieno piccolissime. La quale limitazione ci permette di trascurare alcune quantità e di semplificare le operazioni. Chiamiamo adunque

$F$ il valore della $\varphi$ alla superficie esterna della sfera cava,

$F'$ quello alla superficie interna. Noi possiamo trovare il valore di queste quantità nella maniera seguente. Cominciando a cercare la $F$, abbiamo dalla equazione [22]

$$[27] \qquad (1+F)=\sqrt{BR^{-3}+C};$$

e si tratterà di eliminare $B$ e $C$ fra le [25], [26] e [27]. Un metodo che subito ci si presenta è quello di determinare $B$ e $C$ con la [25] e la [27], e di introdurlo poi nella [26]. Avremo primieramente dalla [27]

$$[28] \qquad C=(1+F)^2-BR^{-3}.$$

Questo valore di $C$ introdotto nella [25] ci dà immediatamente

$$1-\frac{P_\alpha}{3}=\frac{\frac{1}{4}BR^{-3}+(1+F)^2-BR^{-3}}{1+F}=(1+F)-\frac{3}{4}\cdot\frac{BR^{-3}}{1+F},$$

da cui

$$[29] \qquad B=\frac{4}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)(1+F)R^3,$$

che rimesso nella [28] ci dà

$$[30] \qquad C=(1+F)^2-\frac{4}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)(1+F).$$

Ponendo i quali valori nella [26], abbiamo

$$1-\frac{P'_\alpha}{3}=\frac{\frac{1}{4}R'^{-3}\cdot\frac{4}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)(1+F)R^3+(1+F)^2-\frac{4}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)(1+F)}{\sqrt{\frac{4}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)(1+F)R^3R'^{-3}+(1+F)^2-\frac{4}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)(1+F)}},$$

ossia

$$[31] \qquad \left(1-\frac{P'_\alpha}{3}\right)=\frac{\sqrt{1+F}\left\{1+F+\frac{1}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)\left(\frac{R^3}{R'^3}-4\right)\right\}}{\sqrt{1+F+\frac{4}{3}\left(F+\frac{P_\alpha}{3}\right)\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)}}.$$

Questa, rispetto alla $F$, è un'equazione di terzo grado, risolubile perciò algebraicamente. Attesa però la piccolezza delle quantità $F$, $P\alpha$, $P'\alpha$, noi possiamo risolverla comodamente per approssimazione nel modo che segue. Porremo cioè

$$[32] \qquad 1 - \frac{P'\alpha}{3} = \frac{(1+F) + \frac{1}{3}\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)\left(\frac{R^1}{R'^3} - 4\right)}{\sqrt{\left\{1 + \frac{\frac{4}{3}\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)\left(\frac{R^3}{R'^3} - 1\right)}{1+F}\right\}}},$$

donde si ha

$$\left(1 - \frac{P'\alpha}{3}\right) = \left\{1 + F + \frac{1}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3} - 4\right)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)\right\}\left\{1 - \frac{1}{2}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3} - 1\right)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]\right.$$

$$\left. + \frac{1.3}{2.4}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3} - 1\right)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^2 - \frac{1.3.5}{2.4.6}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^1}{R'^3} - 1\right)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^3 + \text{ecc.}\right\}.$$

In questa, attesa la piccolezza che ha la quantità

$$F + \frac{P\alpha}{3}$$

nei casi che noi intendiamo di contemplare, i termini del secondo fattore del secondo membro vanno rapidamente decrescendo dall' uno all' altro; e se noi uniamo a due a due quei che seguono il secondo, cioè il 3.° col 4.°, il 5.° col 6.°, ecc., noi abbiamo tanti aggregati positivi, e veggiamo esser positiva la loro somma totale. All' incontro, unendo il 4.° col 5.°, il 6.° col 7.°, ecc., abbiamo tanti aggregati negativi, e risulta negativa la somma dei termini posteriori al terzo. Volendo perciò dar fine alla serie col secondo termine, il resto da aggiungere sarà una quantità positiva minore del terzo termine, e potrà essere espresso da

$$+ \lambda \cdot \frac{1.3}{2.4}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^1}{R'^3} - 1\right)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^2,$$

essendo $\lambda$ una quantità positiva minore di $1$. E tutto il suddetto secondo fattore potrà esser messo sotto la forma

$$1 - \frac{1}{2}\,\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^1}{R'^3} - 1\right)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F} + \lambda \cdot \frac{1.3}{2.4}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3} - 1\right)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^2.$$

Per una simil ragione, volendo troncare la serie dopo il terzo termine, possiamo darle la forma

$$1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^2$$

$$-\lambda'\cdot\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^3,$$

essendo $\lambda'$ un' altra quantità compresa fra zero ed uno. Noi possiamo per conseguenza mettere l' equazione [32] sotto la forma

$$[33]\qquad 1-\frac{P'\alpha}{3}=(1+F)\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right.$$

$$\left.+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^2-\lambda'\cdot\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^3\right\}$$

$$+\frac{1}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-4\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)\left\{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right.$$

$$\left.+\lambda\cdot\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)}{1+F}\right]^2\right\}$$

$$=1-\frac{1}{3}F\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)-\frac{1}{9}P\alpha\left(\frac{R^3}{R'^3}+2\right)+\frac{\frac{2}{9}\left(\frac{2R^3}{R'^3}+1\right)\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)^2}{1+F}$$

$$+\frac{\left\{\lambda\cdot\frac{2}{9}\left(\frac{R^3}{R'^3}-4\right)-\lambda'\cdot\frac{20}{27}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)\right\}\left(\frac{R^3}{R'^3}-1\right)^2\left(F+\frac{P\alpha}{3}\right)^3}{(1+F)^2};$$

dalla quale con facili riduzioni si ha

$$[34] \quad F = \frac{\alpha}{3} \cdot \frac{3P'R'^3 - P(R^3 + 2R'^3)}{R^3 - R'^3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2R^3 + R'^3}{R'^3(1+F)} \cdot \left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)^2$$

$$- \left[\lambda \cdot \frac{2}{3}(4R'^3 - R^3) + \lambda' \cdot \frac{20}{9}(R^3 - R'^3)\right] \frac{(R^3 - R'^3)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)^3}{R'^6(1+F)^2}$$

Nei casi che noi vogliamo considerare, nei quali la $R'$ è minore, ma non grandemente, di $R$, le due quantità $4R'^3 - R^3$, $R^3 - R'^3$, contenute nell'ultimo termine di questa equazione [34], sono entrambe positive; e perciò il primo fattore di esso ultimo termine, cioè la quantità

$$\lambda \cdot \frac{2}{3}(4R'^3 - R^3) + \lambda' \cdot \frac{20}{9}(R^3 - R'^3) ,$$

può esser messo sotto la forma

$$\lambda'' \cdot \frac{2}{3}(4R'^3 - R^3) + \lambda'' \cdot \frac{20}{9}(R^3 - R'^3) ,$$

essendo $\lambda''$ una opportuna quantità intermedia fra $\lambda$ e $\lambda'$, e perciò compresa essa pure fra zero ed uno. Facendo questa sostituzione, e ponendo altresì

$$\frac{\lambda''}{(1+F)^2} = \lambda''' ,$$

intendendosi anche per $\lambda'''$ una quantità positiva minore di 1, l'equazione [34] si riduce alla forma

$$[35] \quad F = \frac{\alpha}{3} \cdot \frac{3P'R'^3 - P(R^3 + 2R'^3)}{R^3 - R'^3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2R^3 + R'^3}{R'^3(1+F)} \left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)^2$$

$$- \lambda''' \cdot \frac{2}{9}\left(\frac{7R^3 + 2R'^3}{R'^6}\right)(R^3 - R'^3)\left(F + \frac{P\alpha}{3}\right)^3 .$$

Dalla quale potremo avere la $F$ cominciando a determinarla approssimatamente col tener conto, nel secondo membro, del solo primo termine, e di poi correggendo, se occorre, il valore ottenuto col sostituirlo negli altri due termini. Moltiplicato poscia per $R$ il valore così trovato di $F$, avremo nel prodotto l'aumento del raggio esterno $R$.

Simile è il modo d'ottenere l'aumento del raggio interno $R'$. Chiamato cioè $F''$ il valore di $\varphi$ corrispondente alla interna superficie della sfera cava, noi abbiamo dalla [22]

la equazione

$$[36] \qquad 1 + F' = \sqrt{BR'^{-3} + C} \ ,$$

la quale, combinata colle [28] e [26], è atta a darci la $F'$. Però, senza fare tutti i calcoli, noi possiamo osservare che scambiando nelle equazioni [36], [28] e [26] le quantità

$$F', R', P', R, P \quad \text{rispettivamente colle}$$
$$F, R, P, R', P' \ ,$$

noi ricadiamo rispettivamente nelle [27], [26] e [28], dalle quali abbiamo ottenuto la $F$. Perciò avremo la $F'$ collo scambiare nella [32] le quantità $F, R, P, R', P'$ in $F', R', P', R, P$ rispettivamente. E sarà

$$[37] \qquad 1 - \frac{P\alpha}{3} = \frac{1 + F' - \frac{1}{3}\left(4 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)}{\sqrt{\left\{1 - \frac{\frac{4}{3}\left(1 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)}{1 + F'}\right\}}}$$

$$= \left\{1 + F' - \frac{1}{3}\left(4 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)\right\}\left\{1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{4}{3}\left(1 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)}{1 + F'}\right.$$

$$\left. + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(1 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)}{1 + F'}\right]^2 + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(1 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)}{1 + F'}\right]^3 + \text{ecc.}\right\},$$

dove il secondo fattore dell'ultimo membro è una serie a termini decrescenti, tutti positivi. Volendo fermarla dopo il secondo termine, osservo che la somma di tutti quelli che vengono dopo è una quantità minore di

$$\frac{\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(1 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)}{1 + F'}\right]^2}{1 - \frac{\frac{4}{3}\left(1 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)}{1 + F'}} \ ,$$

come agevolmente si scorge svolgendo quest'ultima quantità in serie secondo le potenze del secondo termine del denominatore. Di qui ritraggo potersi quella somma esprimere per mezzo di questa stessa ultima quantità moltiplicata per una quantità $\lambda$ compresa fra zero

ed uno. Similmente volendo finire la serie medesima dopo il terzo termine, possiamo dare alla somma de' termini rimanenti la forma

$$\lambda' \cdot \frac{\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)}{1+F'}\right]^3}{1-\frac{\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)}{1+F'}}.$$

Possiamo perciò mettere la equazione [37] sotto quest'altra forma

$$[38] \quad 1-\frac{P\alpha}{3} = (1+F')\left\{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)}{1+F'}\right.$$

$$+\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\left[\frac{\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)}{(1+F')}\right]^2$$

$$\left.+\lambda' \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\frac{\left[\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)\right]^3}{(1+F')^2\left[1+F'-\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)\right]}\right\}$$

$$-\frac{1}{3}\left(4-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)\left\{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)}{1+F'}\right.$$

$$\left.+\lambda \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\cdot\frac{\left[\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)\right]^2}{(1+F')\left[1+F'-\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)\right]}\right\}.$$

La quale, trattata presso a poco come la [33], ci dà

$$[39] \quad F' = \frac{\alpha}{3}\cdot\frac{P'(2R^3+R'^3)-3PR^3}{R^3-R'^3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{(R^3+2R'^3)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)^2}{R^3(1+F')}$$

$$+\frac{\left[\lambda''\cdot\frac{2}{3}(4R^3-R'^3)-\lambda'''\cdot\frac{20}{9}(R^3-R'^3)\right](R^3-R'^3)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)^3}{R^6\left[1+F'-\frac{4}{3}\left(1-\frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F'+\frac{P'\alpha}{3}\right)\right]}.$$

Dalla quale si potrà avere la $F'$ nel modo che abbiamo indicato per la $F$. E similmente, moltiplicando il valore di $F'$ per $R'$, si avrà l'aumento del raggio interno $R'$.

8. Veniamo ora al nostro caso particolare, e consideriamo una sfera cava di vetro delle dimensioni della crosta terrestre e che sia premuta soltanto internamente. La supporremo, come vuole il caso nostro, senza attrazione in distanza fra le proprie parti, e internamente vôta, e quindi senza niente che ne attiri le molecole verso il centro, e solo la riterremo dotata della coesione e della elasticità competenti al vetro.

Chiameremo

$h$ la sua grossezza, talchè sia

$$R' = R - h ,$$

E quando ridurremo la quistione ai numeri, porremo come nelle Note precedenti

$$R = 6\,370\,384$$
$$h = \quad 60\,000 ,$$

e quindi

$$R' = 6\,310\,384 .$$

Indicheremo altresì con

$\Delta R$ l'aumento del raggio esterno, ossia la $FR$, e con

$\Delta R'$ l'aumento $F'R'$ del raggio interno.

E avvertiremo che nel presente caso si ha

$$P = 0 .$$

In quanto alla pressione interna $P'$, supporremo che essa provenga dal peso di una colonna liquida dell' altezza di metri

$\sigma$, e della densità

$\delta'$.

Nel quale supposto, siccome a ciascun millimetro quadrato della superficie interna insisterebbe un volume liquido di metri cubici

$$\sigma(0{,}001)^2 ,$$

il quale se fosse di acqua peserebbe chilogrammi

$$1000 . \sigma(0{,}001)^2 ;$$

così avendo la densità $\delta'$, questo volume liquido peserà chilogrammi

$$1000 . (0{,}001)^2 \sigma\delta' ,$$

ossia

$$\frac{\sigma\delta'}{1000} ;$$

ed essendo questi indicati anche da $P'$, avremo

$$[40] \qquad P' = \frac{\sigma\delta'}{1000} .$$

Quando verremo poi ai numeri, porremo

$$\sigma = 0{,}1$$
$$\delta' = 2{,}5 ,$$

cioè supporremo che l'altezza del liquido premente sia di un decimetro, e che la densità di esso sia uguale prossimamente a quella della lava fusa.

Infine introdurremo in luogo di $\alpha$ il coefficiente di compressibilità del vetro. Al qual uopo osserveremo che dalle sperienze di Régnault calcolate da Wertheim (1), abbiamo che il *coefficiente di elasticità* di esso vetro è

$$5997{,}9 ,$$

abbiamo cioè che un filo prismatico di vetro della sezione trasversale di un millimetro quadrato e che sia lateralmente libero e fermato in una delle basi, dovrebbe esser premuto all'altra base col peso di 5997,9 chilogrammi, affinchè, supposto raccorciarsi per tutte le pressioni in quella stessa ragione che si raccorcia per le pressioni deboli, perdesse tutta affatto la sua lunghezza. Il che è lo stesso come il dire che il peso di un chilogrammo sopra un millimetro quadrato di base fa accorciare l'unità di lunghezza della quantità

$$\frac{1}{5997{,}9} .$$

Ora noi abbiamo indicato con $\alpha$ il raccorciamento dell'unità di lunghezza per la pressione di un chilogrammo su d'un millimetro quadrato di base. Sarà dunque pel vetro

$$[41] \qquad \alpha = \frac{1}{5997{,}9} .$$

Con queste denominazioni e valori noi avremo

$$F = \alpha \cdot P' \cdot \frac{R'^3}{R^3 - R'^3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2R^3 + R'^3}{R'^3(1+F)} F^2 - \lambda''' \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{(7R^3 + 2R'^3)(R^3 - R'^3)}{R'^6} F^3$$

$$= \frac{\alpha\sigma\delta'}{1000} \cdot 34{,}726\,458 + \frac{2{,}038\,395}{1+F} F^2 - \lambda''' \cdot 0{,}058\,88 \cdot F^3$$

$$= \frac{0{,}25}{5997\,900} 34{,}726\,458 + \frac{2{,}038\,395}{1+F} F^2 - \lambda''' \cdot 0{,}058\,88 \cdot F^3 ,$$

donde per prima approssimazione, tenendo conto del solo primo termine del 2.° membro, si ha per $F$ la quantità

$$0{,}000\,001\,447\,442 .$$

(1) *Ann. Ch. Phys.*, Mai, 1848, pag. 92.

Introdotto poi questo valore nel secondo termine, e trascurando il terzo che riesce estremamente piccolo, noi troviamo doversi aggiungere la quantità

$$0{,}000\,000\,000\,004 \ ,$$

colla quale il corretto valore di $F$ viene dato da

[42] $$F = 0{,}000\,001\,447\,446 \ .$$

Di qui

[43] $$\Delta R = FR = 6\,370\,384 \ . \ 0{,}000\,001\,447\,446 = 9{,}220\,787 \ .$$

E il raggio esterno così aumentato riesce del valore

[44] $$R + \Delta R = 6\,370\,393{,}220\,787 \ .$$

L'aumento della circonferenza esterna è di metri lineari

[45] $$57{,}935\,89 \ .$$

E l'aumento dello spazio abbracciato dalla esterna superficie, espresso simbolicamente da

$$\frac{4}{3}\pi \ . \ \{(R + \Delta R)^3 - R^3\} \ ,$$

è di metri cubici

[46] $$4\,702\,293\,216\,000\,000 \ ,$$

ossia di chilometri cubici

$$4\,702\,293 \ .$$

Venendo al raggio interno, noi abbiamo pel caso nostro dalla [39]

$$F' = \frac{P'\alpha}{3} \cdot \frac{2R^3 + R'^3}{R^3 - R'^3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{R^3 + 2R'^3}{R^3(1 + F')} \left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)^2$$

$$+ \frac{\left\{\lambda'' \cdot \frac{2}{3}(4R^3 - R'^3) - \lambda''' \cdot \frac{20}{9}(R^3 - R'^3)\right\}(R^3 - R'^3)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)^3}{R^6\left\{1 + F' - \frac{4}{3}\left(1 - \frac{R'^3}{R^3}\right)\left(F' + \frac{P'\alpha}{3}\right)\right\}} \ ,$$

in cui dal primo termine del 2.° membro incominciamo ad avere per $F'$ il valore approssimato

$$0{,}000\,001\,475\,230 \ ;$$

dal secondo termine troviamo doversi aggiungere a un tal valore la quantità

$$0{,}000\,000\,000\,004 \ ;$$

il terzo termine poi riesce affatto trascurabile. Abbiamo perciò

[47] $$F' = 0{,}000\,001\,475\,234 \ ,$$

donde si ottiene

[48] $$\Delta R' = F'R' = 0{,}000\,001\,475\,234 \,.\, 6{,}310\,384 = 9{,}309\,293 \,.$$

Col quale aumento il raggio interno viene ad esser dato da

[49] $$R' + \Delta R' = 6\,310\,393\,309\,293$$

La periferia interna si aumenta con ciò di metri lineari

[50] $$58^{m},492\,02 \,.$$

E l'interna capacità, della quantità

$$\frac{4}{3}\pi \left\{ (R' + \Delta R')^3 - R'^3 \right\} ,$$

ossia di metri cubici

[51] $$4\,658\,421\,481\,000\,000 ,$$

ossia di chilometri cubici

$$4\,658\,421 \,.$$

Confrontando le $\Delta R$ , $\Delta R'$ , noi troviamo che la seconda è maggiore, e che perciò la pressione interna suppostasi impiccolisce la grossezza dell'inviluppo. E l'impiccolimento, indicato da

$$\Delta R' - \Delta R ,$$

è di metri $0^{m},08881$ , ossia di circa millimetri $88\ ^1/_2$. E così l'inviluppo, dalla grossezza di metri 60 000 , passa a quella di metri

$$59999{\cdot}91149 \,.$$

Paragoniamo ora il volume che aveva l'inviluppo avanti l'azione della pressione interna con quello dopo una tale pressione. Il primo di essi volumi è dato da

$$\frac{4}{3}\pi \left\{ R^3 - (R-h)^3 \right\} = 30\,310\,665\,535\,000\,000\,000 \quad \text{metri cubici, ossia}$$
$$= 30\,310\,665\,535 \quad \text{chilometri cubici.}$$

Aggiungiamo a questa quantità metri cubici 4 702 293 216 000 000 per l'aumento dello spazio abbracciato dalla superficie esterna, e togliamo, per l'aumento del vano interno, metri cubici 4 658 421 481 000 000, ossia aggiungiamo la quantità di metri cubici

[52] $$43\,871\,735\,000\,000 \,.$$

E sarà il volume dell'inviluppo dopo l'azione della pressione interna, di metri cubici

$$30\,310\,709\,407\,000\,000\,000 ,$$

ossia di chilometri cubici

$$30\,310\,709\,407 ,$$

che è maggiore del volume primitivo in ragione di

$$1 : 1 + \frac{1}{690\,893} \,.$$

Il quale accrescimento di volume importa una corrispondente diminuzione di densità, cioè una diminuzione in ragione di

$$1 : 1 - \frac{1}{690\,894} .$$

6. Questa diminuzione di densità, se avvenisse uniformemente in tutti i punti dell'inviluppo, farebbe sì che una colonnetta cilindrica di dato diametro presa nella direzione del raggio attraverso a tutto l'inviluppo stesso, diminuisse di massa nella ragione medesima, cioè di tanto come se questa colonnetta, mantenendo la sua densità, passasse dalla sua lunghezza di metri

$$59\,999{,}91149$$

a quella di metri

$$59\,999{,}91149 - 0{,}08685 ,$$

ossia

[53] $$59\,999{,}82464 .$$

Però, non essendo uniforme questa rarefazione in tutti i punti dell'inviluppo, non abbiamo il diritto di riputare rigorosa una tale determinazione. Per averla sicuramente tale torniamo alcun poco indietro, e richiamando quello che si diceva dopo la formola [8], consideriamo:

1.° Che prendendo nella sfera cava una porzione filiforme situata nel prolungamento del raggio dopo la molecola $m$, e la quale porzione, prima di operare le forze $p$ e $p'$, abbia la lunghezza $\delta\rho$, essa porzione filiforme avrà, sotto l'azione di queste forze, la lunghezza

$$d\rho(\rho + \rho\varphi)' + A d\rho^2 ,$$

cioè avrà sofferto nella direzione del raggio una dilatazione in ragione di

$$d\rho : (\rho + \rho\varphi)' . d\rho + A d\rho^2 ,$$

dilatazione la quale, nel preciso luogo della molecola $m$, sarà in ragione di

$$1 : (\rho + \rho\varphi)' .$$

2.° Che sotto l'azione delle medesime forze $p$, $p'$ si ha nel luogo della stessa $m$. in ciascuna delle due direzioni fra loro ortogonali e perpendicolari al raggio, una dilatazione in ragione di

$$2\pi\rho : 2\pi(\rho + \rho\varphi) ,$$

ossia di

$$1 : (1 + \varphi) .$$

3.° Che perciò nel luogo della $m$ si avrà una dilatazione cubica in ragione di

$$1 : (1 + \varphi)^2 . (\rho + \rho\varphi)' ,$$

ossia una diminuzione di densità in ragione di

$$1 : \frac{1}{(1 + \varphi)^2 . (\rho + \rho\varphi)'} ;$$

e che quindi chiamata $\delta$ la densità in quel punto avanti l'azione delle forze $p$, $p'$, sarà essa densità, sotto questa azione, misurata da

$$\frac{\delta}{(1+\varphi)^2\,(\rho+\rho\varphi)'}\,.$$

Da tutto ciò si deduce che volendo la massa di una colonnetta cilindrica che abbia per sezione trasversale la quantità $\sigma\sigma$ e per altezza quella quantità cui si riduce sotto le $p$, $p'$ la lunghezza $d\rho$ presa nel raggio subito dopo la $m$, sarà questa massa espressa dalla quantità

$$\frac{\sigma\sigma\delta}{(1+\varphi)^2\cdot(\rho+\rho\varphi)'}\times\left\{(\rho+\rho\varphi)'d\rho+A\,d\rho^2\right\},$$

ossia da

$$\frac{\sigma\sigma\delta}{(1+\varphi)^2}\,(d\rho+A'd\rho^2)\,.$$

E la massa, che diremo $M$, dell'intera colonnetta cilindrica della stessa sezione, presa dalla interna superficie della sfera cava sino all'esterna, sarà data da

$$M=\sigma\sigma\delta\int_{R-h}^{R}d\rho\,.\,\frac{1}{(1+\varphi)^2}\,,$$

ossia da

$$M=\sigma\sigma\delta\int_{R-h}^{R}d\rho\,.\left\{1-2\varphi+3\varphi^2-4\varphi^3+5\varphi^4-\text{ecc.}\right\},$$

ossia anche da

$$M=\sigma\sigma\delta\int_{R-h}^{R}d\rho\,.\left(2-[1+\varphi]^2+4\varphi^2-4\varphi^3+5\varphi^4-\text{ecc.}\right).$$

Qui, attesa la piccolezza di $\varphi$, possiamo impunemente trascurare la quantità

$$4\varphi^2-4\varphi^3+5\varphi^4-\text{ecc.}$$

Perciocchè il valore di $\varphi$, corrispondente al massimo valore di $\rho$, cioè a $\rho=R$, è $F$, ossia $\frac{\Delta R}{R}$, ossia

$$\frac{9,220\,787}{6\,370\,384}\,,$$

e quello corrispondente al minimo valore $R'$ che ha la $\rho$ nell'inviluppo che consideriamo, è $F'$, ossia $\frac{\Delta R'}{R'}$, ossia

$$\frac{9,309\,293}{6\,310\,384}\,,$$

i quali sono entrambi minori di $0,000\,0018$. Gli altri valori di $\varphi$, corrispondenti ai valori di $\rho$ compresi fra $R$ e $R'$, sono intermedii fra questi due. Infatti, avendosi dalla [22]

$$\varphi=\sqrt{B\rho^{-3}+C}-1\,,$$

al continuo crescere della $\rho$, se $B$ è positiva, la $\varphi$ decresce continuamente, e se $B$ è negativa, essa $\varphi$ continuamente cresce; e sì nell'un caso che nell'altro ai valori $\rho = R$, $\rho = R'$ corrispondono i valori massimo e minimo di $\varphi$; in guisa che a ogni altro valore di $\varphi$, compreso fra $R$ ed $R'$, corrisponde un valore di $\varphi$ intermedio fra $F$ ed $F''$. Noi avremo adunque sempre

$$\varphi\varphi < \left(\frac{1\frac{1}{2}}{1\,000\,000}\right)^2, \quad \text{ossia} \quad \varphi\varphi < \frac{2\frac{1}{4}}{1000\,000\,000\,000},$$

e

$$4\varphi\varphi < \frac{9}{1000\,000\,000\,000}.$$

E siccome nella serie

$$4\varphi\varphi - 4\varphi^3 + 5\varphi^4 - \text{ecc.},$$

il secondo termine e gli ulteriori danno una somma negativa, minore del primo termine, così avremo anche

$$4\varphi\varphi - 4\varphi^3 + 5\varphi^4 - \text{ecc.} < \frac{9}{1000\,000\,000\,000},$$

quantità estremamente piccola, e la cui trascuranza, in confronto di $2 - (1+\varphi)^2$, corrisponde a una diminuzione minore di $\frac{1}{100\,000\,000\,000}$ della quantità che cerchiamo, ossia minore di un milionesimo di metro in 60000 metri.

Trascurando adunque senza scrupolo quella somma di termini, e procedendo innanzi nel calcolo, avremo, richiamando la [22],

$$\begin{aligned} M &= \sigma\sigma\delta \int_{R-h}^{R} d\rho \,.\, (2 - (1+\varphi)^2) \\ &= \sigma\sigma\delta \int_{R-h}^{R} d\rho \,.\, (2 - C - B\rho^{-3}) \\ &= \sigma\sigma\delta \left\{ (2-C)\rho + \frac{1}{2} B\rho^{-2} \right\}_{R-h}^{R} \\ &= \sigma\sigma\delta \left\{ (2-C)h + \frac{1}{2} B \left[ R^{-2} - (R-h)^{-2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

E avendosi, per la [22] già detta

$$\begin{aligned} (1+F)^2 &= C + BR^{-3} \\ (1+F')^2 &= C + B(R-h)^{-3}, \end{aligned}$$

da cui

$$B = \frac{(1+F)^2 - (1+F')^2}{R^{-3} - (R-h)^{-3}} = \frac{\{(1+F)^2 - (1+F')^2\}\, R^3 (R-h)^3}{(R-h)^3 - R^3},$$

$$C = \frac{(1+F)^2 . R^3 - (1+F')^2 . (R-h)^3}{R^3 - (R-h)^3},$$

sarà anche, dopo qualche riduzione,

$$M = \frac{\sigma\sigma\partial h}{2}\left\{4 - \frac{(1+F)^2\,Rh(3R-h)}{R^3-(R-h)^3} - \frac{(1+F')^2\,h(R-h)\,(3R-2h)}{R^3-(R-h)^3}\right\},$$

ossia

$$M = \frac{\sigma\sigma\partial h}{2}\left(4 - \left[\frac{(1+F)^2\,R(3R-h)+(1+F')^2\,(R-h)\,(3R-2h)}{3R^2-3Rh+h^2}\right]\right);$$

che si riduce a

$$M = \frac{\sigma\sigma\partial h}{2}\left\{\frac{(1-2F-FF)\,R(3R-h)+(1-2F'-F'F')\,(R-h)\,(3R-2h)}{3R^2-3Rh+h^2}\right\}.$$

Ridotto il valore della $M$ a questa forma, noi veggiamo potervisi impunemente levare tanto $FF$, quanto $F'F'$; giacchè con questo i due termini, ambi positivi, de' quali si compone il secondo fattore del secondo membro, non vengono a crescere nemmeno di 2 $^1/_4$ bilionesimi del loro separato valore: e così anche tutto il secondo termine non arriva con ciò ad aumentare di 2 $^1/_4$ bilionesimi del proprio valore totale. Possiamo adunque porre

$$M = \frac{\sigma\sigma\partial h}{2}\left\{\frac{(1-2F)\,R(3R-h)+(1-2F')\,(R-h)\,(3R-2h)}{3R^2-3Rh+h^2}\right\};$$

da cui finalmente si ottiene, ponendo $FR = \Delta R$, $F'R' = \Delta R'$,

$$M = \sigma\sigma\partial h\left\{1 - \frac{h}{R^3-(R-h)^3}\left[\Delta R\,.\,(3R-h) + \Delta R'\,(3R-2h)\right]\right\}.$$

E introducendo i numeri, cioè dando alle quantità $R$, $h$, $\Delta R$, $\Delta R'$ i valori ad esse superiormente assegnati, si ha

$$[54] \qquad M = \sigma\sigma\partial\,(h - 0.\,17535) = \sigma\sigma\partial\,(59\,999.\,82465)\,.$$

quasi precisamente come avevamo trovato nel supposto che la densità fosse diminuita in modo uniforme.

7. Tutte queste determinazioni numeriche valgono pel caso che si tratti di un inviluppo solido d'una materia compressibile come il vetro, delle dimensioni ammesse per la crosta terrestre, internamente vôto, non soggetto alla gravitazione, e che sia premuto internamente da una forza uguale al peso di uno strato liquido animato dall'ordinaria gravità, alto un decimetro e denso 2 $^1/_2$ volte l'acqua. Se si trattasse di un inviluppo nel quale, stando invariate le altre già dette circostanze, fosse minore il coefficiente $\alpha$ di compressibilità, la medesima interna pressione $P'$ farebbe per esso inviluppo crescere proporzionatamente meno tanto i raggi esterno e interno quanto il volume compreso fra le due superficie, e diminuire proporzionatamente meno la densità e la massa d'una colonnetta cilindrica presa attraverso alla grossezza di esso inviluppo. Perciocchè, tralasciando nelle equazioni [53] e [59] le quantità di second'ordine e d'ordine più alto rispetto a $P'\alpha$, le quali abbiam veduto esser piccolissime e trascurabili, e tenendo conto di quelle sole di primo ordine che sono

di gran lunga le principali, tanto più che qui intendiamo soltanto di considerare de' rapporti e non dei valori assoluti, noi abbiamo prossimamente

$$[55] \qquad F = \frac{P'\alpha \,.\, R'^3}{R^3 - R'^3} \,,$$

$$[56] \qquad F' = \frac{1}{3}\frac{P'\alpha\,(2R^3 + R'^3)}{R^3 - R'^3} \,,$$

$$[57] \qquad \Delta R = FR = \frac{P'\alpha\, RR'^3}{R^3 - R'^3} \,,$$

$$[58] \qquad \Delta R' = F'R' = \frac{1}{3}\frac{P'\alpha R'(2R^3 + R'^3)}{R^3 - R'^3} \,.$$

L'aumento $\Delta V$ dello spazio $V$ contenuto entro la superficie esterna viene dato da

$$[59] \qquad \Delta V = \frac{4}{3}\pi\left\{(R + \Delta R)^3 - R^3\right\} = 4\pi \,.\, R^2\Delta R + k\alpha^2 \,,$$

intendendosi indicata per $k\alpha^2$ una quantità di 2.° e di più elevato ordine per rispetto ad $\alpha$. L'aumento $\Delta V'$ del vano interno $V'$ viene dato da

$$[60] \qquad \Delta V' = \frac{4}{3}\pi\left\{(R' + \Delta R')^3 - R'^3\right\} = 4\pi R'R'\Delta R' + k'\alpha^2 \,,$$

intendendosi per $k'\alpha^2$ una quantità analoga alla $k\alpha^2$, come sarà altresì per riguardo a $k''\alpha^2$, ecc. L'aumento poi $\Delta I$ del volume $I$ dell'inviluppo, cioè dello spazio compreso fra le due superficie esterna ed interna, è dato da

$$[61] \qquad \begin{aligned} \Delta I &= \Delta V - \Delta V' = 4\pi R^2\,\Delta R - 4\pi R'R'\,\Delta R' + k''\alpha^2 \\ &= 4\pi\left\{\frac{\alpha P'R^3R'^3}{R^3 - R'^3} - \frac{\alpha P'R'R'R'(2R^3 + R'^3)}{3\,(R^3 - R'^3)}\right\} + k'''\alpha^2 \\ &= \frac{4\pi}{3} \,.\, P'\alpha\, R'^3 + k'''\alpha^2 \,. \end{aligned}$$

E paragonando il volume primitivo $I$, ossia $\frac{4}{3}\pi(R^3 - R'^3)$ di esso inviluppo col volume consecutivo $I + \Delta I$, acquistato dall'inviluppo stesso per l'azione della forza $P'$, noi abbiamo una diminuzione di densità in ragione di

$$\frac{1}{I} : \frac{1}{I + \Delta I} \,,$$

ossia di

$$1 : 1 - \frac{\Delta I}{I + \Delta I} \,,$$

ossia di

$$1 : 1 - \frac{\Delta I}{I} + k^{iv}\alpha^2 ,$$

ossia finalmente di

$$[62] \qquad 1 : 1 - P'\alpha \cdot \frac{R'^3}{R^3 - R'^3} + k^{v}\alpha^2 .$$

E in quest'ultima ragione viene altresì diminuita la massa della colonnetta cilindrica presa attraverso alla grossezza dell'inviluppo. Dalle quali espressioni è evidente che tutte queste quantità $\Delta R$, $\Delta R'$, $\Delta V'$ ecc. variano prossimamente di grandezza in ragione diretta semplice di $\alpha$. A cagione d'esempio, se la $\alpha$ si riducesse alla metà del valore che ha pel vetro, cioè fosse

$$\alpha = \frac{1}{11\,995{,}8} ,$$

qual è presso a poco pel rame (1), si avrebbe

$$\Delta R = 4{,}61039 \qquad \text{metri lineari},$$

$$\Delta R' = 4.65465 \qquad \text{idem},$$

$$\Delta I = 21\,935\,867\,500\,000 \qquad \text{metri cubici},$$

come si ottiene dividendo per metà le quantità [43], [48] e [52]. Tutto all'opposto di ciò, se crescesse la $\alpha$, crescerebbero le suddette quantità in ragione diretta semplice di essa $\alpha$.

Risulta altresì chiaramente dalle esposte espressioni, che se variasse la interna pressione $P'$, i suddetti cangiamenti del raggio esterno, del raggio interno, ecc., si farebbero maggiori al di lei crescere e minori al di lei diminuire, variando proporzionalmente ad essa.

Se poi variassero simultaneamente tanto la $\alpha$ quanto la $P'$, se cioè si avessero due differenti casi, dall'uno all'altro dei quali le quantità $R$, $R'$ non fossero diverse, ma sì le due $\alpha$ e $P'$, in essi casi i cangiamenti de' raggi e de' volumi, prodotti dall'interna pressione $P'$ ed espressi da $\Delta R$, $\Delta R'$, $\Delta V$, $\Delta V'$, $\Delta I$, avrebbero grandezze prossimamente proporzionali a $P'\alpha$. Che se nel passare dall'un caso all'altro, il mutare della $P'$ fosse inverso di quello della $\alpha$, per guisa tale che il prodotto $P'\alpha$ fosse in ambi i casi lo stesso, in allora le quantità suddette $\Delta R$, $\Delta R'$ ec., sarebbero nei due casi dello stesso valore, nè già per approssimazione, ma esattamente. Infatti se nelle equazioni [51] e [58] noi facciamo $P = 0$, e supponiamo invariate $R$, $R'$, $P'\alpha$, riescono invariate anche $F$ e $F'$, e quindi altresì $\Delta R$, $\Delta R'$, come pure $\Delta V$, $\Delta V'$, $\Delta I$.

E se la forza operante sulla superficie interna si rovesciasse di direzione, cioè si convertisse in una forza traente all'indentro, rimanendo però ancora la superficie esterna libera da ogni azione e non mutandosi il valore di $\alpha$, tutti i suddetti cangiamenti si rovescerebbero essi pure. Verrebbero cioè ad accorciarsi il raggio esterno e il raggio interno, diminuirebbe il volume dell'inviluppo, e se ne aumenterebbe conseguentemente la media densità. E questi elementi tutti, per pari opposte grandezze di $P'$, prenderebbero grandezze opposte uguali.

(1) Wertheim negli *Ann. Ch. Ph.*, nov. 1844, pag. 420.

8. In luogo di una forza premente all'infuori o traente all'indentro, ma sempre operante sulla superficie interna dell'inviluppo, poniamo ora che ne operi una sulla superficie esterna, sia premendola all'indentro, sia traendola all'infuori, e che rimanga intanto libera da ogni forza la superficie interna. In questo caso, rappresentando come più sopra con $P$ la detta forza operante sulla superficie esterna, supposta premente quando la $P$ ha valore positivo, avranno luogo per esso inviluppo le equazioni [38] e [39] ove sia fatto $P' = 0$. E perciò, tenendoci alle sole quantità di primo ordine, avremo prossimamente

$$[63] \qquad F = -\frac{1}{3}\cdot\frac{\alpha P(R^3 + 2R'^3)}{R^3 - R'^3}\ ,$$

$$[64] \qquad F' = -\frac{\alpha P R^3}{R^3 - R'^3}\ ,$$

$$[65] \qquad \Delta R = FR = -\frac{\alpha P R(R^3 + 2R'^3)}{3(R^3 - R'^3)}\ ,$$

$$[66] \qquad \Delta R' = F'R' = -\frac{\alpha P R' R^3}{R^3 - R'^3}\ .$$

E quindi sarà

$$[67] \qquad \Delta V = \frac{4}{3}\pi\{(R + \Delta R)^3 - R^3\} = 4\pi R^2 \Delta R + k\alpha^2$$

$$= -\frac{4\pi\cdot\alpha P R^3(R^3 + 2R'^3)}{3(R^3 - R'^3)} + k'\alpha^2\ ,$$

$$[68] \qquad \Delta V' = \frac{4}{3}\pi\left((R' + \Delta R')^3 - R'^3\right) = 4\pi R'^2\cdot\Delta R' + k''\alpha^2$$

$$= -\frac{4\pi\alpha P\cdot R'^3 R^3}{R^3 - R'^3} + k'''\alpha^2\ ,$$

$$[69] \qquad \Delta I = +\frac{4\pi\alpha P\cdot R^3 R'^3}{R^3 - R'^3} - \frac{4\pi\alpha}{3}\frac{PR^3(R^3 + 2R'^3)}{R^3 - R'^3} + k^{IV}\alpha^2$$

$$= -\frac{4\pi\alpha P R^3}{3} + k^{IV}\alpha^2\ ,$$

intendendosi con $k\alpha^2$, $k'\alpha^2$, $k''\alpha^2$, ecc. delle somme di termini di secondo e di più elevato ordine rispetto ad $\alpha$.

Ora le dette quantità sono tutte negative, indicando che se una tale esterna forza è una pressione, essa fa diminuire i raggi esterno ed interno e il volume dell'inviluppo, tutti proporzionalmente al prodotto $P\alpha$, ossia, quando varii soltanto uno dei due fattori $P$ ed $\alpha$, proporzionalmente a quello che varia, e indicando altresì che essa pressione esterna fa aumentare la densità, proporzionalmente anch'essa a queste quantità.

E se la forza operante sulla superficie esterna fosse una trazione all'infuori, non si avrebbe in questo caso che a mutar segno alla $P$; e tutti i cangiamenti testè notati si rovescerebbero, assumendo grandezze uguali e contrarie, quando contraria ed uguale fosse altresì la forza.

Osserverò da ultimo che sarebbe una questione molto più facile a risolversi se, supposta nulla la $P$ sino dapprincipio, fosse data la $F$ e si cercassero i valori di $P'\alpha$ e di $F'$ che a questa $F$ corrispondono; de' quali valori il primo sarebbe immediatamente dato dalla equazione [31], e il secondo dalle [29], [30] e [36]. E lo stesso sarebbe se, supposta nulla la $P'$ e data la $F'$, si volessero trovare $P\alpha$ ed $F$. Sul che però non trovo conveniente di fermarmi.

9. Se noi volessimo conoscere, non già gli ingrandimenti separati de' raggi esterno ed interno dell'inviluppo sferico di cui si tratta, ma bensì di quanto la semisomma di questi due raggi riesca maggiore sotto l'azione delle forze $P$ e $P'$ che non in mancanza di queste, in tale caso, indicato con

$\Delta r$ un siffatto aumento della semisomma de' due raggi, si avrebbe

$$\Delta r = \frac{1}{2}\left\{(R + \Delta R) + (R' + \Delta R')\right\} - \frac{1}{2}(R + R')$$

$$= \frac{1}{2}(\Delta R + \Delta R')$$

$$= \frac{1}{2}(FR + F'R') .$$

E sostituendo in luogo di $F$ e $F'$ i loro valori dati dalle equazioni [38] e [39], e trascurando le quantità d'ordine superiore al primo rispetto alla $\alpha$, e facendo alcune ovvie riduzioni, sarebbe

$$[70]\quad \Delta r = \frac{\alpha}{6(R^3 - R'^3)}\left\{(R'^3 + 2R^3 + 3R'^2R)P'R' - (R^3 + 2R'^3 + 3R^2R')PR\right\}$$

Dalla quale espressione è evidente che la detta semisomma si aumenta ogni volta che $P' = 0$, e $P'$ è positiva, e che invece ella diminuisce quando $P' = 0$, e $P$ è positiva. Dando a $R$ e ad $R'$ i valori ammessi superiormente, risulta

$$[71]\quad \Delta r = \alpha\,(P' . 222\,282\,000 - P . 224\,396\,000),$$

e prendendo per $\alpha$ il già ammesso coefficiente di elasticità del vetro, si ha

$$[72]\quad \Delta r = P' . 37060 - P . 37412.$$

E ponendo $P = 0$, e ammettendo che $P'$ sia uguale al numero de' chilogrammi dei quali è premuta l'area d'un millimetro quadrato pel peso di uno strato liquido denso 2,5 e alto un decimetro, come si suppone al § 5, noi abbiamo

$$[73] \qquad \Delta r = 37060 \cdot \frac{2.5}{10000} = 9,2650 \ ,$$

che è appunto la media degli aumenti $\Delta R$ e $\Delta R'$, dati dalle equazioni [43] e [48]; a cui corrisponde un aumento di metri

$$[74] \qquad 58,2140$$

per la circonferenza media, per quella cioè che è equidistante dalle superficie esterna e interna, aumento che è medio aritmetico fra quelli delle circonferenze di queste due superficie, dati dalle equazioni [45] e [50].

10. Un ultimo elemento di cui può interessare la cognizione, è la media trazione ovvero pressione che il nostro inviluppo sferico soffre trasversalmente per l'azione delle forze suddette $P$ e $P'$; trazione cioè quando esse forze insieme combinate spingono l'inviluppo all'infuori, pressione invece quando esse lo spingono all'indentro. Cerchiamo di determinarne il valore, il quale indicheremo con

$$\Pi \ ,$$

ritenendo espressa anche questa quantità dal numero de' chilogrammi operanti su ciascun millimetro quadrato, e intendendo ch'ella sia positiva quando la forza da essa rappresentata sia una pressione, e che sia negativa nel caso contrario. E immaginiamo, come si è fatto più volte, diviso l'inviluppo sferico in due parti uguali per mezzo di un piano passante pel centro, e consideriamo le forze che operano su di uno dei mezzi inviluppi che ne risultano. Noi veggiamo subito che esso mezzo inviluppo si trova premuto in tutti i punti della superficie esterna con la forza $P$, il cui effetto totale operante perpendicolarmente al piano che divide i due mezzi inviluppi, e tendente verso il centro dell'inviluppo intero, è misurato da

$$1000\,000\, P . \pi R^2,$$

come si ha, richiamandoci a memoria che $P$ è il numero de' chilogrammi operanti su d'una estensione superficiale di un millimetro quadrato, e tornando a rammentare quanto si disse in occasione dell'espressione [13]. Nella superficie concava il medesimo mezzo inviluppo si trova spinto in direzione contraria dalla forza $P'$, il cui totale effetto è misurato da

$$1000\,000\, P' . \pi R' R'.$$

E in quest'ultima direzione esso mezzo inviluppo è altresì spinto colla forza che opera in tutta la sezione dividente i due mezzi inviluppi, della quale forza il totale effetto è misurato da

$$1000\,000\, \Pi \left\{ \pi R^2 - \pi R'^2 \right\} .$$

Uguagliando la prima di queste tre forze alla somma delle ultime due, atteso l'equilibrio che ha luogo fra tutte e tre, abbiamo per determinare $\Pi$ la equazione

$$P . \pi R^2 = P' . \pi R'^2 + \Pi \{ \pi R^2 - \pi R'^2 \},$$

da cui

$$[75] \qquad \Pi = \frac{P . R^2 - P' R'^2}{R^2 - R'^2},$$

equazione la quale, adottando per $R$ ed $R'$ i numeri superiormente ammessi, dà

$$[76] \qquad \Pi = P . 53,338 - P' . 52,338.$$

E nel caso particolare che l'esterna pressione $P$ sia nulla, e la interna $P'$ eguagli quella dovuta al peso d'uno strato liquido della densità 2,5 e dell'altezza di un decimetro, la $\Pi$ viene ad essere una trazione uguale al peso d'uno strato liquido della stessa densità e dell'altezza di metri

$$[77] \qquad 5,2338.$$

E paragonando fra loro, mediante le equazioni [74] e [77], l'altezza (supposta di 1 decimetro) dello strato liquido che può essere sostenuto dalla $P'$, l'altezza dello strato al cui peso equivale la trazione $\Pi$, e l'allungamento della media circonferenza dell'inviluppo sferico, noi abbiamo queste tre quantità nella ragione de' numeri

$$[78] \qquad 1 : 52,338 : 582,140.$$

I quali tre numeri esprimerebbero il rapporto delle tre quantità medesime anche nel caso che l'altezza dello strato liquido sostenibile dalla $P'$ fosse molto maggiore o molto minore di 1 decimetro. E se la forza $P'$ fosse traente, e quindi la $\Pi$ premente, e la media circonferenza dell'inviluppo sferico soffrisse perciò una diminuzione, i tre numeri medesimi esprimerebbero il rapporto delle altezze degli strati liquidi a' cui pesi esse $P'$ e $\Pi$ equivarrebbero, e della diminuzione suddetta della media circonferenza dell'inviluppo.

11. Procuriamo ora di trarre da tutto questo calcolo qualche maggiore utilità, applicandolo non più a un inviluppo di condizioni affatto ipotetiche, ma alla reale crosta terrestre.

Veramente dal caso finora considerato a quello della crosta della terra vi hanno delle notabili differenze. Oltre all'avere essa, non già sferica, ma bensì ellissoidica la forma generale delle sue superficie esterna ed interna, oltre all'avere in queste superficie e nella connessione delle sue diverse parti delle innumerabili irregolarità, e oltre all'avere formate queste parti di materie assai eterogenee, ha essa crosta due differenze principalissime dal caso ipotetico sin qui contemplato, consistente l'una in una grande compressione vicendevole delle dette sue parti in conseguenza della gravità, e l'altra in una temperatura gradatamente crescente dalla superficie esterna all'interna.

Cominciando dalla pressione, noi sappiamo che le parti interne di una tale crosta si trovano tanto più premute quanto più sono situate profondamente. Ammettendo che la

media densità di essa sia eguale a 2,67 volte quella dell'acqua e che la sua grossezza sia di 60 000 metri, può questa pressione, prescindendo dalle modificazioni portate dalle forze molecolari, arrivare nella superficie interna sino alla enorme grandezza di circa 15 800 atmosfere, maggiore d'assai delle più grandi che coll'arte si sieno potute ottenere. È questa sarebbe la forza con cui la crosta in grazia del suo peso premerebbe il liquido internamente contenuto, nel mentre che con altrettanta forza un tale liquido premerebbe la crosta in direzione contraria. Ora per sottomettere a calcolo lo stato di una siffatta crosta, animata dalla gravità, premuta di sotto in su con la detta enorme forza dal liquido interno, e aggravata anche al di sopra da qualche altra pressione che si voglia considerare, ci si presentano due maniere. L'una sarebbe di ammettere, che in virtù di siffatte forze, in concorso colla elasticità, si produca nelle molecole della crosta quella stessa disposizione forzata che vi si avrebbe ne' supposti seguenti, cioè: 1.° che una tale crosta, già dotata in tutti i suoi punti della temperatura attuale, fosse stata per qualche tempo esente dalla gravità e da qualsivoglia forza operante alle sue superficie esterna ed interna; 2.° che allora la sua materia si fosse trovata in tutti i suoi punti nel perfetto stato naturale, cioè costituita in modo da non soffrire nè pressione, nè stiramento in nessun punto e in nessuna direzione, ossia anche in modo che rompendola in più pezzi staccati l'uno dall'altro, questi non avessero dovuto mutare nè grandezza, nè figura; 3.° che questa materia possedesse una perfetta elasticità, cioè fosse tale che dopo sofferta qualsivoglia temporanea azione alteratrice, al cessare di questa, riprendesse esattamente lo stato primitivo; 4.° che essendo così le cose, fosse sopraggiunta nelle molecole di essa crosta e alle sue superficie la gravità e quelle altre forze che si vogliono su essa operanti.

Precisata in questo modo la questione, non sarebbe difficile lo assoggettarla al calcolo e il trovarne la relativa equazione differenziale, al qual uopo basterebbe che sul mezzo inviluppo parziale che al § 2. considerammo sottoposto alle forze [13], [14] e [17], ammettessimo operante anche l'azione della gravità, come ivi a suo luogo si è già indicato (1).

---

(1) Poniamo, per limitare la questione, che la materia della crosta sia affatto omogenea e di uniforme temperatura, colle due superficie perfettamente sferiche e senza moto rotatorio, e chiamiamo

$\delta$ la densità di essa crosta quando le sue parti fossero affatto libere si da ogni pressione fra sè stesse, che da qualsivoglia stiramento, vale a dire quando si trovassero nel perfetto stato naturale,

$\frac{g}{G}$ il rapporto della gravità $g$ nel luogo ove si troverebbe la molecola $m$ allorquando tutte le parti della crosta avessero le posizioni corrispondenti allo stato naturale, colla gravità $G$ alle latitudini medie al livello del mare. E quindi sia

$\frac{g}{G}\frac{\rho^2}{(\rho+\rho\gamma)^2}$ o più semplicemente $\frac{g}{G}\frac{1}{(1+\gamma)^2}$ il rapporto medesimo quando la crosta è sottoposta a tutte le forze che in essa si suppongono.

La massa del mezzo inviluppo che noi consideriamo sarà

$$\delta \,.\, 2\pi\rho^2 \,.\, d\rho + H d\rho \,.\, d\rho \;,$$

essendo $H d\rho$ una quantità che svanisce con $d\rho$. E la massa di uno strato piano della stessa densità e grossezza, e la cui base sia la base del mezzo inviluppo, sarà

$$\delta \,.\, \pi\rho^2 \,.\, d\rho + H' d\rho \,.\, d\rho \;,$$

essendo $H' d\rho$ una quantità analoga ad $H d\rho$. E la forza totale con cui il mezzo inviluppo sarà sol-

Bensì potrebbe incontrarsi qualche difficoltà nel condurre il calcolo a termine. Io però stimo affatto inutile lo affrontare siffatta difficoltà, non parendomi che questa maniera di considerare la questione sia la più giusta. Infatti, sebbene sia difficile senza calcolo il vedere in queste cose ben chiaro, mi sembra nulladimeno che l'inviluppo sferico di cui si tratta, venendo posto nelle condizioni testè accennate, dovrebbe prendere una disposizione di molecole ben lontana dallo stato naturale definito nel secondo supposto, attesi i molti movimenti verticali operantisi in conseguenza di quelle enormi forze, alcuni più grandi e alcuni più piccoli, secondo le distanze delle molecole dal centro terrestre; nella quale disposizione effettivamente acquistata parmi che la distanza e la pressione fra due molecole prossime poste in linea verticale, dovrebbero in generale, per un medesimo punto della crosta, essere ben diverse dalla distanza e dalla pressione fra le molecole prossime situate orizzontalmente o trasversalmente l'una rispetto all'altra; talchè a mio parere la detta disposizione effettiva dovrebbe differire d'assai da quella che si avrebbe, poste pari la densità, la compressibilità, la temperatura e la dilatabilità pel calorico, quando la materia della crosta fosse allo stato liquido; nel quale

---

lecitato dalla gravità perpendicolarmente alla sua base, sarà di chilogrammi

$$1000 \cdot \frac{g \cdot \delta \cdot \pi \rho^2 \cdot d\rho}{G(1+\gamma)^2} + H'' d\rho \cdot d\rho ,$$

essendo $H'' d\rho$ (e così dicasi di altre di simil forma) un'altra quantità analoga a $H d\rho$.

Richiamando le forze indicate dalle espressioni [13], [14] e [17], rammentando che le pressioni $p$ e $q$ sono espresse dai numeri dei chilogrammi operanti su ciascun millimetro quadrato, e che volendole espresse in chilogrammi operanti su di uno intero metro quadrato, sarebbero un milione di volte maggiori, e sottraendo tanto l'effetto della gravità or ora calcolato quanto la forza [13] dalla somma delle forze [14] e [17], e uguagliando infine il residuo a zero, avremo

$$1000000 \left[ \pi \left\{ p(\rho + \rho\gamma)^2 \right\} - \pi \left\{ p(\rho + \rho\gamma)^2 \right\}_{\rho + d\rho} + \pi q \left\{ (\rho + \rho\gamma) \right\}' d\rho + D \cdot d\rho^2 \right]$$
$$- \frac{1000\, g\delta\pi\rho^2\delta\rho}{G(1+\gamma)^2} + H'' \delta\rho^2 = 0 ,$$

da cui

$$- \pi \left\{ p(\rho + \rho\gamma)^2 \right\}' \cdot d\rho + \pi q \left\{ (\rho + \rho\gamma)^2 \right\}' \cdot d\rho - \frac{\pi q \delta \rho^2 \cdot d\rho}{1000\, G(1+\gamma)^2} + H'' d\rho^2 = 0 ;$$

e dividendo per $\pi d\rho$, ed uguagliando separatamente a zero le quantità indipendenti da $d\rho$, avremo

$$- \left\{ p(\rho + \rho\gamma)^2 \right\}' + q \left\{ (\rho + \rho\gamma)^2 \right\}' - \frac{g\delta\rho^2}{1000\, G(1+\gamma)^2} = 0 ;$$

donde si avrà, da sostituire all'equazione [18],

$$[18'] \qquad - \left(\frac{dp}{d\rho}\right) + 2(q-p)\frac{(\rho+\rho\gamma)'}{\rho+\rho\gamma} - \frac{g\delta}{1000\, G(1+\gamma)^2} = 0 .$$

La quale equazione insieme colle due

$$[9] \qquad (\rho\gamma)' = \left( -p + \frac{2}{3} q \right) \varkappa ,$$

$$[10] \qquad \gamma = \left( \frac{1}{3} p - \frac{2}{3} q \right) \varkappa ,$$

serve a risolvere la questione.

Sostituendo nella [18'] i valori di $p$, $q$, $\left(\frac{dp}{d\rho}\right)$ dati dalle [9] e [10], si ha, dopo qualche facile

caso la pressione sarebbe in qualsivoglia punto la medesima per tutti i versi, e altresì uguale per tutti i versi la distanza fra le molecole prossime. E in vece io credo che nello stato reale delle cose, le molecole della crosta terrestre sieno assai vicine a una siffatta disposizione propria dello stato liquido. Perciocchè io osservo che quelle parti di essa crosta le quali sono a grandi profondità si trovarono sempre sotto pressioni fortissime sino da quando passarono primitivamente allo stato solido, e dopo solidificate rimasero caldissime e molli per un lunghissimo tratto di tempo; che quelle de' luoghi più profondi si trovano in questo stato di calore e di mollezza anche al presente; e che quelle stesse che sono al di sopra e più fredde delle altre, colle molte commozioni a cui furono soggette e colle

---

riduzione,

$$\{(1+\varphi)+(\rho+\rho\varphi)'\}'+\frac{(1+\varphi)'}{(1+\varphi)}(\rho+\rho\varphi)'-\frac{\delta\alpha g}{1500\,.\,G(1+\varphi)^2}=0\ ,$$

nella quale, prima di procedere innanzi converrà porre il valore di $g$ espresso per mezzo della $\rho$. Osservo a quest'uopo che, prescindendo noi dal moto rotatorio della terra, la $g$ è la somma di due attrazioni, delle quali la prima è quella del nucleo liquido collocato al di dentro della superficie interna della crosta, il quale quando la molecola $m$ è ancora alla distanza primitiva $\rho$ dal centro del globo, esercita su essa molecola un'attrazione espressa da

$$\frac{L}{\rho^2}\ ,$$

essendo $L$ un coefficiente costante. L'altra parte della $g$ consiste nell'attrazione dell'inviluppo sferico di cui essa molecola $m$ fa parte, inviluppo che si può considerare come una sfera di raggio $R$ dalla quale se ne sia levata internamente un'altra concentrica di raggio $R'$; il quale inviluppo perciò, supposto da noi di densità uniforme, esercita verso la della molecola $m$ un'attrazione espressa da una quantità della forma

$$M\rho-\frac{N}{\rho^2}\ ,$$

dove $M$ ed $N$ sono due coefficienti costanti, e dove il primo termine è dovuto alla sfera di raggio $R$, e il secondo a quella di raggio $R'$ (Veggasi per maggiore intelligenza il § 2 della Nota 1). Si potrà perciò mettere

$$g=\frac{(L-N)}{\rho^2}+M\rho\ ,$$

ossia, ponendo $L-N=Q$.

$$g=\frac{Q}{\rho^2}+M\rho\ .$$

Sostituendo il qual valore di $g$ nell'ultima equazione differenziale, si ha, in luogo della [21], la seguente

$$\{(1+\varphi)+(\rho+\rho\varphi)'\}'+\frac{(1+\varphi)'}{1+\varphi}(\rho+\rho\varphi)'-\frac{\delta\alpha}{1500\,G}\,\frac{M\rho^3+Q}{\rho^2(1+\varphi)^2}=0\ ,$$

ossia, fatto

$$\frac{M\delta\alpha}{1500\,G}=m\ ,\quad \frac{Q\delta\alpha}{1500\,G}=n\ ,$$

quest'altra

$$[21']\qquad \{(1+\varphi)+(\rho+\rho\varphi)'\}'+\frac{(1+\varphi)'(\rho+\rho\varphi)'}{1+\varphi}-\frac{m\rho^3+n}{\rho^2(1+\varphi)^2}=0\ ,$$

della quale io lascerò ad altri di procurare l'integrazione.

molte loro variazioni di posizione e di temperatura, hanno dato gran comodo alle loro molecole di accomodarsi le une accanto alle altre. Venne, a dir vero, anche contrariato un tale accomodamento, perocchè parecchie volte, mentre la crosta terrestre per molta parte della sua attuale grossezza era già affatto solida, avvennero in diversi luoghi di essa delle deposizioni di nuove materie, dove di sedimento e dove eruttive, dalle quali ella venne compressa più che non fosse dapprima; in altri luoghi in vece ella si sgravò di pesi che prima sosteneva; qui si abbassarono terreni, là si sollevarono montagne, ecc. Ma di questi accidenti, quei che furono violenti e rapidi, furono anche rari, e gli effetti loro vennero di poi a poco a poco cancellati dalle cause tendenti all'assestamento delle molecole; e di quei che furono lenti l'effetto veniva contemporaneamente e del continuo indebolito e pressochè annullato da queste stesse ultime cause. Io crederei perciò che nella crosta non si sia potuto mai avere durevolmente nè una disposizione di molecole nè una pressione che notabilmente si allontanassero da quelle corrispondenti alla liquidità. Ecco perciò quale altra maniera, secondo me più vicina al vero, crederei potersi adottare per sottomettere a calcolo l'attuale stato della crosta.

Consisterebbe questa maniera nello ammettere che quando al liquido interno si desse un tale volume da poter esso premere siffattamente l'interna superficie della crosta, che fosse il peso di essa compiutamente sostenuto, nè ella avesse minimamente a reggersi da sè, e nemmeno a premere il detto liquido diversamente da quanto portasse il di lei peso, in tale supposto le molecole della crosta medesima dovessero in qualsivoglia punto trovarsi ugualmente ravvicinate secondo tutte le direzioni, come se appunto appartenessero ad una materia liquida; talchè supponendone separato in qualunque luogo un pezzo cubico, questo, liberato da ogni esterna pressione, dovesse rigonfiarsi uniformemente in tutti i versi e rimanere ancora cubico. E che lo stato attuale di essa crosta, nel quale questa o si regge da sè per una sua piccola parte, oppure stringe il nucleo liquido alcun poco più che non porti il di lei peso, sia quello stesso che si avrebbe, quando dopo essere ella stata alcun tempo con uniforme disposizione e in un perfetto equilibrio col nucleo liquido, e avendo ella una elasticità perfetta, si fosse alcun poco alterato il volume di un tale nucleo, in guisa da premere alcun poco meno, ovvero alcun poco più la di lei superficie interna.

In questo secondo, per me assai più probabile, supposto la questione ci presenterebbe una molto minore difficoltà. Perciocchè anche le parti di crosta fortemente costipate, sinchè fossero in equilibrio col sottoposto liquido, non avrebbero altra differenza dall'essere allo stato naturale, che quella di avere una maggiore densità. Del resto non solo sarebbe uniforme per tutti i versi la disposizione delle loro molecole, ma anche la pressione, quantunque dipendente dal peso che opera verticalmente. E siccome questa pressione verrebbe pienamente bilanciata dalla vicendevole repulsione delle molecole forzatamente ravvicinate, così nei calcoli si potrebbe affatto prescindere tanto da una siffatta pressione, quanto dalla gravità che ne è la causa. E le mutazioni prodotte nello stato delle molecole, sì in riguardo alle posizioni loro che alle loro pressioni, pel sopravvenire di qualche cangiamento di pressione alle due superficie della crosta, si potrebbero riguardare come unicamente cagionate da sopravvenienza di forze prementi o traenti, le quali operassero su queste superficie, e producessero cotali mutazioni in concorso colla elasticità, nella misura permessa dal coefficiente di quest'ultima.

Ma un tale coefficiente in un siffatto stato di compressione e di ravvicinamento delle molecole non sarebbe certamente lo stesso come quando esse molecole fossero allo stato natu-

rale. E io terrei con Laplace che esso sarebbe tanto più grande, ossia che la compressibilità sarebbe tanto più piccola, quanto maggiore fosse il condensamento (1). E in queste differenze nella densità e nella compressibilità stanno, secondo me, tutti gli effetti che si possono ragionevolmente attribuire alla fortissima compressione in cui si trovano le parti più profonde della crosta terrestre.

12. L'altra importante circostanza, per cui il reale stato della terrestre crosta si allontana da quello dell'inviluppo ipotetico già da noi considerato, è il progressivo aumento della di lei temperatura andando dall'esterno all'interno. Il quale aumento fa due effetti, ambi contrarii a quanto fa la compressione. In primo luogo diminuisce nelle parti più profonde la densità, ossia non permette ch'ella s'aumenti come la compressione esigerebbe; e in secondo luogo fa ivi probabilmente aumentare la compressibilità. Fermandomi dapprima un momento sulla densità, osserverò che verso le parti più esterne della crosta dove ad ogni 32 metri di discesa si ha circa un grado centigrado di maggior calore, noi abbiamo per questo aumento di calore, supposto che ivi la materia terrestre sia dilatabile come il vetro, circa $\frac{1}{33\,000}$ di accrescimento nel volume. Il restringimento in vece per la compressione prodotta dal peso, ammessa una compressibilità pari a quella del vetro medesimo, cioè di circa $\frac{1}{380\,000}$ del volume per ogni atmosfera di pressione (2), e supposta la media densità della crosta terrestre uguale a 2 $^2/_3$ volte quella dell'acqua, e perciò ammesso un aumento di pressione di circa 8 atmosfere per la detta discesa di 32 metri, il restringimento, dico, proveniente dal peso non riuscirebbe per una tale discesa che di circa $\frac{1}{72\,000}$ di esso volume, e quindi minore assai della dilatazione dovuta al calore. Talchè in questi supposti, computando insieme gli effetti del calore e della pressione, dovrebbe la densità delle parti solide più esterne della crosta della terra, diminuire successivamente al crescere della profondità. Questo però non l'intenderei detto di tutte queste parti esterne; poichè in alcune di esse (del pari che in molte di quelle più interne) potrebbe invece la densità aumentare colla profondità, potendo in alcuni luoghi l'incremento della temperatura essere

---

(1) *Exposition du Système du Monde.* Paris, 1824, p. 237. — Pe' liquidi la diminuzione della compressibilità al crescere delle pressioni parrebbe comprovata anche dalle sperienze, cioè da alcune di Perkins fatte con pressioni fortissime, e da altre di Colladon e Sturm, fatte a minori pressioni ma forse con accuratezza maggiore (Avogadro, *Fisica de' corpi ponderabili*, Torino, 1837 e seg., tom. II, p. 370 e 385), sulle cui conclusioni per altro il sig. Grassi moverebbe de' dubbii (*Bibl. Univ.* Avril 1831, p. 301). È da ammettere che una tale diminuzione di compressibilità abbia luogo anche ne' solidi, se non si vuol venire all'inverisimile conclusione, che a pressioni abbastanza forti cedano più i corpi solidi che i liquidi.

(2) Per una non grande pressione esercitata su due opposte facce di un cubo, il restringimento in volume, secondo Wertheim (*Ann. Ch. Ph.*, Mai, 1848, p. 76), è un terzo del restringimento lineare. E siccome un'atmosfera di pressione aggrava ogni millimetro quadrato di chilog. 0,01033, e un prisma di vetro premuto nelle basi colla forza di un chilog. per ogni millimetro quadrato s'accorcia in lunghezza di $\frac{1}{5997,9}$, e perciò premuto in queste basi colla forza di un'atmosfera si accorcia di $\frac{0,01033}{5997,9}$, ossia di $\frac{1}{580\,600}$, o prossimamente di $\frac{1}{580\,000}$; così un cubo di vetro premuto colla forza di un'atmosfera su due facce opposte si restringe in volume di $\frac{1}{1740\,000}$. Operando in vece una siffatta pressione di un'atmosfera su tutte le facce, il ristringimento lineare si fa minore, riducendosi al terzo, e divenendo perciò pel vetro di $\frac{1}{1740\,000}$, e cresce invece quello cubico, portandosi pel vetro a $\frac{1}{580\,000}$

minore di quanto si è indicato (e nelle parti più interne credo che in realtà così avvenga), o potendo essere minore la dilatabilità pel calorico, o potendo infine esser più dense anche per natura chimica le materie collocate più profondamente. Meno poi si potrebbe dirlo del nucleo liquido, ove non si sa se abbia luogo un sensibile progressivo aumento di temperatura, o se sussista solo l'effetto della pressione.

L'altro effetto del calore è, come dissi, una variazione della compressibilità. Veramente per riguardo ai liquidi, se il calore ne aumenti o ne diminuisca la compressibilità, non si può ancora asserir nulla di sicuro, essendovi sperienze in favore dell'una conclusione, e sperienze in favore dell'altra (1). Però i risultamenti, qualunque essi fossero, non si potrebbero applicare con bastevole confidenza al caso della crosta terrestre che non è una materia liquida. Fortunatamente noi abbiamo, applicabili a una tale crosta, diverse sperienze fatte sui solidi dal sig. Wertheim, a temperature notabilmente differenti (2). Il quale trovò che nei metalli, eccettuando in alcuni casi il ferro e l'acciajo, l'elevazione della temperatura fa diminuire il coefficiente di elasticità, ossia crescere quello di compressibilità, per termine medio, secondo ch'io deduco da' risultamenti di questo sperimentatore, di $\frac{1}{1900}$ all'incirca per ogni grado centigrado. Egli è perciò assai probabile che un tale effetto abbia altresì luogo per la crosta solida terrestre, le cui parti profonde, mentre dalla fortissima pressione sotto cui stanno parrebbero rese meno compressibili, dovrebbero all'incontro ottenere un aumento di compressibilità dalla loro elevata temperatura. Di queste due contrarie cause io non saprei giudicare quale preponderi. Solamente io terrei per certo che le varie parti d'una tale crosta situate a diversa profondità sono diversamente compressibili, anche indipendentemente dalla eterogeneità chimica, la quale senza dubbio dee anch'essa portare delle differenze, forse pel medesimo verso dell'effetto complessivo delle altre due cause, e forse pel verso contrario.

13. Veggiamo ora in qual modo, avendo riguardo a una tale variazione del coefficiente di compressibilità, dovuta tanto agli aumenti testè considerati della temperatura e della pressione, quanto alla eterogeneità chimica delle parti diversamente profonde, si possa cavare dai prevedenti nostri calcoli qualche utile conclusione per la tesi che cerchiamo di rischiarare. Però non badiamo per adesso alle molte irregolarità e di figura e di tessuto, e riguardiamo dapprima la crosta suddetta siccome formata di tanti regolari inviluppi sferici concentrici, fra loro aderenti, omogeneo ciascun d'essi in tutte le sue parti, ma eterogenei l'uno rispetto all'altro, elastici tutti quanti, ma ciascuno con un coefficiente di elasticità suo particolare.

Ritenendo adunque come uniforme la disposizione iniziale delle molecole in tutte quante le direzioni, e prescindendo dal considerare l'azione della gravità, come abbiam veduto esserci permesso, poniamo che per un prevalente raffreddamento delle parti superficiali avvenga nella crosta un restringimento non accompagnato da una corrispondente diminuzione di volume del nucleo liquido. Nascerà con ciò in essa crosta una distensione forzata, come se, dopo un uniforme raffreddamento e restringimento di tutte le parti contenenti e contenute, fosse sopravvenuto un riscaldamento e una dilatazione delle parti interne. Or come potremo valutare almeno approssimativamente una siffatta distensione? Il potremo ammettendo

(1) Avogadro. *Fisica de' corpi ponderabili.* T. II p. 385 e 399. *Bibl. Univ.* Avril 1831, p. 500, 501.
(2) *Ann. Ch. Ph.*, Nov., 1844, p. 445.

che essa corrisponda a una comune estensibilità di tutte le parti del rivestimento solido terrestre, intermedia fra la più grande e la più piccola delle effettive estensibilità delle sue varie parti. Non potrà infatti essa crosta riuscire in totale tanto distesa come se in tutti i suoi punti godesse della massima fra le estensibilità delle sue varie parti. Perocchè quando ella si trovasse per un momento in questo stato di distensione massima, in tale caso ciascuno degli inviluppi elementari sferici ai quali corrispondesse una estensibilità minore, si troverebbe dalla propria elasticità sollecitato a stringersi di nuovo in minore spazio, o ad avvicinarsi con tutte le sue parti al centro di figura, operando come forza traente per tutti gli altri inviluppi a lui esteriori, e come forza premente per tutti quelli di lui più interni, e porterebbe a stringersi tanto i primi quanto i secondi, come si ha dal § 7 in fine, e dal § 8. E così la crosta si verrebbe di nuovo a restringere. Se all'incontro questa si trovasse distesa appena tanto quanto fosse permesso dalla estensibilità minima, molti degli inviluppi elementari che la compongono si troverebbero meno distesi di quanto sarebbe concesso dalle rispettive estensibilità, e la forza da cui sarebbero stirati supererebbe la contraria forza con cui la elasticità tenderebbe a restringerli, ossia rimarrebbe superstite e libera una porzione della detta forza distendente; e in conseguenza di ciò verrebbe la totale crosta a distendersi ulteriormente. In vece un opportuno distendimento, intermedio fra questi due estremi, sarà bensì eccessivo per alcuni degli inviluppi elementari i quali perciò tenderanno a restringersi, ma per altri sarà in vece troppo scarso ed essi tenderanno ad allargarsi; e la tendenza degli uni eliderà quella degli altri.

Si direbbe una cosa somigliante pel caso che, diminuendo più il volume del nucleo liquido racchiuso che non la capacità della crosta racchiudente, venisse a cessare in parte la pressione che questa esercita su esso liquido, come pure la contropressione esercitata in direzione contraria dal liquido stesso sulla inferiore superficie di cotale crosta, e venisse perciò quest'ultima a doversi reggere in parte da sè. L'effetto sarebbe il medesimo come se, essendo la crosta dapprincipio allo stato naturale e senza peso, le venisse di poi applicata internamente una forza traente. Verrebbe da ciò un restringimento, non sì grande come se tutte le parti di essa crosta godessero della massima compressibilità, poichè altrimenti molti degli inviluppi elementari si troverebbero condensati eccessivamente e per la loro elasticità tornerebbero a dilatarsi; ma nemmeno sì piccolo come porterebbe la compressibilità minima, giacchè in questo caso per molti degli inviluppi elementari rimarrebbero superstiti delle forze traenti all'indentro, le quali porterebbero un restringimento ulteriore. Nascerebbe un effetto corrispondente a un'opportuna compressibilità intermedia.

14. Veniamo all'applicazione di questa regola. Considerando per maggior evidenza un caso particolare, ammettiamo che ridotte le molecole delle varie parti della crosta terrestre a quella vicinanza che è portata dall'essere essa crosta soggetta alla gravità, la sua compressibilità media sia quella del vetro superiormente adottata nei nostri calcoli. E supposto che una tale crosta abbia le dimensioni che or ora preciseremo, prossimamente coincidenti con quelle altrove indicate, ammettiamo che essa, in grazia di un raffreddamento da lei sofferto nei tempi andati, si trovi stirata al punto da comprimere il liquido contenuto con una forza pari al proprio di lei peso aumentato del peso di uno strato di cotale liquido alto un decimetro, supposto esso liquido denso 2 $^1/_2$ volte l'acqua. E in questi supposti cerchiamo:

1.° Di quanto dee trovarsi distesa una tale crosta oltre alle dimensioni ch'ella avrebbe se il liquido internamente contenuto non si fosse opposto al di lei restringimento.

2.° Quanti secoli sarebbero stati necessarii, affinchè colla perdita di calorico che fa la

terra annualmente, avesse la crosta terrestre potuto raffreddarsi al punto da trovarsi in un tale stato di distensione. Dopo di che, richiamando le vere condizioni in cui si trova il globo nostro, e le commozioni a cui fu ed è soggetto, procuriamo di mostrare:

3.° A quanto piccola grandezza possa ascendere la reale forza con cui si può supporre che la crosta terrestre stringa davvero il nucleo liquido contenuto.

Supporremo adunque che la terra abbia tali dimensioni che quando il nucleo liquido le permettesse di stringersi sino ad avere le sue parti allo stato naturale, ossia insino a non aggravare il nucleo stesso che coll'intero di lei peso, il suo raggio esterno riescisse di metri

$$6{,}370\,384\ ,$$

e l'interno di metri

$$6{,}310\,384\ .$$

In tale supposto, dai calcoli già fatti al § 8, i quali, per quello che si è detto testè al § 15, sono applicabili anche al caso presente, noi abbiamo che nell'attuale stato di distensione il raggio esterno si trova aumentato di metri

$$9{,}220\,787\ ,$$

il raggio interno di metri

$$9{,}309\,293\ ,$$

e la grossezza diminuita di metri

$$0{,}088\,506\ .$$

Talchè questi raggi e questa grossezza si trovano portati rispettivamente a metri

$$6\,370\,393{,}220\,787\ ,$$
$$6\,310\,393{,}309\,293\ ,$$
$$59\,999{,}911\,494\ .$$

La densità poi si troverebbe scemata (§ 6) in ragione di

$$60\,000 : 59\,999{,}82465\ .$$

E qual numero d'anni ci sarebbe voluto perchè la crosta si fosse raffreddata a segno da soffrire un siffatto stiramento? Ommettiamo per un momento la considerazione che anche il nucleo liquido si sarebbe intanto dovuto stringere di qualche poco, sia per raffreddamento sofferto anche da lui, e sia per la pressione accresciuta sopra lui dallo stiramento della crosta stessa, e poniamo che la massa liquida abbia ora lo stesso volume come avanti quel raffreddamento. In questa supposizione il raggio interno della crosta, allorquando questa non si era ancora raffreddata, e nel supposto che allora ella non si sostenesse punto da se, e nemmeno fosse stirata da una eccedente pressione interna, ma soltanto ne fosse sostenuto l'intero peso, il raggio interno, dico, di essa crosta avrebbe dovuto avere quella medesima grandezza ch'egli ha attualmente sotto l'azione dello stiramento, cioè la grandezza di metri

$$6\,310\,384 + 9{,}309293\ ,$$

dove il secondo termine è la parte dovuta al detto stiramento. Adesso in vece esso raggio

interno, quando la crosta venisse lasciata stringere sino a che lo stiramento cessasse affatto, si ridurrebbe nel nostro supposto a metri

$$6310384 ,$$

accorciandosi prossimamente di 0,000 0018 della lunghezza primitiva. Ora questo accorciamento sarebbe il preciso effetto del raffreddamento; e ad ottenerlo, supponendo una media dilatabilità tripla di quella del vetro, si sarebbe richiesta in tutti i punti una perdita di $\frac{1}{20}$ di grado centigrado (sarebbe occorso un raffreddamento maggiore se la dilatabilità fosse stata minore, come è probabilmente il caso della natura, ma concediamo pure quella tripla dilatabilità per maggiore sicurezza delle conclusioni). E a produrre un tale abbassamento di temperatura, nel supposto che la crosta sia grossa 60 000 metri, ci sarebbe voluta la stessa perdita di calorico come a far raffreddare di 1°. C. uno strato della materia solida terrestre alto 3000 metri e di una base intermedia in estensione alle due superficie esterna e interna della crosta; ovvero, ammettendo che sia 0,5 la media capacità pel calorico di essa materia solida terrestre a pari volume coll' acqua (1), come a far raffreddare di 1°. C uno strato d' acqua di ugual base e dell' altezza di metri 1500, ossia infine come a formare con dell' acqua a 0° uno strato di ghiaccio alto metri 21 (2). Ora, secondo alcune supposizioni e computi di Fourier, il globo terrestre perderebbe in ogni secolo tanto calorico quanto basterebbe a fondere 3 metri di ghiaccio (3). Ci sarebbero perciò voluti sette secoli, secondo tali computi, per avere il raffreddamento di cui si tratta. Stando però a calcoli più recenti(4), i quali portano soltanto a un' altezza di 65 centimetri lo strato di ghiaccio fusibile dalla quantità di calorico perduto dalla terra in un secolo, il tempo necessario al detto raffreddamento sarebbe stato di 32 secoli. Il quale numero sarebbe riuscito ancor maggiore e forse d'assai, se si fosse potuto mettere in conto anche il restringimento avvenuto, come si è detto, in questo tratto di tempo nella materia liquida terrestre tanto per raffreddamento che per compressione: perocchè il raggio interno della crosta innanzi al raffreddamento si sarebbe allora trovato alquanto maggiore di metri

$$6310384 + 9,309293 ,$$

e alquanto maggiore di 0,000 0018 l'accorciamento in esso avvenuto.

---

(1) Ecco le capacità specifiche pel calorico, a pari volume coll'acqua, di due delle più abbondanti sostanze minerali. Spato calcare: la capacità, a parità di massa coll'acqua, è circa 0,2; ed essendo 2,75 la densità, la capacità, a pari volume coll'acqua stessa, è $0,2 \times 2,75$, ossia 0,55. Cristallo di rocca: capacità a parità di massa coll'acqua 0,1994; capacità a parità di volume $0,1994 \times 2,610$, ossia 0,495. Gehler's *Physikolisches Wörterbuch neu bearbeitet*, art. *Wärme*, pag. 797. Pouillet, *Notions générales de Physique*. Paris, 1850, p. 150.

(2) A far agghiacciare una massa d'acqua si esige tanta sottrazione di calorico come a far raffreddare la stessa massa d'acqua di gradi 79 $\frac{1}{4}$ centigradi (*An. Ch. Ph.*, Mai, 1845, p. 14.) Ammettendo che sia 0,9 la densità del ghiaccio, per avere da acqua a 0° uno strato di ghiaccio alto un metro occorre tanta sottrazione di calorico come a raffreddare di gradi $71 \frac{1}{3}$ uno strato di acqua della stessa altezza. E dividendo 1500 per $71 \frac{1}{3}$ si ha appunto 21.

(3) *Ann. Ch. Ph.*, II.ª Serie, Tom. 27 (Ottobre 1824), pag. 102.

(4) *Bullettin de la Société Géologique de France*, T. XIII, p. 399.

Ecco adunque trovato quanti secoli sarebbero per lo meno occorsi perchè la crosta col raffreddarsi e stringersi, senza soffrire nel frattempo nessun disturbo, avesse potuto venire al punto da comprimere il liquido sottoposto con una forza pari al peso d' uno strato di esso liquido alto soltanto un decimetro. Ma a me pare impossibile che in tanti secoli non si avesse dovuta produrre in tale crosta una screpolatura o una somma di screpolature atta a far cessare il suo stato di stiramento, con tanti terremoti che dovettero aver luogo nelle varie parti della superficie del globo. E ancor più la cosa mi sembra impossibile al considerare le infinite irregolarità e la imperfetta connessione delle parti di essa crosta.

Io tengo adunque per certissimo, conformemente a quanto si è trovato con altre ragioni nella Nota 2.ª, che se la crosta terrestre, pel suo successivo raffreddarsi, è in uno stato di stiramento, non può questo stiramento crescere a segno da far comprimere notabilmente l' interna materia liquida più di quello che è voluto dal peso di essa crosta, potendo tutt' al più l' eccesso della forza comprimente corrispondere al peso di uno strato o solido o liquido alto qualche centimetro.

13. Veniamo adesso alla supposizione contraria, a quella cioè che l'interna materia liquida si venga a restringere più che non faccia la capacità della crosta. E per un esempio particolare ammettiamo che in grazia di un siffatto restringimento effettuatosi nel nucleo liquido nei tempi passati, si trovi ora la terrestre crosta obbligata a reggersi da per sè per una porzione equivalente al peso di uno strato liquido alto un decimetro.

Ammettendo anche qui che la media compressibilità della parte solida della terra sia quella stessa del vetro, e adottando gli altri dati adoperatisi nei precedenti calcoli, abbiamo che pel suddetto restringimento della materia liquida, e per la compressione trasversale che dovrebbe nascerne nella crosta, il raggio interno di quest' ultima si dovrebbe trovare diminuito di metri

$$9{,}309293\ ,$$

cioè prossimamente di 0,000 0015 del valore che egli avrebbe senza questo stato di compressione. Il che mostra che almeno di altrettanto dovette restringersi anche il raggio della massa liquida interna. Che anzi il restringimento di quest'ultimo raggio si troverebbe ancor maggiore, se si avvertisse che qualche poco si è certamente dovuta intanto raffreddare anche la crosta, e che perciò la lunghezza iniziale del suo raggio interno superava la presente di più che dei detti metri 9,309293, e se altresì si considerasse che la materia liquida interna si trova attualmente alcun poco rigonfiata per la cessazione di una parte della pressione su di essa operante, di una parte cioè corrispondente al peso di uno strato liquido alto un decimetro. Perciocchè accrescendo alquanto la lunghezza primitiva di questo raggio del nucleo liquido, e diminuendo alquanto la attuale, si troverebbe una differenza maggiore di quella testè veduta. Ma lasciamo questo, e ammettiamo pure soltanto un restringimento lineare di 0,000 0015 del valore primitivo, ossia una diminuzione in volume per 0,000 0045 del valore primitivo totale. E cerchiamo quanti secoli sarebbero bisognati perchè esso restringimento si effettuasse.

Per questa determinazione noi abbiamo due vie. L' una fondata sulla quantità di calorico che si sarebbe dovuta perdere. E l'altra sull'accelerazione che da esso restringimento avrebbe dovuto risultare nella rotazione del globo. Cominciando dalla prima, cioè dalla perdita del calorico, ammettiamo che la materia liquida terrestre abbia la dilatabilità dell'alcool puro, che è uno dei liquidi più dilatabili, e che si dilata di circa $\frac{1}{900}$ del suo volume a 0° per

ogni grado centigrado di cui cresca la temperatura, adottando una sì grande dilatabilità per avere un numero di secoli minore del vero piuttosto che uno maggiore. In questo supposto la materia terrestre, per soffrire l'indicato restringimento, si sarebbe dovuta raffreddare in tutta la sua massa di gradi centigradi

$$0{,}000\,0045 : \frac{1}{900},$$

ossia $0°{,}00405$, al qual uopo le si sarebbe dovuto togliere tanto calorico come a far raffreddare di $1°$. C uno strato dello stesso liquido avente una base eguale alla superficie dell'intero nucleo liquido, e un'altezza di metri

$$\frac{1}{3} \cdot 6\,310\,384 \cdot 0{,}00405,$$

ossia 8519; od anche, ammettendo che sia 0,48 (1) la capacità specifica pel calorico della materia liquida terrestre a parità di volume coll'acqua, le si sarebbe dovuto levare tanto calorico come a far raffreddare di $1°$. C uno strato d'acqua della stessa base e dell'altezza di metri 3833, o anche come a ottenere da acqua a $0°$ uno strato di ghiaccio alto metri 84: al che, secondo i dati più recenti sulla dissipazione del calorico terrestre, ci sarebbero voluti 8260 anni. Il quale numero però è da ritenere come un limite minore, atteso il modo con cui superiormente sono stati presi diversi dati. Non si sarebbe poi avuto un risultamento diverso se il nucleo liquido si fosse raffreddato inequabilmente nelle sue varie parti, per esempio, assai più nelle superficiali. Giacchè le parti che maggiormente si fossero raffreddate e da cui particolarmente fosse derivata la diminuzione del volume totale, avrebbero anche avuta maggiore la perdita del calorico. E la totale perdita fattasene dal nucleo liquido in un dato tempo sarebbe sempre in ragione della totale diminuzione del volume.

Si troverebbe un numero d'anni assai maggiore, considerando il variare della velocità della rotazione terrestre, e supponendo che il raffreddamento del nucleo liquido abbia prodotto un uniforme restringimento in tutte le parti di questo esterne ed interne. Perocchè quando si fosse diminuita di 0,000 0018 del suo valore la lunghezza del raggio terrestre, dovrebbe la rotazione, atteso il principio della conservazione delle aree, essersi accelerata per 0,000 005 del proprio valore (cioè, essendo la durata di ciascun giro di circa 86 000″, dovrebbe questa essersi abbreviata di circa $\frac{1}{4}$ di minuto secondo). Ora l'osservazione ha mostrato che da

---

(1) La capacità dei liquidi pel calorico a parità di volume coll'acqua io la trovo per molti di essi superiore a 0,45, e per assai pochi inferiore, e in questo caso non mai notabilmente inferiore (nell'etere solforico, ove n'ho trovato il minor valore, ella è 0,57). Non credo perciò di dare un valore maggior del vero col supporre ch'ella sia 0,48 per la materia liquida terrestre messa sotto l'ordinaria pressione dell'atmosfera. Osservo poi che questa capacità a pari volume non sembra guari influenzata dalla densità, quando questa diversifichi per differenza di natura chimica (per l'etere solforico, l'alcool puro, l'olio d'oliva, l'acqua, l'acido solforico concentrato, il mercurio, crescenti l'uno dopo l'altro di densità come i numeri 0,715; 0,793; 0,915; 1,000; 1,96; 13,6 la capacità a parità di volumi ha rispettivamente i valori 0,57; 0,49; 0,46; 1,00; 0,68; 0,45). E parendomi possibilissimo che la differenza di densità de' corpi eterogenei dipenda in gran parte da diversa intensità dell'attrazione fra le molecole, la quale le ravvicini or più or meno come forza meccanica, al modo che fa la compressione nei corpi omogenei, io inclinerei a credere che la capacità del nucleo liquido della terra pel calorico (s'intende sempre di quella a parità di volumi) non sia resa gran fatto diversa dalla fortissima compressione sotto cui esso nucleo si trova.

Ipparco sino a noi, cioè in un intervallo di circa 20 secoli, la durata del giorno non si è accorciata nemmeno d'un dieci milionesimo del suo valore (1). Epperò a farla diminuire di tre milionesimi, ossia di trenta diecimilionesimi, ci sarebbero voluti, camminando colla stessa legge, almeno 60 000 anni. Non potendosi però aver certezza che il raffreddamento avvenga uniformemente in tutte le parti del nucleo, e potendo esso per avventura prevalere d'assai nelle parti superficiali, ed essere soltanto una scarsa porzione di tutta la massa quella le cui molecole si vanno avvicinando al centro di figura, noi non possiamo ben fidarci di questo risultamento. E ci atterremo piuttosto a quello poc'anzi trovato, più moderato sì, ma più sicuro, tanto più che il tempo di 8260 anni è già abbastanza grande da poterne noi cavare delle importanti conclusioni.

Procedendo dunque innanzi nel ragionamento, osserveremo che tutta questa durata di tempo, e anzi una sicuramente maggiore, non avrebbe fatto altro che questo, cioè che la parte di crosta terrestre sostenentesi da sè arrivasse ad uguagliare in massa uno strato liquido alto un decimetro, o più semplicemente arrivasse ad avere la massa di uno strato solido non più alto di un decimetro (perciocchè non è da credere che la materia solida della terra sia più rara della liquida, essendo poste entrambe sotto uguale pressione, ma anzi da quanto si espone nell'articolo secondo di questa Memoria, pare che la solida sia in adequato più densa). A una durata di tempo maggiore corrisponderebbe una maggior perdita di calorico, e proporzionatamente più grande sarebbe la parte di crosta reggentesi da sè; ma però questa crescerebbe lentissimamente, in guisa che ci vorrebbe un tempo immensamente lungo perchè giungesse all'altezza di qualche metro. Ed anche non sarebbe ciò stato permesso dai grandi sconvolgimenti ai quali il globo nostro fu più volte soggetto. Infatti, se noi cerchiamo la porzione di effetto che può venire prodotta in mille anni, noi troviamo che la parte di crosta sostenentesi da sè non può crescere in questa durata di tempo che di $12\frac{1}{9}$ millimetri. In guisa che a farla soltanto arrivare a pochi metri si esige tanto tempo, che preso all'indietro si raggiungerebbe prima qualcuno de'suddetti grandi sconvolgimenti sofferti dal globo terrestre, per esempio quello del sollevamento delle *Alpi principali*; il quale non dovrebbe credersi antichissimo al vedere che i nostri laghi (formatisi forse prima, cioè all'epoca del sollevamento delle *Alpi occidentali*) non sono ancora riempiuti dalle copiose materie che entro vi conducono tutti gli anni i fiumi e i torrenti. E a quell'epoca pare che nella crosta terrestre abbia dovuto cessare in gran parte lo stato forzato che probabilmente vi era precedentemente, e che la materia del globo si sia allora in gran parte assestata, e che in quell'epoca abbia dovuto quasi per intero ricominciare lo stato forzato che per avventura vi ha presentemente.

Ma anche indipendentemente da questi maggiori sconvolgimenti, e ammettendo pure che l'interno nucleo liquido si vada restringendo con quella precisa celerità che abbiamo indicata, pare nulladimeno difficilissimo che la compressione trasversale della crosta terrestre, e il sostenersi questa da sè possa progredire molto innanzi, in mezzo ai piccoli e continui commovimenti che avvengono nel globo, e agli alzamenti ed abbassamenti che veggiamo lentamente avvenire alla sua superficie. Il suolo, per esempio, d'alcuni luoghi della Svezia

(1) Laplace, *Exposition du Système du Monde*, Paris, 1824, p. 203. Dice quivi Laplace che la durata del giorno non ha variato di *un centesimo di secondo*, ma dalle pagine 16 e 262 si riconosce ch'egli intende parlare di secondi centesimali, ciascuno de'quali è la centomillesima parte di un giorno.

si eleva ad ogni secolo di circa un metro; di altrettanto e forse più si abbassa quello di qualche punto della Groenlandia. E delle mutazioni di livello, operantisi ai tempi nostri, se ne sono riconosciute in molti altri luoghi, ove la vicinanza del mare ha permesso di fare esatte osservazioni (1). E chi sa quante ne avvengono nei terreni lontani dal mare, i cui movimenti verticali noi non conosciamo se non dopo che sono divenuti grandissimi, come per molti indizii crede di aver riconosciuto il valente signor Studer nella Svizzera (2)? Ora tutti questi movimenti mi pajono bastevoli a far raggrinzare la superficie del globo di tanto da diminuire almeno in gran parte la compressione trasversale prodotta dall' interno raffreddamento. Al che debbono assai contribuire anche la forma ellissoidica della crosta, e le sue minute irregolarità esterne ed interne, e tutte le discontinuità e screpolature, come anche il non potersi la materia solida terrestre riguardare come perfettamente elastica, essendo ella anzi in molte parti, specialmente nelle interne, dotata sicuramente di qualche mollezza. Le quali circostanze tutte favoriscono lo accomodarsi delle parti fra loro e il loro togliersi, durante i suddetti piccoli movimenti, dallo stato forzato di cui parliamo.

Mi si farà osservare che al sollevarsi, per esempio, delle Alpi principali dovette certamente aver avuto luogo un grande raggrinzamento nella crosta terrestre, procedente da una anteriore compressione trasversale assai forte, durante la quale una notabile parte di crosta doveva rimanere sostenuta da sè. Assoggettando però questo pensiero al calcolo, si trova un risultamento assai più piccolo di quello che paja in sulle prime. Ammettiamo pure infatti che quel sollevamento sia stato repentino, talchè, prima ch' esso incominciasse, si trovasse già accumulata nella crosta tutta quella compressione trasversale che era necessaria a produrlo tutto intero. E ammettiamo che in esso le Alpi nostre si sieno elevate nei loro colmi sino a 6000 metri sopra la loro posizione precedente, e che in ciascuna delle grinze siasi formata come una specie di tettoja senza apertura alla sommità ma co' due pendii superiormente congiunti, come pure senza intervalli vòti alle loro parti inferiori, e con un'inclinazione tale da essere l'altezza uguale al quarto della lunghezza. E infine supponiamo che con un cerchio massimo perpendicolare alla direzione delle dette Alpi principali si incontrino tante pieghe da equivalere, nella lunghezza complessiva delle loro intersecazioni col detto cerchio, a quattro di quelle tettoje alte 6000 metri: il che non credo troppo poco, poichè, sebbene queste pieghe sieno assai più numerose, pure facendo girare quel cerchio massimo, mantenuto perpendicolare ad esse Alpi, per esempio verso ponente, non incontrerebbe esso un gran numero di tali pieghe in uno stesso tempo, ma intanto che ne incontrasse alcune nuove più a mezzodì, ne abbandonerebbe altre verso il settentrione, oltre all' essere parecchie di esse assai meno risentite di quanto s' è indicato. Ciò supposto, con un facile calcolo io trovo che in ciascuno degli otto pendii, la linea della massima inclinazione supera la sottoposta base per 762,4 metri. E la intersecazione dell'anzidetto cerchio massimo colla superficie sinuosa terrestre, computate tutte

(1) Si ha una pregevole raccolta di questi fatti in un eruditissimo Discorso del conte Domenico Paoli (Pesaro, tipografia Nobili, 1838), avente per titolo: *Del Sollevamento e dell'Avallamento di alcuni Terreni.* Si citano in esso de' numerosi esempii di cangiamenti di livello tanto reali, ossia proprii dell' ossatura della terra, quanto apparenti o prodotti soltanto da movimenti delle parti sciolte superficiali. Sulla quale ultima parte dell' argomento tornò il dottissimo autore ad occuparsi in uno scritto impresso a Firenze nel 1842 dalla Stamperia Granducale col titolo: *Fatti per servire alla Storia de' mutamenti avvenuti sulle coste d'Italia da Ravenna ad Ancona*, ecc.

(2) *Bibliothèque Universelle*, Mai, 1839, p. 61.

le ripiegature, ha una lunghezza totale eccedente per soli 6100 metri la periferia circolare corrispondente al raggio medio di essa intersecazione. E supponendo che prima di quell'avvenimento la crosta terrestre fosse stata, pel troppo scarso volume del nucleo liquido, compressa in guisa da trovarsi di altrettanti metri più ristretta che nel suo stato naturale, si avrebbe avuto nel raggio un restringimento forzato di 970 metri, pel quale la crosta avrebbe dovuto reggersi da sè corrispondentemente al peso di uno strato liquido alto metri $10\frac{1}{2}$. Qui però è da avvertire che quei metri 6100 di allungamento del contorno terrestre non si debbono credere unicamente dovuti a un sottrarsi della crosta a una compressione nella direzione normale alle Alpi principali; ma che probabilmente vi cooperò altresì una compressione in direzione parallela alle stesse Alpi, compressione che forse esisteva avanti il detto sollevamento e che si sarà mantenuta anche dappoi tendendo ad aumentare la grandezza dei detti ripiegamenti: a quel modo che se una lamina quadrata si trova prima premuta sui lembi dall'infuori all'indentro tutto all'ingiro, e poscia le viene tolta una tale pressione in due soli di essi lembi fra loro opposti, succede in questi un allontanamento maggiore che quando fossero liberati anche gli altri due lembi. La parte adunque di crosta che cessò di sostenersi da sè per quel sollevamento non era probabilmente sì grande come abbiamo detto, ma era forse di soli sette od otto metri d'altezza; e con più esatti dati sulla figura dei ripiegamenti, e specialmente quando i pendii fossero più dolci, e sui colmi si fosse formata qualche separazione, essa si troverebbe forse minore d'assai di quest'ultima misura.

Tutto questo però nel caso che col sollevamento delle Alpi principali, e coll'allargamento avvenutone nella crosta terrestre fosse affatto cessata ogni compressione orizzontale nella direzione normale alle dette Alpi. Ma quando non ne fosse cessata che una parte, e un'altra si fosse ancora mantenuta, in tale caso bisognerebbe supporre che quei metri 6100 de' quali abbiamo calcolato che la crosta siasi distesa, non fossero che una parte del forzato restringimento in cui ella si trovava dapprima in grazia della compressione trasversale, e che in totale esso restringimento avrebbe dovuto essere forse d'un terzo o d'una metà maggiore, e forse più grande ancora. E a un tale maggiore restringimento avrebbe anche dovuto corrispondere una pressione trasversale proporzionatamente più grande, e una più grande porzione di crosta reggentesi da sè. A dire il vero un siffatto avanzo di compressione traversale dopo un sollevamento di montagne è verisimilmente il caso reale della natura. Egli è cioè molto consono ai fatti e parecchi distinti geologi in ciò convengono, che nella crosta terrestre, probabilmente per un prevalente raffreddamento delle parti interne, si vada aumentando a poco a poco la detta trasversale compressione, e che da questa vengano di tanto in tanto prodotti in una tale crosta dei corrugamenti, ora in una direzione ed ora in un'altra, che son poi i sollevamenti delle montagne. E sembra che quando avviene alcuno di questi sollevamenti non cessi tutta quanta una tal compressione trasversale, e non solo non cessi tutta quella in direzione parallela alla linea del sollevamento, ma si conservi altresì una porzione di quella normale a una tale linea, cioè una porzione destinata a sostenere inclinate quelle parti di crosta terrestre che si sono sollevate. E infatti se noi avessimo tante lunghe tavole di legno rettangolari, posate sulla superficie d'un'acqua tranquilla, l'una accanto all'altra, in vicendevole contatto pei lati più lunghi, e congiungessimo questi lati a cerniera, e quindi premendo orizzontalmente dal di fuori, facessimo avvicinare l'uno all'altro i lati esterni delle due tavole estreme, in guisa da farne sorgere tanti ripiegamenti a guisa di onde, cogli spigoli alternativamente rivolti in alto e in basso, egli è certo che quel sistema di tavole eserciterebbe sopra sè stesso una pres-

sione normale ai detti lati più lunghi, non difficile a determinarsi col calcolo. Or questo è da ammettere che avvenga anche coi ripiegamenti che i geologi suppongono operarsi di tanto in tanto nella crosta della terra. Ciascuna delle onde o rughe che in essa si formano, tenderebbe pel proprio peso a scendere in giù col proprio colmo e a spianarsi orizzontalmente; e se nol fa, ne è cagione l'esser ella trattenuta ai due fianchi da una pressione trasversale o perpendicolare alla propria lunghezza, la quale non solamente ha luogo in vicinanza di tale ruga o piega presa a considerare, ma si stende anche a luoghi assai più lontani, e costituisce quella parte di compressione trasversale che da noi si asserisce mantenersi dopo il corrugamento, in direzione normale a quella delle rughe formatesi.

Egli è però da osservare che quantunque tutta questa compressione residua, considerata in sè medesima, possa essere assai grande, tale che, ripartita equabilmente in tutta la grossezza della crosta equivalga al peso di uno strato di materia solida alto parecchie centinaja di metri, e possa tenere ristretta per un gran numero di metri la periferia terrestre; nulladimeno l'effetto di essa per far reggere da sè una parte della crosta è assai piccolo. Equivalendo, per esempio, una tale pressione al peso di uno strato alto 400 metri, non potrebbe far sostenere da sè che soli 7,6 metri di crosta (V. al § 10 la proporzione [78], dalla quale si ha appunto 82,338 : 1 :: 400 : 7,6). Perciò, aggiungendovisi pure tutta la parte di compressione cessata coll'ultimo corrugamento, e supponendo che in grazia di questa parte di compressione la crosta si sostenesse da sè per uno strato grosso dieci o dodici metri, non poteva al certo essere molto grande nemmeno dapprima l'intera massa sostenentesi da sè; nell'addotto esempio non sarebbe stata maggiore d'uno strato alto 20 metri. Qualunque incertezza poi rimanesse ancora in queste determinazioni, non potrebbe mai una tale compressione trasversale aver oltrepassato il limite trovatosi nella Nota I. E questo limite non dobbiamo in verun modo ripntarlo superato nè anche al presente, sommando pure la parte di compressione rimasta sussistente dopo l'ultimo sollevamento di montagne con tutti gli aumenti che può aver ricevuto dappoi (1).

---

(1) Osserverò qui che i principii di Wertheim, ai quali sono appoggiati i calcoli di questa Nota, pare che dai nuovi studii fattisi vengano sempre più a confermarsi. Veggasi una recente Memoria dello stesso Wertheim negli *Annales de Chim. et de Phys.* Janvier 1851, p. 5 e seg.

*Avvertenza*

In questa nota, alla pag. 198, si facciano le seguenti variazioni:

Lin. 2, alla parola *superficiale* si aggiunga *di metri.*

Lin. 4, e 20, alla parola *ossia* si aggiunga di *millimetri quadrati.*

Alle espressioni algebraiche [12], [13], [14], [15], e [17], come anche alle due delle lin. 9 e 29, si premetta come moltiplicatore il numero 1 000 000.

Fatte le variazioni qui indicate, si può alla p. 225 lin. 19 levare come superflua la parte di periodo che comincia colla parola *rammentando,* e finisce colle parole *un milione di volte maggiori.*

## Nota IV alla pag. 169.

### *Sulla tenacità delle Caldaje a vapore.*

Il signor Antonio De Kramer, in un suo articolo *Sulle Caldaje a vapore* (1), fa osservare che una caldaja cilindrica di buon ferro laminato, del diametro di metri 0,8, e che debba resistere a una tensione di quattro atmosfere, deve per lo meno avere una grossezza di millimetri 0,41; e per ovviare a tutti i pericoli consiglia a farla 10 volte più grossa (e qui egli intende di quattro atmosfere *efficaci*, cioè dopo detratta la esterna contraria pressione dell'atmosfera terrestre, in guisa che la corrispondente tensione assoluta del vapore sarebbe di cinque atmosfere). Stando alla misura minima, e volendo che la caldaja basti a reggere alla medesima tensione col diametro di un metro, le si dovrà dare una grossezza di millim. 0,5125. Volendola resistente a una tensione efficace di un'atmosfera e un nono (corrispondente alla pressione di una colonna alta metri 4,8 di un liquido della densità 2,33, quale può attribuirsi alla lava fusa), converrà darle la grossezza di millimetri $\frac{0,5125}{4} \cdot \frac{10}{9}$, ossia di millimetri 0,1424 (prossimamente $^1/_7$). E se la si vuole non già cilindrica, ma sferica, dello stesso diametro di 1 metro, e atta a resistere alla stessa tensione di un'atmosfera e $^1/_9$, bisognerà darle, sempre stando al minimo limite e adottando le dottrine attualmente in vigore, la grossezza di millimetri 0,0712 (ossia di $^1/_{14}$ di millimetro). E se in luogo di costruirla di ferro, noi la facciamo, ancora collo stesso diametro di un metro, di pietra di Portland, la quale sostiene chilogrammi 60,2 ad ogni centimetro quadrato di sezione, ed è perciò circa 66 volte meno tenace del ferro laminato, le abbisognerà una grossezza circa 66 volte più grande, cioè di millimetri 4,7, che corrispondono a $\frac{1}{212}$ del diametro. E siccome a pari tensione da sostenere, le pareti di più caldaje sferiche diversamente grandi fatte della stessa materia debbono avere le grossezze in ragione diretta semplice dei diametri, così se il diametro sarà di metri 12 740768, cioè pari a quello della terra, occorrerà alle pareti di una siffatta enorme caldaja, fatta di pietra di Portland, una grossezza di metri 12 740768 × 0,0047, ossia di metri 59882, cioè pari a quella della crosta terrestre.

Osservo per altro che in questi calcoli, fatti secondo le dottrine presentemente adottate, non si tien conto dell'esservi nelle caldaje di forma sferica uno stiramento tangenziale per tutti i versi, equivalente a due stiramenti fra loro ortogonali; in conseguenza di che la vera resistenza di queste caldaje non è probabilmente del preciso valore loro attribuito dai calcoli ordinarii. Ma un tale difetto che, a mio parere, vi ha nella teoria, riesce del tutto innocuo nella pratica, nella quale la grossezza delle pareti vien tenuta otto o dieci volte maggiore di quella che darebbero i calcoli. Con tale precauzione non solo si schivano i pericoli procedenti da irregolarità nella tessitura del metallo impiegato, ma anche quelli che derivano

(1) Vedi il Giornale il *Politecnico*, num. 6, pag. 106 e segg., e specialmente a pag. 123. Milano, Pirola, 1839.

dalla imperfezione delle teorie. Ad ogni modo sarebbe opera molto lodevole l'istituire su ciò una qualche serie di sperienze, in proseguimento di quelle cominciate da Navier (1).

---

(1) Questo valente meccanico prese due sfere cave di lastra di ferro, una delle quali aveva il diametro di metri 0,33, e l'altra di m. 0,28, ed ambedue la grossezza di $0^m,002666$; e in esse mediante la tromba di un torchio idraulico compresse l'acqua fino al punto di romperle. Nella prima lo squarciamento ebbe luogo alla pressione di 144 atmosfere, e nella seconda a quella di 165. Il che corrisponde per entrambe a una resistenza di circa 46 chilogrammi per ogni millimetro quadrato: che è presso a poco la tenacità del ferro tirato longitudinalmente. Parrebbe da ciò che una lamina venendo tirata in tutti i versi non si mostri meno tenace che tirata soltanto per il lungo. Queste sperienze, riportate dal sig. De Kramer nel già citato numero del *Politecnico* a pag. 117, quantunque in sè pregevolissime, non mi sembrano però in numero bastevole a stabilire appieno una legge in un argomento dove i risultamenti sperimentali sogliono riuscire così irregolari.

# PARTE SECONDA.

## ARTICOLO SECONDO.

*Paragone delle densità della materia terrestre solida e liquida.*

6. L'oggetto a cui io mirava nelle precedenti ricerche era di prepararmi un mezzo per conoscere se la parte solida della terra sia più densa ovvero men densa della materia liquida che vi è racchiusa. Per arrivare alla quale cognizione io abbisognava di tre dati, cioè: 1.° di sapere con quanta forza la crosta solida terrestre comprima la materia liquida internamente contenuta, se cioè col vero suo peso, o con una forza minore di esso, o con una maggiore; 2.° di conoscere sino a quale altezza arrivi la materia liquida della terra in que' luoghi e in que' tempi ne' quali può avere una superficie libera e tranquilla; 3.° di conoscere la media altezza che ha la superficie terrestre, considerata con tutte le sue irregolarità, al di sopra del livello del mare. Perciocchè se io avessi trovato che l'esterno strato solido si abbandona e si aggrava coll'intero suo peso sopra la materia liquida, senza però stringerla con altra nuova forza, io credeva che col paragonare la detta altezza media della superficie che dirò *fisica* del globo coll'altezza della materia liquida ove questa ha superficie libera e tranquilla, avrei potuto, nell'ipotesi di una liquidità perfetta, riconoscere se sia più densa la materia terrestre solida ovvero quella liquida.

Trovandosi, mi pare, sufficientemente rischiarata la prima di siffatte questioni, verrò adesso alla seconda, cioè alla ricerca dell'altezza cui arriverebbe la materia liquida terrestre là ove avesse scoperta e tranquilla la superficie. Ma, innanzi a tutto, sarà egli possibile trovar tale questa superficie in qualche luogo della terra? Secondo l'opinione ora universalmente abbracciata, che le viscere della terra sieno in comunicazione coll'interno di quei vulcani che vomitano lava, noi possiamo sperarlo col passare in diligente rivista questi ultimi, potendo per avventura alcuno di essi aver la lava fusa in siffatta favorevole condizione, cioè con superficie scoperta e tranquilla. Veramente nella generalità de' medesimi, come già mi obbiettava al Congresso di Padova l'egregio Lodovico Pasini (1), si oppongono a una tale indagine delle gravi difficoltà. «O i

(1) Atti di quel Congresso Scientifico, p. 442.

vulcani, diceva egli, sono in istato di eruzione, ed allora la lava non è al livello normale; o non lo sono, ed allora, per essere il cratere ingombro ed otturato, senza considerare i vapori non respirabili che escono da' suoi meati, non si potrebbe determinare il livello delle lave». La riflessione era giustissima per la maggior parte dei vulcani. Però io non disperava che da qualcun d'essi si potesse trarre partito. Ed ecco che ora io posso appunto citarne uno appropriatissimo all'uopo. Esiste questo nel Mar Pacifico in una delle Isole di Sandwich, nella maggiore cioè di esse, detta *Hawaii* (scritta dagli Inglesi *Owhihee*), quella stessa in cui venne infelicemente ucciso il capitano Cook. In quest' isola adunque, grande all' incirca come la nostra Corsica, trovasi, fra altri vulcani, quello chiamato *Kirauea*, consistente in una vastissima e profonda voragine, che s' apre in un suolo elevato sul livello del mare quanto è presso a poco il nostro Vesuvio. Ha cotal voragine una forma ovale, colla circonferenza esterna di 15 a 16 miglia inglesi (da 13 a 14 geografiche), e colla interna, ossia del fondo, di 8 di tali miglia (circa 7 delle suddette), e col maggior diametro interno di 3 all' incirca. Le pareti sono ripartite in tre gradini, due superiori, alti, secondo il signor Shepherd, 150 piedi ciascuno, e uno inferiore, dell' altezza di circa un migliajo di piedi, con ripiani frammezzo di circa mezzo miglio di larghezza (1). E quantunque con fatica, e talvolta con pericolo, si può nullameno discendere sino al suo fondo o piano centrale, occupato in parte da lava fusa, e in parte da materia solida; quest' ultima poi in alcuni luoghi compatta, in altri screpolata, lasciando trasparire dalle fessure che vi si incrocicchiano, la sottoposta materia rovente, la quale di notte rassomiglia a una rete infocata. Quello poi che più importa allo scopo nostro si è che vi si suole osservare un lago di materia fusa, il quale, quando vi scese nel 1839 il sopraddetto sig. Shepherd, aveva la lunghezza di circa un miglio e la larghezza di mezzo miglio. Si moveva in esso la lava a modo di fiume, dove gettando sprizzi infocati alti 30 o 40 piedi, e dove camminando tranquillissimamente. Senza trattenermi nelle altre particolarità di un tale cratere, degnissime d'essere considerate, ma che non fanno pel caso mio, dirò che in questo lago pare a me di vedere il livello normale della materia fusa terrestre. L'ampiezza di esso lago, il tranquillo suo movimento, il mantenersi liquida la sua superficie malgrado la continua enorme perdita di calorico, mi fanno opinare che qui essa lava

(1) De Buch, *Description physique des îles Canaries*, Paris 1836, p. 381. Leonhard, *Geologie*, T. V, p. 637. Stuttgard, 1844. In quest'ultima opera si trovano riportate (p. 632 e seg.) alcune belle relazioni di visite al detto vulcano, accompagnate da una figura rappresentante una veduta notturna.

abbia una libera e agevole comunicazione colle parti interne della terra, e che incessantemente discendano nel profondo e si sommergano le parti di tale lava già alquanto raffreddate e quelle che hanno cominciato a solidificarsi, e in contraccambio ne salgano nuovamente altre più calde e perfettamente liquide. Nel ribollire or qua or là e alquanto sollevarsi della massa liquida, io non veggo che un interrotto svolgimento di materie aeriformi, le quali però siano lontane dall' occupare molta parte dello spazio sottoposto alla superficie libera, e dallo alleggerire e tenere notabilmente elevata la parte di massa liquida che è più alta dell' interna superficie della crosta terrestre. Dalle descrizioni perciò pubblicatesene io ho procurato di raccogliere delle notizie sull' altitudine di questo lago, sulla sua altezza cioè al di sopra del livello del mare. Ed ecco quello che sinora ho potuto trovare. Il signor Strzelecki assegna a un punto del contorno della menzionata voragine un' altitudine di 3851 piedi parigini (1); da cui deducendo i 1300 assegnati alla voragine stessa dallo Shepherd, i quali credo inglesi, e pari perciò a 1220 francesi, e togliendone altri 40 per la profondità del lago infocato, così stimata, come vedremo or ora, da Douglas, risulterebbero piedi francesi 2591 pari a metri 841,7. Non si vede però se il punto considerato dal sig. Strzelecki coincida con quello da cui sono state prese le misure dello Shepherd; oltre a che queste ultime non si debbono riguardare che come una larga approssimazione. Un' altra misura che par degna di maggiore fiducia, è quella riportata dal celebre De Buch (2), desunta da una visita fatta dal botanico David Douglas nel 1832. Secondo questa, l' orlo della voragine è a 3634 piedi parigini sopra il livello del mare, la profondità della voragine stessa è di 1010 piedi, e il lago di lava fusa è di altri 40 piedi più basso, quindi a un' altitudine di piedi 2584 ossia di metri 839. Simile, per quanto dà il compasso, è l' altitudine che si vede indicata per questo lago nella 10.ª delle tavole geologiche dell' Atlante geografico di Berghaus, la quale perciò par che provenga dagli stessi dati testè citati, e che non aggiunga loro nuova sicurezza. Stimerei poi fortuita la quasi coincidenza delle altre due misure, attesa la molta indeterminazione dei dati di Shepherd; talchè sinora non sembra doversi aver fidanza che in quella di Douglas. La quale però, attesa la grande importanza

(1) Leonhard, *Geologie*, T. V, p. 656.

(2) *Description* ec., p. 381. —Una terza misura, presa da un viaggio fatto da W. Ellis nel 1828, e perciò più antica delle precedenti, si ha nella Dissertazione di Mons. Weiseman sulla *Sterilità delle missioni intraprese* ec. a p. 138 (Roma 1831. Stamperia di Propaganda). L' estensione e la profondità della voragine sono ivi date come qui sopra. Al terreno però circostante si assegna soltanto un' elevazione di 3000 piedi, al certo per essersi determinata meno accuratamente.

geologica che secondo me ha quel luogo, io amerei molto di vederla o confermata o rettificata da ulteriori diligenti osservazioni. Come anche amerei che fosse meglio assicurato il fatto assai straordinario che alcun dice risultare da osservazioni anteriori a quelle citate, cioè che il fondo di quel cratere si vada cogli anni sollevando (1). E in qualcuno de' programmi pei viaggi scientifici sarebbe pur bene veder raccomandata anche una tale misura. Dal mio canto io non ho mancato di farne memoria in una risposta a una circolare dell'Accademia delle Scienze di Vienna riguardante un viaggio all'intorno del globo, pel quale il nostro Governo intende fra non molto di spedire una nave (2). Stando per ora al risultamento di Douglas, noi possiamo provvisoriamente ritenere che l'altezza normale della lava del lago di Kirauea sia di circa 840 metri al di sopra del livello del mare.

Ma avranno le lave di tutti i vulcani della terra una stessa altezza normale? Sì certo, quando l'interna materia del nostro globo sia perfettamente liquida, ossia tale da dover prendere col tempo una superficie affatto orizzontale, e si trovi in libera comunicazione coll'interno di tutti i vulcani, e sia inoltre di una uniforme densità non solo in tutti i punti che sono ad uno stesso livello nella cavità centrale, ma altresì in quelli che sono a livello fra loro nelle varie separate cavità esistenti attraverso alla grossezza della crosta; giacchè allora non vi potrebb' essere in tale altezza normale che la piccola diversità dipendente dalla variazione della gravità alle diverse latitudini. Ammettiamo infatti questa libera comunicazione e questa perfetta liquidità, come pure la indicata concorde variazione della densità al variare di livello, e paragoniamo il Kirauea col nostro Vesuvio, supposto questo internamente sbarazzato dalle macerie che lo ingombrano, e riempiuto di lava tutta liquida, ossia non mista di materie aeriformi, sino all'altezza voluta dalle leggi dell'equilibrio idrostatico. E supponiamo segate le due colonne di lava con varie superficie di livello, estese ciascuna dall'una colonna all'altra, e delle quali superficie l'una sia quella del mare, considerato nel suo stato medio, in mezzo alle continue variazioni ch' ei soffre e per le proprie differenze di temperatura e per le agitazioni dell'atmosfera e pel flusso e riflusso. Ammesso, analogamente al già detto, che sia uguale la densità della lava ne' due tronchi di colonna contenuti fra due vicine superficie di livello, e considerato che le distanze fra tali superficie nell'un luogo e nell'al-

---

(1) Leonhard, *Geologie*, V. 640.

(2) *Sitzungsberichte* dell' Imperiale Accademia delle Scienze di Vienna, Classe delle Scienze matematiche e naturali, fascicolo pel Marzo 1850, p. 256.

tro sono reciproche alle intensità della gravità ne' due luoghi (1), avremo in ambe le colonne eguali diminuzioni di pressione nel passare dalla inferiore di queste vicine superficie alla superiore; e così una tale pressione andrà in esse colonne diminuendo di pari passo nel salire dall'una superficie alla successiva, e in fine entrambe le colonne termineranno superiormente in una stessa superficie orizzontale, ove non vi sarà altra pressione che quella dell'atmosfera, pres-

(1) Per un corpo qualunque, sia solido, sia liquido, sia misto di parti solide e liquide, il quale sia dotato di forze attrattive e roti uniformemente intorno a un asse fisso, esistono infinite *superficie di livello*, cioè infinite superficie normali in tutti i loro punti alle forze che sollecitano i punti stessi, supponendo combinate insieme le forze centrifughe che que' punti sentono a cagione della loro rotazione, e le attrazioni esercitate sui punti medesimi dalle varie parti del corpo; e si può far passare una di queste superficie tanto per qualsivoglia punto preso nell'interno corpo, quanto per un punto qualsivoglia situato all'esterno di esso a distanze invariabili da' suoi punti. Il che si deduce dalla Equazione (*b*) del § 590 del *Traité de Mécanique* di Poisson (edizione 3.ª); la quale Equazione serve appunto a determinare il sistema di tali superficie relativo a uno di siffatti corpi. E quantunque Poisson dia propriamente quest' Equazione per l' interno di una massa liquida rotante soggetta alla gravitazione, è facile vedere ch'essa Equazione vale anche pei punti esterni, e anche per un corpo ove alcune parti siano solide, e altresì, se bisognasse, pel caso che in luogo della gravitazione, operassero altre forze attrattive o ripulsive.

Che poi, prendendo fra le superficie di livello appartenenti a un medesimo corpo, due che sieno fra sè vicinissime, debbano le loro vicendevoli distanze variare, dall'uno all'altro punto dell'una di esse, in ragione reciproca delle forze operanti su questi punti, ecco in qual modo lo si può dimostrare. Si piglino nell'una di tali superficie due punti $A$ e $B$; da questi si immaginino condotte all'altra superficie due linee $Aa$, $Bb$ parallele in tutti i loro punti alle forze operanti su essi punti; si concepiscano congiunti fra loro i punti $A$ e $B$ con una linea tutta giacente sulla superficie a cui questi punti appartengono, e similmente si concepiscano congiunti i due punti $a$ e $b$ con una linea giacente nell'altra superficie; in fine si immagini disposto lungo la spezzata $AabBA$ un sottilissimo canaletto, e questo riempiuto di un liquido di densità uniforme. Non potrà questo liquido, dalle forze che operano sulle varie sue molecole, essere in veruna guisa sollecitato al moto, nè secondo la direzione $ABbaA$, nè secondo la $BAabB$; del che si possono dare varie ragioni, fra le quali come la più pronta citerò quella che, ammettendo la possibilità d'un tal moto, si arriverebbe all'assurdo di poter avere una circolazione perpetua. Ora essendo, separatamente per sè stesso, in equilibrio il liquido del tronco di canaletto $AB$, e lo stesso essendo di quello del tronco $ab$, è indispensabile che la pressione del liquido del tronco $Aa$ si equilibri con quella del tronco $Bb$. E siccome questo liquido ha, per ipotesi, in tali due tronchi una medesima densità, così è necessario che le lunghezze $Aa$, $Bb$ siano reciprocamente proporzionali alle medie intensità delle forze operanti sulle due parti di liquido. Ma se le due superficie sono vicinissime, le lunghezze delle lincette $Aa$, $Bb$ coincidono colle distanze vicendevoli di esse superficie nei punti $A$ e $B$, e le intensità medie delle forze coincidono colle intensità ne' punti $A$ e in $B$. Dunque ecc.

sione anche questa uguale nei due luoghi. E sommando separatamente fra loro le distanze fra le dette superficie per quel vulcano ove la gravità è più debole, e separatamente fra loro quelle ove la gravità è più forte, la somma delle prime supererà la somma delle seconde in quella ragione in che l'intensità media della gravità nelle seconde supera quella nelle prime. Cioè, partendo dal livello del mare, le altezze totali delle due colonne di lava al di sopra di questo livello saranno reciprocamente proporzionali alle intensità della gravità in essi due luoghi. Essendo ora la gravità alquanto più intensa al Vesuvio, dovrà quivi la lava essere un po' più bassa che al Kirauea; però per 800 metri d'altezza sopra il livello del mare la differenza non arriverà che a metri 1, 1. Sarebbevi una differenza un po' maggiore per l'Hekla, dove l'altezza dovrebbe essere di metri 2, 5 minore che nel Kirauea.

7. Tutto questo però riposa e sulla concorde variazione della densità della materia liquida, e sulla giustezza dell'ipotesi della perfetta liquidità e della perfetta comunicazione coll'interno della crosta. Nel caso che fosse alcun poco imperfetta o una siffatta liquidità o una siffatta comunicazione, potrebbe la nostra conclusione patirne grandemente. Sarebbe per ciò ottimo il poter verificare la cosa col fatto, determinando un'altezza somigliante anche per qualche altro vulcano. La cui lava se paragonata con quella del Kirauea mostrasse nella sua altezza sopra il livello del mare una differenza pochissimo diversa da quanto è voluto dalla diversa energia della gravità, noi potremmo ragionevolmente attribuire il divario a una differenza nella densità delle lave lungo le due canne vulcaniche, e riguardare come sicure le nostre ipotesi della perfetta liquidità e della libera comunicazione interna, e ammettere come terminanti alla medesima superficie di livello anche le lave degli altri vulcani, salve le piccole differenze che possono derivare dall'esserne diversa la densità. Fortunatamente noi conosciamo un altro vulcano che a ciò si presta, e lo abbiamo nella stessa nostra Italia, cioè nell'isola di Stromboli, la più settentrionale fra le isole di Lipari, nel mare fra la Sicilia e Napoli.

È questa un'isoletta lunga quattro miglia in linea retta da Est ad Ovest, e tre sole da Nord a Sud, ed è formata da un monte, il quale alquanto al di sotto d'una sua sommità, dal lato di N. O., ha una bocca ignivoma, incomparabilmente bensì minore di quella del Kirauea, ma anch'essa accesa sempre, almeno da 2000 anni fa a quest'ora (1), e, secondo lo Spallanzani, sempre nel medesimo luogo del monte da molte generazioni d'uomini. Il nominato celebre osservatore fu a visitare un tale vulcano nell'ottobre del 1788; ed ecco quello

(1) Lyell, *Principles of Geology*, T. IV, p. 380, edit. 1837.

che in esso ci vide di notabile. Soffra il lettore che io entri in questi particolari, i quali ci saranno utili in seguito.

Cominciò lo Spallanzani dall'osservare i fenomeni in qualche distanza sul mare (1), accanto al quale scende dal cratere una ripida pendice formata da rottami stati lanciati fuori, larga in alto soli 60 piedi, ma allargata in basso sino a mezzo miglio. Stando adunque sul mare, si vedevano uscir dal cratere, a brevi intervalli l'un dall'altro, de' getti di pezzi roventi, succedentisi per tutta la giornata senza cessare giammai, non però sempre ugualmente numerosi, nè sempre scagliati ad una medesima altezza. Ne' getti più grandi, i quali capitavano di tanto in tanto dopo una serie d'altri minori, venivano lanciati tutti insieme forse un migliajo e più di pezzi, tinti di rosso scuro e avvolti di fumo, i quali salivano in linee divergenti, sino a grandissima altezza, cioè talvolta sino oltre alla sommità del monte; e di essi un gran numero ricadeva fuori del cratere stesso e molta parte sull'anzidetta pendice, e questi ultimi rotolando in giù e sollevando polverio, arrivavano in fine, più prontamente i maggiori e in pochi salti, più lentamente gli altri, in sino al mare, ove si smorzavano stridendo, a guisa di ferri roventi; dal mare poi, sempre quivi agitato, erano presto ridotti in frantumi e in arena, la quale veniva continuamente dispersa e recata in parti lontane; talchè non poteva mai in quel luogo accumularsi materia, e la pendice rimaneva sempre ripida, e il mare sempre profondo. Ne' getti minori che il cratere lanciava, gli scarsi pezzi poco s'alzavano, cioè anche a soli 50 piedi, e ricadevano o nella bocca stessa o almeno non sulla pendice scendente al mare, e fra l'un getto e l'altro vi avevano brevissimi riposi che di rado oltrepassavano i tre minuti primi. Vide poi sulla riva del mare, oltre ad alcuni pezzi, non più grossi di tre piedi, allora discesi e colà fermatisi per incontrati ostacoli, diversi altri pezzi molto maggiori, del diametro cioè di quattro, cinque, e anche più piedi, stati eruttati in tempi di maggior furia del Vulcano; il quale in tali casi, a detta degli abitanti, lanciava di que' pezzi anche direttamente nel mare, sino a un miglio di distanza dal lido.

Dopo avere contemplato il fenomeno dal mare in tempo di giorno, volle osservarlo di là anche di notte, nella quale, oltre al sorprendente spettacolo presentato dalla luce de' pezzi roventi mentre s'alzavano nell'aria, e mentre ruzzolavano al basso lungo la pendice, si aggiungeva quello del chiarore che sorgeva dalla bocca ignivoma. Questo, oltre allo illuminare continuamente e con varia vivezza l'aria sovrapposta e le estranee particelle sparsevi, mostrava interrottamente degli improvvisi splendori, quali più deboli e visibili solo da

(1) *Viaggi alle Due Sicilie*, T. II. cap. X. p. 38. Pavia 1792.

vicino e più frequenti, e quali assai più vivaci e visibili da distanze assai maggiori ma insieme a più grandi intervalli di tempo; il tutto in perfetta corrispondenza con la copia e l'altezza de' getti di materia infocata che si accompagnavano a quegli splendori. S' associava altresì a ciascun getto una detonazione, simile pe' getti maggiori all' oscuro mugghio d' un tuono, pe' minori a una semplice mina, o a meno ancora; la quale detonazione tardava sempre qualche secondo a venire all' orecchio. Sul mare e sul suo cappello di tela cerata sentiva lo Spallanzani piovere una quantità di arene e di sottili scorie, con romorio simile a quello di una pioggia agghiacciata.

Ma dopo tutto questo, cercò il celebre naturalista di esaminare i fatti più davvicino, salendo sul monte sino al cratere; e quivi, colto un tempo propizio e trovato un luogo sicuro, ebbe la rara fortuna di potere guardar giù nell' interno della bocca e vedervi palese il lavoro della natura. Le preziose osservazioni fattevi le lascerò descrivere da lui medesimo. «Le labbra, die' egli (1), del cratere che nella forma tondeggiano e girano intorno più di 340 piedi. sono un disordinato ammasso di lave, di scorie, di arene. Le interne pareti nel discendere si restringono, conformandosi in un cono tronco e capovolto..... Il cratere sino a una data altezza è riempiuto di una liquida materia infocata. emulante il bronzo fuso, e che altro non è che la squagliata lava, la quale scorgesi agitata da due sensibilissimi moti: l' uno vorticoso, tumultuario, intestino; l' altro all' insù, impellente la liquefatta materia..... Essa..... viene innalzata, quando più e quando meno rapidamente, dentro al cratere..... *e mentre s' alza*, la superficie si gonfia in capaci bolle, taluna delle quali ha il diametro di alcuni piedi..... giunta *infine essa lava* alla distanza di 25 o 30 piedi dal superior lembo..... *le bolle si rompono* con uno scoppio, non dissomigliante a un brevissimo colpo di tuono, e in quel momento una porzione di lava in mille brani divisa, con indicibil prestezza è in alto lanciata, con un profluvio di fumo, di faville, di arena..... Seguita l'esplosione, la lava dentro al cratere si abbassa, ma d' indi a poco, siccome prima, rialzasi, nascono novelli tumori, novelle rotture, e quindi nuove esplosioni. Abbassandosi la lava, poco o nulla strepita; ma quando sollevasi, e sopratutto comincia a dilatarsi in bolle, fa sentire in grande quel rumore che manda fuori un liquido che bolle dirottamente dentro di un vaso..... La lava del cratere, o s' alzi o s' abbassi, poco fumica; ma grandemente allorchè scoppia; ed è dalle rotture di essa che scappa il fumo; ma questo quasi del tutto svanisce finito lo scoppio. Potrebbe compararsi al fumo che si genera nell' accensione della

(1) *Viaggi*, ecc., T. II, c. X, p. 86.

polvere d'archibuso, il quale in un baleno apparisce, e quasi in un baleno dispare. Quel fumo emmi paruto estraneo alla lava. Almeno i pezzi della lava non fumano o volando per l'aria o di fresco caduti.»

Le narrate intermittenze, secondo lo stesso Spallanzani, si succedevano tutto l'anno, quasi sempre allo stesso modo, a intervalli di pochi minuti, ma non tutti eguali, e con esplosioni ora più piccole ed ora più grandi. Durante l'intervallo da una esplosione a un'altra immediatamente consecutiva la lava alzavasi, come s'è detto, sino a non esser lontana dall'orlo del cratere che 25 o 30 piedi, e s'abbassava fino a una distanza di 45 a 50, facendo perciò oscillazioni che arrivavano sin circa a 20 piedi di ampiezza. Accadeva però a lontani intervalli che talora siffatte esplosioni cessavano per breve tempo, abbassandosi la lava più dell'usato, senza indi subito riascendere, e scolorandosi intanto il suo vivissimo colore di brace; e allora si aumentava la copia del fumo che usciva da alcuni spiragli laterali. Perocchè oltre all'apertura superiormente descritta e ch'ei chiama il *cratere*, usciva il fumo da due altri luoghi; uno all'Ovest d'esso cratere, consistente in forse 150 spiragli che davan fumo continuamente, talora con una forza momentaneamente maggiore se mai avveniva, come testè s'è detto, che di tanto in tanto il cratere stesse per qualche breve intervallo in riposo. L'altro luogo era una bocca situata all'Est del cratere stesso, larga circa 12 piedi, e dante una folta e continua colonna di fumo, non però mai lava, come neppure gli spiragli or ora menzionati. Credeva poi lo Spallanzani, e con molta ragione, a quanto mi pare, che i tre luoghi comunicassero inferiormente insieme, essendovi per altro un più libero passaggio dalla bocca di mezzo, ossia da quel ch'ei diceva cratere (1). E tutto quel fumo formava sopra il monte un nuvolo che veduto davvicino pareva lungo più miglia, e alto oltre un miglio, putente bensì di zolfo, ma non sempre molesto, quando almeno era alto qualche pertica da terra. In quanto all'apparenza, simulava perfettamente le nubi. Velava affatto il sole, sotto era nericcio, negli orli bianco, più o men chiaro secondo i luoghi. Al di sopra partivasi in più globi o irregolari ammassamenti, che si movevano in diversi modi a seconda dell'aria, ma giunto a molta altezza, diradava tanto che non si rendea più sensibile. Il che faceva che non crescesse di volume, poichè quanto ne usciva di terra, altrettanto se ne scioglieva superiormente (2).

Per terminare la descrizione aggiungerò qualch'altra sua osservazione rispetto

---

(1) *Viaggi*. T. II, p. 53, 54, 62, 63, 64.

(2) *Ibid.*, pag. 16, 53, 54.

ai pezzi lanciati. Questi pertanto, i quali altro non erano che brani di lave scoriacee, nel volare per l'aria fischiavano; e il rosso de' maggiori fra essi spiccava su per l'aria attraverso del lume solare. Diversi acquistavano in aria una forma globosa, dando così prova di loro fluidità; e similmente, alcuni incontrandosi prima di essere lontani dal cratere, si conglutinavano in uno solo; però se si urtavano a certa altezza si spezzavano, e altresì ritenevano la loro figura quando a salti rotolavano giù per que' balzi, mostrando che prima di venir a terra erano già indurati. Quelli poi che ricadevano entro la voragine, nella collisione colla lava fluida davano un suono come di più bastoni che andassero violentemente a percuotere per piano uno specchio d'acqua o più veramente altro fluido di maggior densità (1).

8. Un più recente visitatore di quel vulcano si fu il geologo prussiano Federico Hoffmann, il quale vi fu negli ultimi giorni del 1831 e ne' primi del 1832 (2) Quantunque ei non abbia potuto vedere il ribollir della lava in una maniera sì evidente come lo Spallanzani, si trovano però nella sua descrizione delle particolarità di moltissima importanza. Misurò egli col barometro la totale altezza del monte, la quale trovò di 2775 piedi (non dice quali, ma il silenzio li fa credere parigini). Le aperture comunicanti coll'interno ci le giudica a circa 600 piedi sotto la detta sommità, ossia a circa $\frac{4}{5}$ della totale altezza della montagna; e si trovano in una depressione larga orizzontalmente 2000 piedi all'incirca, la quale tutta insieme presa ci chiama *cratere*, usando il vocabolo in un più ampio significato che lo Spallanzani. Esse aperture, a quanto ci dice, variano col tempo sì di numero che di larghezza; poco prima della sua visita se ne contavano sette; egli ne vide tre sole. Una cioè più grande, situata verso il centro del cratere, non mandante che copioso fumo. Una seconda, pressochè alla stessa altezza della precedente, ma del diametro di soli 20 piedi all'incirca; e in questa egli osservò fenomeni simili a quelli descritti nel riportato passo di Spallanzani. Soltanto, attesa la posizione meno favorevole da lui potuta trovare, non riuscì egli a vedere la lava in tutto il corso delle sue verticali oscillazioni, ma solo quand'essa arrivava al punto più elevato di ciascuna salita; nel qual punto essa era lontana, come nella visita dello Spallanzani, da 20 a 30 piedi dall'orlo della bocca. Inoltre, i minori fra i getti nascenti dallo scoppio delle bolle della lava, si succedevano per lui a intervalli più brevi, non frap-

(1) *Viaggi*, T. II, pag. 52, 58, 59.

(2) Ne diede egli relazione in una lettera al celebre Leopoldo De Buch, inserita negli *Annalen der Physik* di Poggendorff, T. XXVI (nono fascicolo del 1832), pag. 2 e seg. Se ne hanno de' cenni anche nella *Geologie* di Leonhard, T. V, p. 7 e 230.

ponendosi che circa un minuto secondo dall'uno all'altro (1). A circa 100 piedi poi più sotto, nella parte del cratere più vicina alla pendice del monte volta al mare, si trovava la terza bocca, dalla quale usciva continuamente e quietamente un lento ruscello di lava tutta liquida, la quale scendeva per quella pendice ora dividendosi in più rami ed ora stando unita in un solo. Raramente però arrivava sino al mare, e solo allorquando l'attività del vulcano era soprammodo cresciuta. In generale dopo sceso il torrentello sino a un certo punto, si staccavano dalle sue estremità, l'un dopo l'altro, de' pezzi ridotti a stato solido, e questi giù rotolando e saltando giungevano in breve tempo al mare, il quale, come al tempo dello Spallanzani, era ivi di grande profondità. E il fenomeno era singolarmente bello veduto di notte.

9. È a me preziosa questa descrizione dell' Hoffmann, siccome quella che mi lascia stabilire con qualche approssimazione anche per lo Stromboli l' altezza normale della lava, l'altezza cioè che questa avrebbe avuto essendo tranquilla e senza meschianze aeriformi. Io stimerei che essa lava dentro al vulcano avesse la superficie normale più alta che la terza delle nominate bocche, ma più bassa della seconda, parendomi di poter assomigliare tali bocche a quelle aperture delle caldaje a vapore, delle quali aprendo l'una si ha solo vapore e aprendo l'altra sola acqua, mostrando che nella caldaja il livello dell' acqua si trova intermedio. Ma quali sono le altezze di tali bocche al di sopra del livello del mare? Supponendo rigorose le misure enunciate dall' Hoffmann, si dovrebbe assegnare l' altezza di 600 piedi sotto la cima del monte, o di 2175 piedi sopra il livello del mare, al centro di gravità d'un triangolo avente gli angoli nelle tre bocche, ossia a un punto situato a 33 piedi sotto la prima e la seconda bocca, e a 67 piedi sopra la terza: il che darebbe 2208 piedi per l'altezza delle due prime, e 2108 per quella della terza (2). Per venire adesso all'altezza normale della lava, dobbiamo cominciar a diminuire di 20 o 30 piedi l' altezza della seconda bocca, di tanto rimanendo essa lava più bassa anche nei punti superiori delle sue oscillazioni: noi ne torremo 25 piedi. Di poi avremmo da levare tutta l'ampiezza delle oscillazioni: giacchè lo elevarsi che facea la lava in ciascuna di queste dobbiamo attribuirlo al suc-

(1) Poggendorff's *Annalen der Physik*, T. XXVI, p. 10 e 11.

(2) Il celebre Humboldt dà al cratere di Stromboli un' altezza di 2175 piedi (*Kosmos*, ediz. tedesca, T. I, p. 238). Nella traduzione francese di Parigi, T. I, p. 289, gli si assegnano metri 707, che fanno lo stesso. Stimo che questa altezza ei l'abbia presa dall'Hoffmann, deducendo dai 2775 piedi parigini dell' altezza del monte, i 600 piedi de' quali il cratere si trova più sotto.

cessivo gonfiarsi delle materie aeriformi ascendenti in mezzo ad essa lava, a proporzione che nel salire si recavano sotto minore pressione; e il ritirarsi della lava stessa il dobbiamo attribuire all'uscirne fuori cotali sostanze gazose. E oltre a questo sarebbe da levare l'alzamento cagionato dalle masse aeriformi che rimanevano ancora sparse in tutta la colonna liquida contenuta nel monte ignivomo, dopo effettuati i singoli scoppii. Infine sarebbe a considerarsi qualche effetto della terza bocca per far diminuire l'altezza del liquido entro la seconda. Però io trovo assai difficile il valutar bene in queste osservazioni di Hoffmann gli effetti suddetti della terza bocca e delle materie aeriformi sparse nel liquido, come pure l'ampiezza delle oscillazioni, per correggere convenientemente l'altitudine della seconda bocca, e trovar quella normale della superficie della lava. Meno difficili troverei le correzioni (per certo largamente approssimate) alle osservazioni di Spallanzani; ma per esse non abbiamo la esatta altezza della bocca ov'egli osservava. In questa dubbiezza io non so far di meglio che ricercare le più verisimili correzioni alle osservazioni di Spallanzani e applicarle alle misure fondamentali di Hoffmann.

Osservava adunque lo Spallanzani, che la lava saliva e discendeva in ciascuna oscillazione per circa una ventina di piedi. Dal che io inferirei, che tale era l'alzamento prodotto dalle materie aeriformi che uscivano dalla massa della lava in ciascuno degli scoppii, e crederei che questo effetto procedesse dal volume ch'esse materie aeriformi possedevano sotto una pressione da uno a tre o quattro piedi di lava sovrapposta, cioè, compresa la naturale pressione dell'aria esterna, sotto pressioni da atmosfere 1,1 ad atmosfere 1,4. E stimerei che una tale massa aeriforme non avrebbe avuto che un piede d'altezza sotto una ventina o una trentina di atmosfere, cioè ad una profondità di 300 a 350 piedi sotto la superficie libera della stessa lava; e solo un pollice a una profondità di 3000 a 4000 piedi, variando essa per altro alle varie profondità secondo l'ampiezza diversa del canale vulcanico, e perciò essendo probabilmente minore l'altezza ch'io dico nelle parti più profonde, ove è da ammettere maggiore ampiezza di spazio. Cotali vani poi o spazii occupati entro la lava da materie aeriformi dovevano al tempo dello Spallanzani trovarsi a molte tese di distanza l'uno dall'altro, se arrivavano a galla a intervalli di uno, due e anche tre minuti primi. E osservo altresì che molti fra essi vani poterono esser prodotti da acqua piovana precedentemente infiltrata nel monte, e per pressione della propria massa forzata a introdursi in mezzo alla lava in istato di vapore (1), per

(1) È un pensiero che io prendo dal valente signor Angelot, da lui esposto in certe sue acute considerazioni sulle eruzioni vulcaniche. *Bulletin de la Société Géologique de France.* Tom. XIV. pag. 48.

venire poscia a galla attraverso alla medesima. E di questi al di sotto di trenta o quaranta atmosfere non ve ne avrebbero potuto essere, non potendo i fili dell' acqua penetrati nel monte essere spinti entro la lava con più grande forza. Tolti adunque cotali vani dalle parti più profonde della colonna di lava, e concessivi quei soli che nascevano da fluidi aeriformi permanenti, non crederei che l' alzamento complessivo prodotto da questi vani in tutta la colonna di lava al finire di uno scoppio superasse i 10 o 15 piedi. Questo nelle osservazioni di Spallanzani.

Nelle osservazioni di Hoffmann pare che le bolle fossero più frequenti, essendosene avuto, come dissi, circa una ad ogni secondo; in conseguenza di che fosse minore l'escursione di ciascuna oscillazione, però forse più grande l'alleggerimento e l'innalzamento prodotto dalle masse aeriformi che stavano diffuse nelle parti inferiori della colonna liquida. In compenso quel ruscelletto di lava che usciva dalla terza bocca doveva, a parer mio, ridurre alquanto più bassa la superficie della lava medesima nella seconda bocca. Ma, ripeto, son cose difficilissime a calcolarsi; e l'unico partito che mi par possibile si è di supporre che il livello normale della lava stesse tanto depresso al tempo di Hoffmann sotto il supremo punto delle diverse oscillazioni, quanto lo era al tempo di Spallanzani.

Io leverò adunque dall'altezza della seconda apertura dell' Hoffmann: 1.° venticinque piedi, per discendere sino alla lava nei momenti della massima elevazione osservatavi da esso Hoffmann; 2.° altri 20 piedi per l'ampiezza delle oscillazioni osservate da Spallanzani; 3.° altri 15 piedi per le masse aeriformi ancora contenute nella colonna liquida dopo scoppiate le grosse bolle osservate dallo stesso Spallanzani. In tutto 60 piedi, i quali tolti da 2208 mi lasciano piedi 2148, ossia metri 698, per probabile altezza normale della lava nello Stromboli. E dirò 700, trovando ridicolo il tener conto di due metri in computi così vaghi come son questi; dove alcuni metri d' errore sono da ammettere ne' 2775 piedi dell' altezza del monte, una qualche decina pur di metri in que' 600 piedi per scendere al cratere, oltre a parecchi altri metri ne' miei calcoli congetturali. La terza bocca avrebbe, come si è detto poco indietro, un' altezza di 2108 piedi, che fanno metri 685, e questi possono riguardarsi come un verisimile limite minore di quell' altezza normale. Concluderei pertanto, che l' altezza normale della lava nel vulcano di Stromboli può ritenersi di 700 metri al di sopra del livello del mare, colla possibilità però di un errore d' un trenta o quaranta metri in più o in meno.

Però que' fumi che si alzavano da altre bocche oltre a quella de' getti di lava non si sarebbero trovati meschiati colla lava stessa nelle parti profonde di questa, alleggerendone la colonna? E non si dovrebbe per una tale ragione fare

un notabile diffalco all' altezza poc' anzi calcolata? Io non oso risolutamente negarlo. Pure siccome questi fumi, secondo lo Spallanzani, a molta altezza si scioglievano, così vorrei credere ch'essi constassero in grandissima parte di vapore acqueo, prodotto da pioggia filtratasi a poco a poco nel monte sino al contatto della lava e quivi vaporizzata; e crederei che questo vapore non molto potesse penetrare, come già notai, sotto la superficie d'essa lava, e non molto effetto produrre sul livello di questa, al di là di quanto si è già calcolato. E se alcuno volesse credere considerabile un tale effetto, non saprei com' egli conciliercbbe la grande uniformità che si osserva nel livello di quelle lave con la grandissima variazione nella quantità di pioggia de' varii anni.

Qualche altro osservatore che si rechi a quel vulcano potrà darci risultamenti migliori, pigliando dalla natura dati più opportuni (per esempio, non determinando già l' altezza del monte, ma bensì quella del cratere, o, meglio ancora, d' alcuna delle bocche), e studiando con diligenza speciale le circostanze da cui dipendono le correzioni ai numeri fondamentali.

10. Dall' altezza or ora trovata a quella superiormente assegnata al lago infocato di Kirauea, l' una di 700 e l' altra di 840 metri, abbiamo una differenza di metri 140, circa cento trenta volte maggiore di quanto porterebbe la differenza di intensità della gravità. Però aspetteremo numeri più sicuri sì per l'uno che per l'altro vulcano, i quali potrebbero forse ingrandire una tale differenza, e fors' anche impiccioliria d' assai. Intanto, quale l' abbiamo testè trovata, ella è molto piccola, a paragone non solo delle dimensioni del globo, ma anche della grossezza della crosta terrestre. Nella supposizione infatti che quest' ultima sia grossa 60000 metri, la differenza suddetta non ne sarebbe che $\frac{1}{43}$. A togliere poi le incertezze che col tempo potrebbero nascere, se realmente il lago infocato di Kirauea variasse progressivamente d' altezza, avvertiremo che la trovata differenza si riferisce all' anno 1832, epoca delle osservazioni del signor Douglas. Per lo Stromboli abbiamo profittato delle osservazioni fatte da Hoffmann quasi contemporaneamente, cioè in 1831 e 1832; ma essendo assicurati ch'ei tiene sempre il suo cratere in un medesimo luogo, noi possiamo riguardare i numeri trovati per lui siccome valevoli per qualsivoglia altra epoca.

Una sì piccola differenza d' altezza fra le lave de' due vulcani si potrebbe tutta attribuire a una diversità di peso specifico delle lave stesse nell' interno delle due cavità vulcaniche per qualche loro differenza o di temperatura o di natura chimica o di entrambe ad un tempo. Poichè con una dilatabilità pari a quella del mercurio, che è pur uno dei liquidi meno dilatabili, basterebbero 13° C. di minore temperatura per rendere la lava dello Stromboli di $\frac{1}{10}$ più

densa di quella del Kirauea, e per accorciare in ragione di 431 a 430 l'altezza della prima, dalla sua superficie libera sino al fondo della crosta solida. E anche la natura chimica non avrebbe da variare gran fatto per dare una tale differenza di densità; non occorrerebbe al certo una diversità più grande di quella che realmente si scontra fra le lave eruttate in varii tempi da uno stesso vulcano. E anzi, senza ammettere differenza originaria nella materia liquida terrestre dall' uno all' altro luogo al di sotto della crosta, potrebbe bastare la circostanza che le parti che si vanno mano mano solidificando nella bocca dello Stromboli, vengono subito rigettate fuori di essa, lasciando indietro in istato liquido altre parti che forse non sono affatto della stessa natura delle prime; laddove nel vulcano di Kirauea o non ha luogo una siffatta separazione, o se mai ha luogo (p. e. coll'affondarsi di tanto in tanto le parti che si solidificano), non avviene essa a una maniera medesima. E in questi modi si potrebbero spiegare differenze anche più grandi di 140 metri, anche ascendenti a 200 metri, a 250 e più.

11. Così spiegando la suddetta differenza, rimane possibilissima la supposizione che l'interno di tutti i vulcani gettanti lava sia in libera comunicazione coll'interno del globo, e che la materia terrestre fusa goda di liquidità tale da poter prendere, con un sufficiente tempo, quella forma di superficie che è voluta dalle leggi dell' equilibrio. Passeremo ora a vedere se vi sieno ragioni per le quali una tale supposizione da semplicemente possibile si venga a ridurre molto probabile.

Cominceremo a considerare che quando fra i varii vulcani non vi fosse comunicazione libera, il divario fra le altezze delle lor lave potrebbe essere non già di centinaja ma di migliaja di metri; e sebbene l'accidente potesse dare soli 140 metri, e anche meno, sarebbe però un accidente poco probabile. E così la trovata vicinanza d' altezza s' accorda assai meglio colla ipotesi di una libera che con quella di una impedita interna comunicazione. La quale ragione, per quanto da sola non dia che una probabilità, accresce però peso alle molte altre che stanno in favore della stessa ipotesi della libera comunicazione interna. Una di queste altre ragioni è la molta rassomiglianza della natura chimica delle lave de' varii vulcani. Un'altra può essere la facilità colla quale gli strati de' terreni sedimentarii hanno potuto in varie epoche ridursi inclinati all'orizzonte, alzandosi da un lato e deprimendosi dall'altro, movimento assai facile a spiegarsi quando si ammetta che l'interno del globo sia tutto occupato da una massa liquida, difficilissimo invece quando si supponga che le parti liquide siano separate da altre solide interposte. Una altresì di tali ragioni ce la somministra lo stesso vulcano di Stromboli, nel quale, per quanta lava vada uscendo, il superiore livello di questa nol si vede giammai abbassare.

Però a queste ragioni possono anche venir contrapposte delle difficoltà. Le lave dei vulcani, dopo essere uscite, noi le sogliam vedere pastose e consistenti: sostengono esse le pietre che vi si gettano, sostengono le persone che il bisogno costringe a camminarvi sopra, e si fermano e s'alzano grandemente all'incontrare un ostacolo ecc. Ora non potrebbero elle essere così anche nell'interno? E così essendo, non potrebbero elle presentare delle grandi differenze di livello ne' varii vulcani? Per ben rispondere a tali dificoltà premetteremo, a maggiore intelligenza, alcune dottrine generali.

Molte sostanze venendo raffreddate, passano dalla liquidità alla solidità per salto; sono cioè affatto liquide fino a certa temperatura, e dopo questa (quando con particolari diligenze non si ritardi loro l'incominciamento della solidificazione) sono affatto solide; e se prima di divenir tali si toglie loro calorico a poco a poco, si riducono agevolmente ad avere ad un tempo stesso e colla medesima temperatura, una parte ancora affatto liquida ed una già affatto solida. Vi sono invece altre sostanze le quali passano da liquide a solide per gradi: sono prima perfettamente liquide e dotate di molta libertà di movimento, poi cominciano a farsi alquanto pigre al moto, quindi, crescendo gradatamente di consistenza, pigliano lo stato di corpi pastosi o molli, e infine divengono perfettamente solide. E ciò avviene spesso delle mescolanze di più materie che separate si solidificano a temperature diverse. Dapprincipio tutti i loro componenti sono liquidi, e tale perciò è anche la mescolanza; in seguito uno di tali componenti dovrebbe da solo essere già solido, ma rimane sciolto nell'altro o negli altri ancora liquidi; però continuando a raffreddarsi, la soluzione s'avvicina gradatamente ad essere satura; quindi, o subito dopo il limite della saturazione, ovvero, in certi casi, dopo passato qualche tempo, comincia una parte del componente summenzionato già sciolto a passare allo stato solido, ma in luogo di formare, come in altri casi, una qualche incrostazione o concrezione, nel caso nostro rimane sparso nella parte ancora liquida e sospeso in istato di finissime particelle o di fili o di squamette, i quali vanno mano mano crescendo di numero e di grandezza, e fanno diminuire la scorrevolezza della massa; e ciò insino a che non sopravvenga la solidificazione anche dell'altro o degli altri componenti.

Però questi corpi che possiamo dire semifluidi possono essere di due maniere. Alcuni, quale sarebbe la soluzione allungata di colla animale rappresa e le altre sostanze gelatinose, sono tenerissimi, o tali da potersi rompere con pochissima forza; nulladimeno sono elastici, tornando a riacquistare le forme precedenti dopo cessata l'azione delle forze estranee; e se sono piccoli, conservano sensibilmente la loro forma senza spianarsi e pigliare superficie orizzon-

tali, mostrando con ciò di resistere alle piccole forze, sebbene queste sieno continuate a lungo. E io attribuirei ciò all'avere la parte già fatta solida presa la forma di un tessuto reticolare o cellulare, il quale come scheletro resistente ed elastico sostenga la massa nelle sue varie parti, e le dia non solamente attitudine a resistere alle deboli forze, ma anche elasticità. Altri invece sono bensì alquanto resistenti all'azione delle forze istantanee, per esempio, a una subita pressione, nè vi cedono che lentamente; ma però a poco a poco vi cedono per intero, e lasciati a sè medesimi in vasi non affatto pieni, prendono superficie perfettamente orizzontali, presentando persino il rialzamento alle pareti dovuto alla capillarità, nella precisa maniera de' liquidi perfetti. Così fa la trementina, così una mescolanza in certe proporzioni di trementina e di pece greca; le quali possono conservare per qualche tempo una superficie inclinata, ma poscia si spianano (1). E questo io stimerei accadere quando il liquido non è imbarazzato da parti solide filiformi o lamellari estesamente ramificate e collegate, ma o manca di parti solide disseminate, solo avendovi un notabile attrito fra le molecole, ovvero, se ha piccole parti solide sparse, formate ciascuna dall'aggregazione di moltissime molecole precipitate, ha queste isolate l'una dall'altra e nuotanti, ed esso liquido non ne acquista elasticità, ma dalla loro moltitudine è reso meno libero ne' suoi movimenti. Qualunque ne sia la cagione, l'esistenza di simiglianti corpi è certa, e la consistenza loro è tanto più grande quanto più bassa è la temperatura, forse per la maggiore attrazione vicendevole delle molecole dotate di semifluidità, e forse per la maggior moltitudine o grandezza delle particelle solide disseminatevi. Come pure si osserva in questi corpi (e ciò vuol essere da noi particolarmente avvertito) una tanto

---

(1) V. il mio *Corso di Fisica*, Tom. II, pag. 345 e seg. Si cita ivi, pag 144, il fatto di una massa cilindrica di pece greca, trementina e poco alcool, che si lasciava piegare da forze debolissime quando erano abbastanza continuate, mentrecchè lasciata cadere a terra si rompeva in pezzi qual vetro, con frattura vitrea. Ho ultimamente provato a fare con della trementina un livello a bolla d'aria; dove a poco a poco la bolla prendeva la medesima figura come in un livello ad alcool; e in molte prove fatte alla temperatura di + 20° C., essa si metteva in moto per inclinazioni leggerissime, anche minori di un minuto primo, ossia di 1 in altezza per 4000 di lunghezza. Ho altresì provato a porre della trementina in un piattello, dove dopo qualche mezz'ora perdeva tutte le bollicine sparsevi e acquistava una regolare superficie orizzontale; e guardando con un cannocchiale l'immagine di un oggetto riflessa da questa superficie, e quindi piegando leggerissimamente il piattello, vedeva l'immagine ricondursi in quattro o cinque minuti alla posizione di prima, senza che rimanesse differenza sensibile: e facilmente avrei potuto accorgermi di una differenza di 6″.

maggiore scioltezza e libertà di moto, quanto più le masse loro sono grandi (1).

A quest' ultima classe di corpi io crederei doversi appunto riferire la lava dopo uscita dai vulcani. Al suo primo uscire dalle sommità o dai fianchi di tali monti ovvero dalle spaccature del terreno, spesse volte ella si mostra liquida come l' acqua ed agilissima nel muoversi (2), e talvolta si è perfino veduta spicciar verso l' alto (3). Ma appena arrivata all' aperto, ella diviene pigra, viscosa, tenace. Il che io attribuisco all' uscire ch' ella fa con una temperatura già assai prossima alla solidificazione, come dev' essere d' una materia liquida, la quale da molte migliaja d' anni seguita lentamente ma continuamente a solidificarsi, e di cui la parte che esce in una eruzione, trovavasi poco prima contigua o assai vicina alle parti divenute ultimamente solide, e forse aveva già essa stessa acquistato qualche semifluidità; e se fosse rimasta a suo luogo avrebbe dovuto fra non molto ridursi essa pure interamente solida. Una materia siffatta, giungendo in mezzo all'aria e perdendo rapidamente calorico, non può a meno che prendere in breve tempo una maggiore consistenza, specialmente alla superficie, cioè divenire viscosa e lenta a muoversi, e rivestirsi di una

---

(1) Le grandi masse di fango, anche alquanto consistenti, possono ne' terreni inclinati concepire un lento movimento. Venne questo osservato dal signor Milward nell'isola di Malta, in occasione che dal Porto della Valletta era stata cavata una quantità di fango tale da coprire circa due acri ossia 8000 metri quadrati di terreno: essendo stato questo fango diluito dalla pioggia nell'autunno 1846, si pose esso lentissimamente a scorrere verso le parti più basse del terreno alla maniera di un liquido (*Bibl. Univ.* Juin 1849, p. 140). Un simile scorrimento venne osservato dal signor Collin nel terreno argilloso in due diverse occasioni, una volta cioè in Borgogna, e un'altra presso la strada di ferro di Versailles; nel primo de' quali scorrimenti la materia aveva tale consistenza da potersi tagliare e reggere da sè con una inclinazione di 30° a 40°, ad onta di che il signor Collin potè vedervi per due mesi un lento moto giornaliero, senza che intanto fosse sopravvenuta pioggia a cui si potesse attribuire un rammollimento della massa.

Alla stessa cagione della grande massa si può attribuire il movimento de' ghiacciai, i quali giusta osservazioni sicurissime scendono progressivamente lungo i declivii delle montagne per parecchi pollici ogni giorno, e considerando in essi più punti situati in una stessa verticale, si veggono dotati di moto più veloce i superiori. In una osservazione di Dollfus, Otz e Martins un punto situato sotto di un altro ad una distanza verticale di metri 7,13 rimase indietro in 18 giorni per un tratto di 20 pollici dall'altro più elevato (*Comptes rendus*, ec. dell'Accademia di Parigi, 26 Ott. 1846, p. 823 e seg.)

(2) Douglas la vide nel lago di Kirauea muoversi colla velocità di tre miglia e un quarto all'ora. De Buch, *Description des iles Canaries*, p. 381.

(3) Leonhard, *Geologie*, T. V, pag. 272. Converrebbe però vedere se ciò avveniva per espansione di gas o per sola pressione idrostatica.

corteccia resistente. Seguita non pertanto a muoversi per molto tempo, mostrando che nelle parti interne le rimane una sufficiente liquidità; e arrivando in uno spazio piano ovvero concavo dove s' abbia a fermare, si spiana subito a modo di un lago. Il tutto a similianza di una gran massa di trementina che si trovi da poco tempo in un luogo freddissimo e che siasi perciò rivestita alla superficie di uno strato più resistente.

Da tutto questo vorrei conchiudere che la lava nell'interno del globo è certamente assai liquida. Però, quando anche nol fosse moltissimo e le sue parti avessero una certa viscosità o aderenza vicendevole, nulladimeno, trovandosi dentro ai vulcani in assai grandi masse e in masse di gran lunga maggiori nell'interno della terra, e stando ivi sotto l'azione di forze lungamente continuate, è da credere che ella obbedisca a queste forze a modo di materia liquidissima, e che pigli nelle diverse parti della sua superficie libera quelle precise forme e disposizioni che sono richieste dalle leggi dell' equilibrio.

Che se, ad onta di quanto abbiam detto, piacesse ad alcuno di ammettere che la parte liquida del globo, lasciata a sè stessa colla sua attuale temperatura, possa conservare durevolmente un leggerissimo squilibrio, ei dovrebbe concedere che anche questo, nello stato fisico delle cose, verrebbe tolto col tempo dai terremoti, ne' quali otterrebbero effetto maggiore tutti quegli urti e scotimenti che operano a seconda della gravità, e minore effetto i contrarii. E vi potrebbero altresì contribuire i continui cangiamenti della pressione atmosferica e il flusso e riflusso del mare, in conseguenza dei quali viene ad essere or più ed or meno aggravata la sottoposta crosta, la quale cedendo alcun poco può premere anch'essa a vicenda or più or meno la sottoposta massa fusa, e ajutarla a muoversi, a lungo andare, secondo la direzione a cui facesse invito la gravità.

In considerazione di tutto ciò io ammetto che se la densità delle lave fosse dappertutto uniforme, queste, tolto il piccolissimo effetto dipendente dalla diversa energia della gravità, salirebbero allo stessissimo livello in tutti quei vulcani ove potessero avere una superficie libera; e che quando veggiam mancare una siffatta identità di livello, il fatto non solo possa ma debba attribuirsi a una differenza di densità, la quale ove è più grande faccia sì che l' altezza sia minore, e viceversa (1).

---

(1) L' esistenza di un livello generale nelle lave libere in grazia di una comunicazione di tutti i vulcani coll' interno della terra, è cosa già ammessa da altri, e fra questi dal già citato sig. Angelot (*Bulletin de la Société Géologique de France*, T. XIV, p. 47 e 48). Quello in che io stimo d' aver recata innanzi la questione si è l' aver dimostrato che la elevazione

12. Per vedere meglio quali differenze d'altezza possano aver luogo, in grazia della diversa densità, nelle superficie libere delle lave de' vulcani, come anche per confermare vie maggiormente queste nostre dottrine, sarebbe desiderevole di poter trovare altri vulcani in condizione somigliante ai due poc'anzi considerati. E tale alcuni asseriscono esser quello di Ometep nello Stato di Guatimala in America, in un' isola del lago di Nicaragua, cui dicono trovarsi esso pure in istato di eruzione continua (1). Di questo sarebbe importante anche la posizione geografica, trovandosi a grande distanza da entrambi gli altri due succitati. Simile dicono che fosse, quando arrivarono in America gli Spagnuoli, il vulcano di Massaya nel medesimo Stato di Guatimala, a poca distanza da Granada. Si narra che nel suo cratere si vedesse continuamente una materia liquida, somigliante a un metallo fuso, attraversata con molta forza e con molto strepito da fiamme visibili dal mare a 25 leghe di distanza, e talmente vive che alla notte si poteva leggere alla distanza di una lega (2). Benchè la sua attività sia ora cessata, potrà forse, chi ne abbia l'opportunità, raccogliere dalla tradizione o da indizii rimasti, dei dati giovevoli al caso nostro.

E forse, diligentemente studiandoli, potrebbero dar qualche lume anche alcuni di quei vulcani che presentano soltanto eruzioni temporanee. Converrebbe però scegliere epoche opportune. Non crederei, per esempio, utili allo scopo quelle eruzioni in cui non vengono scagliate che materie solide ed aeriformi, senza accompagnamento di materie fuse, come avvenne, p. e., quando nel 1831 emerse per qualche tempo dal mare l' isola Ferdinandea fra la Sicilia e l' Affrica (3), e come avvenne altresì nella grande eruzione del monte Ararat in Armenia nel 1840 (4). Poichè in queste potrebbe il tutto operarsi senza che le bocche vulcaniche avessero comunicazione coll'interno della terra. Potrebbe cioè penetrare dell'acqua o dolce o marina sino a quelle profondità ove la crosta terrestre è rovente ma ancor solida; e bastando un tal calore a dar vapori di fortissima tensione, potrebbero questi ultimi scagliare in alto i pezzi incoerenti sovrapposti, come pure quelli ch'essi vapori svellessero dalle contigue rocce, e più agevolmente quelli fra essi pezzi i quali fossero più piccoli, e produrre fenomeni violentissimi, come fu appunto l'eruzione dell'Ararat.

---

di tali lave è determinata dal peso della crosta terrestre, il quale fa con esse equilibrio, e l' averne tentato una approssimata misura.

(1) Collegno, *Geologia*, p. 113, Torino, 1847. — Lyell., *Principles of Geology*, T. II; p. 532, ediz. 1837.

(2) De Buch, *Description*, ecc., p. 505.

(3) Leonhard, *Geologie*, T. V, p. 179 e seg.

(4) *Ib.* p. 391 e seg.

Nemmeno potrebbe trarsi partito dalle eruzioni con lava ma molto forti, almeno in que' giorni in cui le materie venissero eruttate con grande violenza. Perocchè delle lave liquide che venissero mandate fuori in queste occasioni, non sarebbe lecito attribuire interamente l'uscita alla sola pressione della crosta terrestre sul sottoposto nucleo liquido; ma vi potrebbero altresì aver parte i fluidi aeriformi, i quali o sviluppandosi repentinamente sotto la superior superficie di queste masse fuse sollevassero queste mediante la loro forza espansiva, o mescendosi seco loro (1) ne favorissero l'innalzamento coll'aumentarne il volume e diminuirne il peso specifico. Nel qual caso quantunque il peso della crosta terrestre concorresse alla loro salita, sarebbe però impossibile il calcolare la parte di effetto dovuto a un siffatto peso. Possono però darsi fenomeni più tranquilli e regolari e giovevoli all'uopo nostro, come son forse quelli di cui io passo a parlare.

Spessissime volte i vulcani emettono de' torrenti di lava da squarciature apertesi ne' loro fianchi. Per citarne un noto esempio, nell' eruzione che distrusse Torre del Greco nel 1794, la lava si fece strada da parecchie aperture formatesi in un fianco del Vesuvio, su di una stessa retta linea discendente, e delle quali la più alta era a 1516 piedi, ossia a 492 metri sopra il livello del mare (2). Il più delle volte l'Etna manda lava da aperture somiglianti fattesi nelle parti basse del monte, e fra dieci eruzioni una sola succede dal suo cratere (3). Nell'Islanda esce talvolta un'immensa quantità di lava da screpolature apertesi nel terreno; così avvenne l'11 giugno 1783 da più luoghi d'una screpolatura larga 200 (?) tese e lunga qualche miglio, formatasi presso il vulcano Skaptaarjökul (4). Ora se in alcuno di questi casi si potesse aver certezza che la lava uscente è in continuata comunicazione coll' interno della terra, senza frapposizione di materie aeriformi, e che non è soggetta ad altra forza impellente che al peso della crosta terrestre, non altro avendo fatto le cause straordinarie che aprire un passaggio attraverso alle rocce o al terreno e dar cominciamento all'uscita; in un tale caso il livello normale di essa lava si

---

(1) Collegno, *Geologia*, pag. 420.

(2) Leonhard, *Geologie*, T. V, p. 272. Molti esempi di siffatte bocche laterali apertesi nel Vesuvio possono vedersi citati nell'opera avente per titolo *Napoli e i luoghi celebri delle sue vicinanze*, pubblicatasi in Napoli nel 1845, in occasione del Congresso degli Scienzati colà tenuto, T. II, p. 395 e seg.

(3) Daubuisson, *Géognosie*, l. 176. — Collegno, *Geologia*, p. 98 e 99.

(4) Leonhard, *Geologie*, T. V, p. 312.

riterrebbe dover essere di qualche cosa, ma non d'assai superiore alla più alta di quelle aperture; la quale perciò ci darebbe un limite minore dell' altezza che si desidera. Non mi parrebbe opportuna a quest' uopo la citata eruzione vesuviana del 1794, essendo la lava uscita da quelle bocche laterali con troppa violenza (1). D' altre eruzioni più antiche non crederei prudente il far conto, non essendo sì facile il saperne esattamente le circostanze, delle quali sarebbe pur necessario aver nozioni ben chiare. Forse si potrebbe trarre partito da qualcuna più recente, sia pel poterne avere più facilmente un' esatta descrizione, e sia pel poterne al bisogno interrogare i testimonj oculari. Fra queste potrebbe forse servire quella dell' inverno 1819-1820, e in particolare il torrente di lava ove il 16 gennajo 1820 perì infelicemente per alienazione mentale il francese Coutrel (2). In questo, dopo un mese dalla prima uscita, la lava scorreva con tanta abbondanza e regolarità, che io crederei molto probabile ch' essa fosse in continuata comunicazione coll' interno della terra, e che, dopo il primo impeto, seguitasse a sgorgare per semplice effondimento voluto da una maggiore altezza interna. Il torrente infocato correva nell'*Atrio del Cavallo*, la cui elevazione è fra i 750 e gli 800 metri al di sopra del livello del mare (3). Un' altra effusione di lava che forse potrebbe pure venire considerata fu quella che ebbe luogo poco sopra al detto Atrio del Cavallo nel febbrajo dello scorso anno 1850, da parecchie bocche che si erano aperte per una screpolatura formatasi da quel fianco nel gran cono del Vesuvio (4). Però non essendo io al fatto di tutte le minute particolarità, non posso che raccomandare queste ricerche ai dotti di quei paesi.

Alle volte questa lava esce scagliata in piccoli pezzi a getti interrotti, nel modo veduto dallo Spallanzani e dall'Hoffmann nello Stromboli. Così avveniva nel Vesu-

---

(1) Veggasi la narrazione datane da Sir William Hamilton nelle *Transazioni filosofiche* pel 1795, parte I, pag. 73.

(2) Ne fu data notizia all'Accademia delle Scienze di Napoli il 20 gennajo 1820, dal signor ab. Teodoro Monticelli, il quale la pubblicò altresì nel secondo volume delle sue opere a pag. 67.

(3) Secondo osservazioni e calcoli di Humboldt riportati dall' ab. Monticelli (*Opere*, T. II, p. 256) il piano dell'*Atrio del Cavallo* sarebbe alto sul livello del mare tese 384,4 ossia metri 749. E secondo le osservazioni medesime, ma con altri calcoli dello stesso Humboldt (*Tableaux de la Nature, traduits par* F. Hoefer, Milano 1851, p. 366) il suddetto piano sarebbe alto tese 403, ossia metri 785.

(4) Scacchi, *Relazione dell'incendio accaduto nel Vesuvio nel mese di febbrajo* 1850 ecc.; nel *Rendiconto delle Adunanze*, ecc. dell'Accademia delle Scienze di Napoli, pe' mesi di gennajo e febbrajo 1850 a pag. 13 e segg., e segnatamente a pag. 20.

vio la notte dal 23 al 24 settembre 1845, quando visitai anch'io un tale vulcano. La parte suprema del monte, ordinariamente scavata e a cui si dà il nome di cratere, era allora tutta riempiuta di pezzi di scorie, e in luogo d'essere nel suo mezzo più bassa, vi mostrava anzi un monticello, forato nella sommità e dante dall'apertura un continuo fumo e interrotti getti di scorie. Si udivano ripetersi dal di dentro della cavità quegli strepiti che lo Spallanzani rassomigliava a colpi di bastone sull'acqua, e che a me parevano sbattimenti d'onde che a brevi intervalli andassero a flagellare il lido. E l'occhio vedeva sporgere fuori di tanto in tanto una moltitudine di corpi roventi, i quali per più volte tornavano immediatamente a rientrare, per ricomparire subito dopo o essi stessi tutti insieme o forse altri somiglianti. Dopo parecchi di quegli strepiti e di quelle salite e discese, usciva con maggior forza e a maggiore altezza, forse sino a 100 o 120 piedi sopra la bocca, un getto più copioso, in linee divergenti, nella guisa di tanti razzi d'un fuoco d'artificio. E i più di questi pezzi cadevano all'esterno del monticello, il quale si vedeva di poi per parecchi secondi sparso di punti rossi, e intanto andava per essi crescendo di mole. Alcuni cadevan più lungi, sul piano che allora circondava il monticello; ed uno cadutomi vicino, lo vidi essere un pezzo di scoria soffice, della grossezza di un pugno. Io stimo che allora la cavità verticale che finiva alla cima del monticello, e che inferiormente scendeva, a quanto è da presumere, sino a comunicare colle parti interne della terra, contenesse sino a grande altezza, a somiglianza dello Stromboli, della lava liquida; e che attraverso a questa, cominciando non saprei dove, sorgessero delle bolle aeriformi, le quali innalzandosi si distendessero, e arrivate alla superficie scoppiassero e scagliassero in alto i pezzi mezzo solidificati della pellicola d'essa lava, lanciandoli talora a minore altezza e lasciandoli tutti ricadere dentro la cavità, taluna volta senza nemmeno farli sporgere fuori (ed essi ricadendo, e urtando o le pareti o il fondo, davano que' colpi); talora invece le dette bolle, forse allora più grandi, lanciassero que' pezzi più all'alto, e li gettassero fuori. E mi parrebbe altresì che questo fenomeno avrebbe potuto durare allo stesso modo senza fine, quando senza fine e senza diversità di grandezza avessero potuto durare quelle bolle, e i pezzi cadenti all'esterno fossero stati continuamente levati via. Crederei dunque che allora la colonna della lava, fatta specificamente più leggiera pei fluidi aeriformi disseminativi, si trovasse in equilibrio colla rimanente materia liquida del globo e altresì col peso della crosta solida terrestre. E se si fosse potuto determinare questo suo alleggerimento, e inoltre la profondità della superficie della lava dentro al monticello (al che, secondo un pensiero dello Spal-

lanzani (1), può servire il ritardo dell'arrivo di quegli strepiti, ritardo che sarebbe ora facile misurare col *contatore* di Bréguet), si sarebbe, cred'io, potuta calcolare la cercata altezza normale. Ad ogni modo questa sarebbe stata inferiore all'altezza del monticello, alto in allora circa metri 1176 (2). Per recarci più presso al vero, noi possiamo considerare che il detto monticello, come anche l'interno del cratere, erano precedentemente più bassi, e anzi al cessare dell' ultima eruzione avvenuta nel 1839 il monticello mancava affatto, e il cratere presentava la forma di un profondo imbuto accessibile sino al fondo, e giudicato dal signore Scacchi (3) con misure barometriche, della profondità di metri 285, partendo, vorrei credere, dalla *Punta del Palo*. Rimasto tranquillo il monte sino all' autunno del 1841, cominciò allora per piccole eruzioni a formarsi verso il centro dell'imbuto un po' di cono. Dopo di che i pezzi di scorie lanciati e le piccole effusioni di lava abbandonate in istato solido andarono successivamente aumentando l'incominciato cono, e riempiendo il cratere, tanto che quest'ultimo nel 1845 arrivò ad essere colmo (4). E seguitarono di poi a crescere e cratere e monticello ancor più. Ora io vorrei ammettere che al principio delle citate piccole eruzioni la colonna di lava racchiusa nell'interno del monte si trovasse in equilibrio col peso della crosta terrestre; e che perciò, per ottenere l' altezza normale che noi cerchiamo, sarebbe da determinare l'altezza che aveva la superficie di essa lava all'epoca delle suddette prime piccole eruzioni. Il che ci permette di togliere addirittura i 285 metri della profondità che aveva da principio il cratere, dai 1203 dalla Punta del Palo, e di ridurli a soli metri 918. Però questo numero non è che un limite maggiore, da cui è ancora da dedurre la profondità che aveva la lava al di sotto del fondo dell'imbuto, e inoltre, ciò che è assai più, tutto l'effetto dei fluidi aeriformi disseminati lungo la colonna

---

(1) *Viaggi alle Due Sicilie*, T. II, p. 82.

(2) Secondo il signor Amante, il 20 novembre 1845 arrivava il piccolo cono del Vesuvio all' altitudine di metri 1181,7, rimanendo perciò al di sotto della *Punta del Palo*, ch'era allora la più alta parte dell'orlo del cratere e che, come dissi, si stima di metri 1203. Lo stesso piccolo cono il 16 agosto 1847 giungeva a metri 1240,1, essendo cresciuto di 58 metri in 21 mesi. Perciò retrocedendo dal 20 novembre 1845 fino al 24 settembre di quell' anno, cioè 57 giorni, e non avendo riguardo a diverse vicende e variazioni di attività non assoggettabili a calcolo, sarebbero da levare metri 5,8; il che ridurrebbe l' altezza a metri 1176. Si veggano per le indicate misure i *Comptes rendus* dell'Accademia delle Scienze di Parigi, 21 settembre 1847, pag. 468.

(3) *Rendiconto*, ec. già citato a p. 22.

(4) *Napoli e i luoghi celebri*, ec. T. II., pag. 405. — Scacchi, *Rendiconto*, ec. dell'Accademia delle Scienze di Napoli, Gennajo e Febbrajo 1850, p. 37 e seg.

di essa lava. Ma quest' effetto è difficilissimo a determinarsi, soltanto parendo certo che i detti fluidi non erano che una porzione di quelli che facevano continuamente fumare il vulcano (1). Qui pertanto fermandoci, noi possiamo ritenere con qualche probabilità che il livello normale della lava del Vesuvio si trovi fra i 750 e i 918 metri (2).

Moltiplicando siffatte osservazioni, e trovando altri limiti maggiori, come pure altri limiti minori, e scegliendo i più piccoli fra i primi e i più grandi fra i secondi, si potrebbe forse arrivare ad una misura alquanto determinata, la quale si terrebbe per altezza normale della lava di questo vulcano a' nostri tempi. E lo stesso si potrebbe tentare per altri vulcani.

Ma io non intendo con questi esempii che di presentare de' pensieri, e di additare forse una via. Il pochissimo che io ho potuto vedere de' fenomeni vulcanici non mi permette di più. E veggo ottimamente che il recar a termine, seppure son possibili, queste ricerche, spetta soltanto a chi abbia continuamente sott' occhio i fenomeni e ne possa valutare tutte le circostanze, alcune delle quali, non ben considerate finora nelle descrizioni, possono essere importantissime; oppure a chi, avendo già fatti lunghi studii sul luogo, abbia di questi

---

(1) Sul fumo del Vesuvio penso di tornare nel 3.° articolo della presente Memoria.

(2) Nel 1752 era capitato al P. Gio. Maria Della Torre, in una delle molte sue visite al Vesuvio, di veder giù sino al fondo della voragine, la quale stava aperta quasi verticalmente dentro il cratere, e da cui si scorgeva un vivissimo fuoco, allora senza fumo. Lasciatevi cadere alquante pietre, non gli riuscì mai di farle andare così diritte da non urtare continuamente contro le prominenze delle pareti; ed esse, trovando questi intoppi, impiegavano per arrivare in fondo 12 minuti secondi, mentre, a parer suo, se avessero potuto scendere liberamente, non vi avrebbero impiegato più di 8″. Una volta (il 1.° luglio di quell'anno) gli parve di aver trovato un luogo sovrapposto al fondo in esatta linea verticale, dal qual luogo esso fondo gli appariva come una vasta caldaja di vetro liquefatto, da cui usciva di fianco un denso fumo con un cupo ma forte rimbombo della caverna; e, in un momento che il fumo si volgeva lontano da lui, aveva già lasciata cadere una pietra eh'egli sperava non dover trovare ostacoli, e che era già scesa liberamente per 5″; ma essendo stato improvvisamente involto dal fumo, fu obbligato a ritirarsi senza poter compiere la sperienza (Della Torre, *Storia e fenomeni del Vesuvio*, Napoli 1755, pag. 20 e 21). Un altro tentativo fatto dal cav. Pietro De Castro nel 1754, con uno scandaglio del peso di 33 libbre attaccato a un grosso filo di ferro lungo 1200 piedi parigini, non riuscì nemmeno esso a buon fine, essendosi rotto il filo dopo una discesa di soli 170 piedi (*ibid.* pag. 80). L' apertura della voragine che servì a quei tentativi era a circa 190 piedi al di sotto dei punti più elevati dell' orlo del cratere (*ibid.* pag. 116).

Se queste prove fossero ben riuscite, i risultamenti avrebbero dovuto riguardarsi come limiti maggiori, però assai prossimi al vero.

fenomeni nozioni molto più chiare ed estese di quelle che uno può farsi col solo mezzo delle relazioni scritte. Ed anzi, con quel poco che io ho ardito suggerire a chi è assai più di me versato in questi argomenti, sentirei d'avermi meritata la censura di temerario, se non avessi avuta più volte l'occasione di persuadermi che molti valentissimi geologi non hanno sempre abbastanza presenti alcune dottrine matematiche; in quella guisa che a vicenda un fisico o un matematico può facilmente ignorare alcuni fatti geologici anche assai ovvii. *Non omnia possumus omnes.*

Queste conclusioni vengono avvalorate, benchè un po' da lontano e in un modo meno chiaro e preciso, da diversi altri fatti. Uno di questi sta nell'osservare con quanta maggiore facilità spiccino le lave dai fianchi de' vulcani e dalle basse aperture che non dai crateri e dalle aperture elevate, e come in quest'ultimo caso esse pajano esigere l'ajuto di impulso o di mescolanza di fluidi aeriformi. Nell'America, per es., il punto più elevato da cui siasi veduta uscir della lava si è il vulcano di Giorullo, alto 1317 m. sopra il mare (1). Richiamerò anche la bella osservazione del professore Mario Gemellaro, il quale trova una relazione particolare fra le eruzioni che si producono in diversi punti d'una stessa fessura: egli osserva che la violenza interna aumenta quando si abbassa il punto dell'eruzione, dimodochè le sabbie gittate dai varii orifizii s'innalzano sino alla stessa altezza assoluta, come se il fenomeno fosse determinato sempre da una pressione d'ugual forza (2). Ora tutto questo (senza negare che anche altre ipotesi ci si adattino) mi pare affatto consono colla supposizione che in tutti i luoghi della terra sia la interna materia liquida sottoposta a una pressione uniforme, la quale sia l'ordinaria cagione dell'uscita delle lave nelle eruzioni; e che in forza di questa pressione, quando si venisse ad aprire attraverso alla terrestre crosta un libero passaggio, e il liquido uscente venisse tenuto raccolto in una cavità murata sufficientemente alta e ivi mantenuto puro da meschianze aeriformi, dovrebbe esso salire sino ad un'altezza, non rigorosamente uniforme (attese le piccole differenze di densità), ma però non molto differente dall'un luogo all'altro. Quest'altezza poi dovrebbe al certo essere superiore al livello del mare per parecchie centinaja di metri, non però grandissima in nessun luogo, per esempio non maggiore di un migliajo di tali metri. E se noi adottassimo per medio valore di questa altezza quella che si deduce dai due vulcani il Kirauea e lo Stromboli, io credo che non andremmo lungi gran fatto dal vero.

---

(1) Collegno, *Geologia*, p. 96.
(2) *Ibid*, pag. 99.

13. Un altro dato servente a paragonare le due densità che ha la materia terrestre quando è solida e quando è liquida, abbiam detto essere la media elevazione della superficie fisica terrestre al di sopra del livello del mare. E intendo sotto questa denominazione l'altezza che si otterrebbe immaginando che il mare, senza cangiar di volume, si agghiacciasse, e tutte le masse che superano il suo livello si liquefacessero e vi si stendessero sopra in forza della gravità.

Per determinare quest' altezza media di cui io proponeva la ricerca, ma con poca speranza di riuscita, nel citato Congresso scientifico di Padova (1), possiamo ora fortunatamente profittare di alcuni risultamenti pubblicati in quello stesso anno dal celeberrimo Alessandro De Humboldt (2). Egli trova che l' altezza media dei continenti terrestri, esclusa l'Affrica, è prossimamente di 307 metri al di sopra del livello del mare (3), almeno è questo, die' egli, un limite maggiore, un numero cioè del quale la vera altezza media può essere minore ma non più grande. Ammettendo che questo numero non possa variare gran fatto coll'aggiungere l'Affrica e tutte le isole e le parti eminenti agghiacciate dei mari polari coi loro monti, e che tutte insieme le parti superficiali asciutte o solide equivalgano ad un terzo della totale superficie di esso globo (4), ne verrebbe che la media elevazione dell' intera superficie fisica del globo è attualmente di circa 102 metri al di sopra del livello del mare. Nel che avvi senza dubbio un' incertezza di qualche decina di metri per tutte le dubbiezze dei dati assunti, e questa piuttosto in meno che in più, per essersi presi tutti i dati possibilmente maggiori del vero.

14. Paragonando un tale risultamento con quello precedentemente ottenuto per l' altezza delle lave, e concedendo pure che meritino molta rettificazione sì l'uno che l' altro, mi pare nulladimeno indubitabile che la superficie libera e tranquilla di esse lave debba in ogni luogo della terra superare di parecchie

(1) Atti del Congresso medesimo, p. 441.

(2) Nella seduta dell'Accademia delle Scienze di Berlino del 18 luglio 1842.

(3) *Allgemeine Zeitung* di Augusta, 6 Ottobre 1842; Appendice, p. 2226. — Collegno, *Geologia*, p. 11. — Humboldt, *Kosmos*, T. I, p. 319, 478.

(4) Ommettendo i mari agghiacciati, valutano alcuni la superficie asciutta del globo a un quarto della superficie totale (Collegno, *Geologia*, p. 11); altri invece a un terzo (Gehler's *Physikalisches Wörterbuch neu bearbeitet*, art. *Erde*, pag. 1117). Io ho fatto uso di questo secondo rapporto, affine d'avere per la media elevazione del globo piuttosto un numero eccedente il vero, anzicchè uno minore. Stimo similmente che ecceda il vero il rignardar l'Affrica e le isole e i mari glaciali uguali in elevazione media agli altri continenti. E anche Humboldt, con quelle sue determinazioni, intende di dare un numero piuttosto superiore al vero. Talchè il risultamento finale è da riputarsi un limite maggiore.

centinaja di metri la media elevazione della superficie fisica della terra stessa. Ora un tale fatto non si può assolutamente attribuire a uno sforzo della tenacità della crosta terrestre, la quale sostenga la materia fusa a molto maggiore altezza di quella richiesta dall' equilibrio col peso della crosta stessa, avendo noi già veduto nel primo articolo di questa Memoria, che solo per una altezza di pochi centimetri potrebbe il liquido essere sostenuto da cotale tenacità. Ma tutta l' elevazione che da questi nostri ragionamenti si deduce, ad eccezione forse de' detti pochi centimetri, è dovuta a un siffatto peso della crosta; la quale gravitando sul liquido e premendolo, lo tiene elevato sino a quel punto che questo liquido, premendo a vicenda di sotto in su la superficie infima della crosta, tanto più fortemente quant'egli è più alto, possa interamente sostenere quest' ultima. E ne possiamo concludere, che esigendosi nel liquido una maggiore elevazione che nella crosta solida per potersi essi controbilanciare a vicenda, deve quest' ultima avere una densità maggiore.

Che anzi se noi potremo col tempo precisar meglio i trovati numeri, e altresì determinare con qualche sicurezza sino a quale profondità media arrivi la crosta terrestre, noi potremo allora assegnare anche il rapporto delle due densità. Immaginiamo infatti che il terrestre inviluppo solido sia distinto in tante strette parti prismatiche co' lati paralleli alla direzione della gravità e colle basi normali a questa (o più rigorosamente parlando, in tante strette parti, fatte a guisa di tronchi di piramide aventi il vertice nel centro terrestre), e che cotali parti prismatiche sieno tutte slegate e indipendenti l'una dall'altra, ma coi pesi equilibrati ad uno ad uno colle pressioni esercitate all'insù dalla materia liquida sulle loro basi inferiori. Noi potremo esser certi che in questo supposto ciascuno de' prismi solidi graviterebbe precisamente sopra la propria inferior base quanto farebbe un prisma liquido eretto sulla base medesima, avente anch' esso i lati paralleli alla gravità, ma la base superiore situata al livello normale della lava in quel luogo. Ora prescindendo dalle piccole differenze della sezione trasversale e della energia della gravità ne' varii punti di ciascun prisma sì solido che liquido, la suddetta uguaglianza di pressione in ciascuna coppia di prismi di comune base ci conduce ad ammettere fra essi una uguaglianza di massa, e altresì una uguaglianza di massa fra la intera crosta solida e un inviluppo di lava che avesse la medesima superficie interna, e per superficie esterna quella del livello normale della lava stessa. E attesa l'uguaglianza di massa, le densità sarebbero in ragione inversa dei volumi, ossia, trascurando le minuzie, in ragione inversa delle grossezze medie dei due inviluppi indicati, cioè del reale inviluppo solido e dell' inviluppo liquido ipotetico or ora definito.

Se in vece le dette parti prismatiche di cui supponiamo formata la crosta,

dopo rese fra loro indipendenti, non si trovano equilibrate col liquido, ma le une tendono a discendere e le altre a salire, e collegate in vece fra loro e ritenute ai loro luoghi, alcune tendono a recare all' ingiù le loro vicine, e altre tirano le loro vicine all' insù; in questo caso, in grazia del grande frammischiamento vicendevole di queste diverse parti, noi possiamo ritenere che la somma delle forze traenti all' ingiù uguagli quella delle forze traenti all' insù; e che perciò, togliendo massa di sopra alle parti troppo pesanti, e aggiungendone sopra quelle troppo leggiere, in modo da stabilire un parziale equilibrio fra il liquido e ciascuno de' prismi solidi e da ridurre le cose al caso contemplato poc' anzi, tanta debba essere la complessiva massa levata alle prime quanta quella aggiunta alle seconde, senza che la quantità totale della massa solida varii da quella di prima. Ma nel caso degli equilibrii parziali abbiamo già trovata la totale massa del solido uguale a quella del liquido che lo equilibra. Dunque è uguale a quest'ultima anche la nostra massa solida prima di cotali equilibrii, cioè la massa della crosta solida nello stato in cui essa è realmente. E anche in questo caso avremo la densità media della crosta tanto maggiore di quella dell'inviluppo liquido, quanto maggiore è il volume di questo in paragone del volume di quella, ossia quanto è maggiore la grossezza media dell'inviluppo liquido in paragone della media grossezza della crosta solida.

Volendo un qualche approssimato risultamento numerico, ammettiamo che sia di 60000 metri la grossezza della crosta solida e che in adequato sia 600 metri più alto di questa il livello normale della materia terrestre liquida: il rapporto delle due densità sarà di 100 a 101. Se in vece di 600 metri, che stimo essere meno del vero, ne ammettiamo 750, i quali, secondo me, superano il vero, il detto rapporto riesce di 100 a 101 $\frac{1}{4}$, ossia di 80 a 81.

Ben s' intende che in siffatto paragone la materia solida si suppone presa colla media sua attuale densità, cioè quale è determinata e dalla natura chimica delle sue varie parti, e dalle temperature di queste, e dalle pressioni a cui esse si trovano sottoposte secondo le loro varie profondità. E similmente la materia liquida si considera avere quella media densità che ha effettivamente nelle bocche vulcaniche aperte, dalla propria superficie libera sin giù a livello della superficie interna della crosta.

Mi sembra adunque che fra le dottrine della fisica terrestre si possano introdurre questi tre teoremi, cioè:

1.° La crosta solida terrestre considerata in totale è sensibilmente mancante di consistenza sì per poter resistere a forze interne distendenti, come per potersi reggere da sè, quando non sia internamente sostenuta; e si fa essa interamente portare dal liquido sottoposto.

2.° Il liquido contenuto nell' interno della terra, in forza del peso della crosta solida che il ricopre, si innalza nelle aperture vulcaniche, in que' luoghi ove la superficie è libera e la massa non è mescliiata con materie aeriformi, sino ad una elevazione compresa fra 700 e 840 metri al di sopra del livello del mare; ed esercita sulla superficie inferiore della crosta una pressione dovuta alla propria altezza, colla quale pressione regge compiutamente la crosta medesima.

3.° La parte solida della terra, presa come ella è in fatto, cioè colla varia pressione a cui sono soggette le diverse sue parti e colle varie temperature di cui queste sono dotate, è in adequato alquanto più densa della materia liquida. E per una prima approssimazione il rapporto delle due densità può ritenersi di 100 a 101 o 101 $^1/_4$.

15. A siffatte conclusioni però si presentano alcune obbiezioni, alle quali, prima di dar fine a questo secondo articolo, io cercherò di rispondere.

*Obbiezione I.ª* Se le cose sono nel modo superiormente esposto, e se perciò la media densità della crosta terrestre è superiore a quella della materia fusa contenuta, per qual ragione, mi può dire taluno, le parti componenti essa crosta, quando appena divennero solide ed erano ancora fra loro pochissimo coerenti, non si sono affondate dentro le altre parti che erano ancora fuse? E come non succede un tale affondamento anche al presente nelle nuove parti che si vanno successivamente solidificando; ma invece, come tutti ammettono, l' inviluppo solido della terra si va successivamente ingrossando?

A questa dimanda non mi è possibile al presente di dare una risposta decisiva e irrepugnabile, non conoscendo appieno come variino di densità le diverse parti della materia terrestre nel loro solidificarsi e nel loro raffreddarsi. Ho però in proposito delle ragioni probabili, e a parer mio abbastanza soddisfacenti. Dirò dunque che l' essere attualmente la terrestre crosta più densa della materia liquida, supposte entrambe sotto una medesima pressione, è probabilmente una conseguenza della attuale bassa temperatura media di una tale crosta; la quale temperatura se non è a uguale distanza fra quella della fusione d' essa crosta e quella che ci si presenta alla sua esterna superficie, non ne può essere moltissimo lontana. Laddove la temperatura della materia liquida o è quella stessa della fusione, o ne è piuttosto alcun poco al di sopra (1), ed è

(1) Secondo Bischoff (*Die Wärmelehre*, ecc., pag. 268) la fusibilità delle lave è da stimarsi compresa fra quella dell'argento e quella del rame; de' quali metalli, secondo Pouillet citato nel nuovo Dizionario fisico di Gehler (art. *Wärme*, pag. 993), l' argento è fusibile a 1000° C. e il rame a 1050° C.; e secondo Guyton-Morveau (*Annales de Chimie*, Juin 1814,

perciò certamente superiore, per una differenza di 300° o 400° anche più gradi, alla suddetta media temperatura della parte solida. Di maniera che la materia del globo terrestre potè benissimo nel suo passaggio dallo stato liquido al solido ridursi sulle prime non già più densa, come fanno il mercurio, il piombo, lo zolfo, l'olio, ma bensì specificamente più leggiera, come fanno l'acqua, l'argento, l'antimonio, il bismuto e altri corpi che nel solidificarsi si dilatano (1), e la maggiore attuale sua densità averla acquistata di poi per mezzo del raffreddamento. A questa maniera, appena che le parti ebbero acquistato lo stato solido, ed erano ancora caldissime e poco aderenti alle altre che si erano solidificate precedentemente, poterono non pertanto rimaner contigue a queste ultime in grazia della specifica loro leggerezza, infino a che acquistata seco loro una sufficiente connessione, bastò poi questa a mantenerle congiunte (2).

Una tale spiegazione non è punto contraddetta, ma anzi avvalorata dal considerare la dilatabilità de' varii minerali pel calorico. Essendosi dal signor Adie e da altri fisici sottoposte a cimento diverse pietre, se n'ebbero i risultamenti qui sotto indicati (3).

Granito di diverse specie, dilatazione lineare per ogni grado centigrado fra 0° e + 100°, in parti della lunghezza a 0°, da 0,000 0079 a 0,000 0087; s'ebbe cioè il primo numero dal meno dilatabile, il secondo dal più dilatabile.

Arenaria . . . . . da 0,000 0117 a 0,000 0172
Marmo nero. . . . . da 0,000 0040 a 0,000 0045
Marmo bianco . . . . . da 0,000 0065 a 0,000 0110

Diverse altre pietre, di cui non è ben indicata la natura chimica, diedero dei risultamenti compresi fra quelli che abbiamo qui citati.

Prendendo una media, noi abbiamo per la dilatazione lineare ad ogni g.° C. fra i medesimi limiti . . . . . milionesimi 8,94
E per la dilatazione cubica . . . . . 26,81

E crederei che la dilatazione media dei materiali componenti la crosta terrestre sia anzi maggiore di quella qui indicata, giacchè il marmo nero, il

---

pag. 236) il primo si fonde a 1034° C, e il secondo a 1267° C. Possiamo perciò ritenere le lave fusibili fra 1000 a 1200° C.

(1) Biot, *Traité de Physique*, T. I, p. 207. — Persoz, *Bibl. Univ.* Mai 1840, p. 197. — Gehler's *Physik. Wört. neu bearb.*, art. *Eis.*, p. 113; art. *Wärme*, p. 988.

(2) L'opinione del dilatarsi la materia terrestre nella solidificazione e del tenersi perciò a galla dell'altra era già stata espressa dall'egregio sig. canonico Bellani in una sua comunicazione al citato Congresso di Padova; come può vedersi negli *Atti* del medesimo a pag. 403.

(3) Gehler's *Physik. Wört. neu bearb.*, art. *Wärme*, pag. 898 e 899.

quale tende a impiccolire il risultamento, e a cui noi diamo qui la medesima importanza come alle altre specie di pietra, si trova in natura in proporzione assai più scarsa. Questa dilatazione poi che abbiamo or or calcolata vale pei primi gradi di riscaldamento. Per gli ulteriori è da ammettere una dilatazione più grande, così avendo trovato i fisici nella generalità dei corpi; e io stimerei che la dilatazione cubica della crosta terrestre dalla sua media temperatura attuale a quella della fusione si potrebbe ammettere sicuramente maggiore di 30 milionesimi del volume a 0°, per ciascun grado centigrado di riscaldamento. Contentandoci del numero trovato, cioè di milionesimi 26,8, e supponendo che vi sia una differenza di soli 400° C dalla media attuale temperatura dell'inviluppo terrestre sino a quella della fusione, noi avremo la dilatazione del medesimo, per questi 400° C., di milionesimi 10724; cioè una dilatazione di oltre un centesimo del volume a 0°, e altresì d'oltre un centesimo del volume che esso inviluppo ha colla sua attuale temperatura media. Il che dà una diminuzione di densità come da 101 a 100 almeno (1). Ammettendo in vece che la dilatazione cubica per ogni grado centigrado sia di 30 milionesimi del volume a 0°, e che la temperatura della fusione sia lontana 450° dall'attuale temperatura media, noi abbiamo da questa temperatura a quella della fusione una diminuzione di densità più che da 81 a 80 (2). Ora è tra i medesimi limiti anche la differenza che abbiamo trovata per approssimazione fra la densità della attuale materia terrestre solida e quella allo stato di liquidità. Ammettendo un poco più di dilatabilità o un poco più di differenza di temperatura, si avrebbe minore densità nello stato solido prossimo alla fusione, che non nel vero stato di liquidità.

---

(1) Colla dilatabilità indicata, e chiamando 1 il volume a 0°, se noi ammettiamo che l'attuale media temperatura della crosta terrestre sia di 600° C. e che quella della sua fusione sia di 1000° C., noi avremo il volume alla temperatura media = 1 + 600°. 0,000 0268 = 1,01608, e quello immediatamente prima della fusione = 1 + 1000. 0,000 0268 = 1,02608; i quali due numeri stanno prossimamente come 94,7 a 98,7. Se invece noi ammettiamo di 800° C. l'attuale temperatura media e di 1200° C. quella alla fusione, i detti due volumi corrispondenti alla temperatura media e allo stato prossimo alla fusione saranno espressi da 1,02144 e da 1,03216, i quali stanno circa :: 98,2 : 96,2. Talchè in entrambi i supposti si ha una diminuzione di densità più che da 101 a 100.

(2) Con quest'altra dilatabilità, chiamando ancora 1 il volume a 0°, e supponendo di 750° C l'attuale temperatura media, e quella della fusione di 1000° C, i volumi della materia solida terrestre a tali temperature sono 1,0168 e 1,030, che stanno all'incirca :: 78 : 76. E se le dette temperature sono rispettivamente 750° e 1200°, i volumi corrispondenti sono 1,0228 e 1,0360, che stanno fra loro all'incirca :: 76 : 77. Cioè sempre in ragione maggiore di quella di 80 a 81. Il che dà una diminuzione di densità più grande che da 81 a 80.

Egli è dunque possibilissimo, anzi probabile, che la materia terrestre che va ora solidificandosi, non si condensi nel divenire solida, ma anzi si dilati, e che tenda perciò, senza aver bisogno di coesione, a rimanere contigua alla parte sovrapposta solidificatasi precedentemente. Negli anni avvenire, aggiungendovisi per di sotto altre parti solide, verrà essa materia a trovarsi gradatamente più lontana di luogo dalle parti fuse, e si renderà mano mano più fredda e più densa, e raggiungerà quindi e poscia anche supererà in densità le parti ancora liquide. Ma allora essa materia dovrà avere già contratta qualche coesione colle parti immediatamente superiori; ed è a credere che questa coesione basterà appieno a tenere legate le masse in que' luoghi ove queste non si potranno più sostenere per leggerezza specifica.

Potrebbe facilmente avvenire che qualcuna delle sostanze componenti la materia liquida cominci a solidificarsi prima delle altre, formando cristalli disseminati in mezzo alla parte rimanente ancora liquida. Se essi ne saranno più leggeri, si affolleranno contro la superficie inferiore della crosta, aspettando che a suo tempo si faccia solida anche la materia inviluppante. Se ne saranno più pesanti, cadranno verso il centro della terra, nè l'uomo potrà più saper nulla di essi: ma la crosta potrà ingrossare senza loro, col farsi solida l'altra parte della materia liquida, quando questa nel solidificarsi si dilati.

16. Però se le parti infime della crosta si possono riguardare come sicure dallo staccarsi e dal precipitare sino al centro della terra, non può sempre attribuirsi una sì grande sicurezza a pezzi di roccia molto grossi, per esempio della grossezza di otto o dieci mila metri. Questi se per qualche fessura venissero a separarsi dalle parti sovrapposte, siccome potrebbero essere più densi della sottoposta materia liquida, così potrebbero anche affondarsi in questa, scendendo sino al centro della terra e lasciando più sottile la restante parte di crosta. E che ciò possa realmente talvolta avvenire, vien reso probabile, a mio credere, dal potersene ricavare una facile ragione di alcuni fatti. Diversi naturalisti, fra gli altri Boussingault e Necker (1), osservano che molti terremoti, specialmente in America, non manifestano relazione alcuna colle eruzioni vulcaniche, e dicono esser tali in generale quei terremoti che si fanno sentire a maggiori distanze. E li attribuiscono a sprofondamenti di montagne, sia che queste cadano entro cavità interne, le quali precedentemente fossero vuote; sia che esse montagne s'abbassino alquanto anche coi fondamenti loro, frammezzo alle altre parti fiancheggianti. Ora io crederei che qualcuno di questi terremoti potrebbe altresì venir prodotto da un distacco di qualche gros-

(1) Leonhard, *Geologie*, V. 135, 137. *An. Ch. Ph.* T. 58, pag. 81 et suiv.

sa massa sotterranea, la quale cadesse nel profondo, e cessasse di tirare in giù, come faceva prima, le parti sovrapposte coll' eccesso del suo peso sul peso di un equivalente volume liquido, e così lasciasse salire alquanto cotali parti sovrapposte. In questi casi, dopo alcune oscillazioni, si dovrebbe avere un sollevamento stabile del terreno per una grande estensione: cosa che si è effettivamente osservata nel Chilì (1).

Però non ogni innalzamento repentino del terreno che accada in un terremoto è da attribuirsi ad un siffatto distaccamento di pezzi dalla crosta terrestre. Potrebbero in fatti in qualche luogo trovarsi congiunti lateralmente insieme due pezzi di crosta, i quali finchè fossero uniti avessero il loro complessivo peso in equilibrio colla pressione del liquido sottoposto, ma separatamente non fossero in questa condizione, eccedendo nell'uno il suo peso sopra la pressione del liquido sottostante, ed eccedendo nell'altro questa pressione. In tale caso venendo da un terremoto separati i due pezzi, dovrà l'un d'essi discendere e l'altro innalzarsi, prendendo l'uno e l'altro quella posizione che l'equilibrio separato dell' uno e dell'altro richiede.

17. *Obbiezione* 2.ª Ma non potrebbe talvolta ben più che una caduta di qualche infima parte della crosta, avvenire uno sprofondamento di una porzione di questa in tutta la sua grossezza, seco trascinando nell' interno liquido igneo città, campagne e abitatori? Farebbe istantaneamente così uno strato di lastre di pietra disposto sulla superficie di un'acqua stagnante. Ed anche uno strato di tavole d'un legno che fosse alcun poco più pesante dell'acqua. E il pericolo deve ora a' miei lettori apparir maggiore, essendochè, oltre all'avere io dimostrato che la crosta terrestre è nel totale più densa della materia liquida sottoposta, e che in moltissimi luoghi questa materia liquida è più elevata di quella solida, ho altresì provato che i pezzi sconnessi de' quali cotale parte solida si riguarda come composta, sono affatto incapaci di sostenersi o far vôlta gli uni contro gli altri. Guai perciò se incominciasse a sprofondarsi il territorio di una qualche provincia! Le parti di campagna che si troverebbero situate sull' orlo della voragine formatasi, non essendo più appoggiate da questo lato, e non trovandosi ben collegate dagli altri lati, cadrebbero anch' esse le une dopo le altre, e alla fine l'esterno del globo ritornerebbe alla fluidità primitiva. Ora in qual modo, con questo stato pericoloso in cui è il globo terracqueo dalle tante migliaja d'anni ch' egli è presso a poco in queste stesse condizioni, nel qual tempo sono pure avvenuti terremoti violentissimi, e sollevamenti di montagne, e catastrofi sì gravi da rimutare più volte, secondo molti naturalisti,

(1) Leonhard, *ibid.* II, 88; V. 135.

tutti gli esseri viventi alla sua superficie; in qual modo, io dico, non è avvenuto mai un siffatto sprofondamento?

Il globo terrestre, mentre da un lato sembra che il minaccino tanti pericoli, ha dall'altro per nostra fortuna anche molte ragioni di sicurezza, in forza delle quali, assicurati altresì dal passato, noi possiamo vivereene tranquilli, almeno per rispetto allo sprofondamento qui considerato.

Prima di tutto, è impossibile una discesa di grandi pezzi di crosta in un sol corpo, per esempio di pezzi di più centinaja di miglia di estensione. Perciocchè la crosta è sostenuta da una pressione esercitata di sotto in su dal liquido sottoposto, pressione che sorregge essa crosta appieno. Talchè se quest'ultima fosse momentaneamente compressa all'ingiù per un certo tratto da una immane forza esterna, la quale la facesse affondare alcun poco ma non rompere, lasciata poi a sè, verrebbe dalla già detta pressione del liquido (oltre a qualche effetto della propria elasticità) rialzata di nuovo e restituita alla posizione primitiva.

Qualcuno potrà notare che le parti della crosta non sono ugualmente dense in tutte le regioni del globo, ma in alcune il sono più e in alcune meno; che però finchè esse sono insieme collegate, le più pesanti, benchè non sostenute dall'interno liquido che in parte, sono ajutate a reggersi dalle contigue più leggiere. Ma sconnettendosi le une dalle altre, non potrebbero le prime discendere nel profondo? Io non negherò questa diversa densità, e dirò anzi ch'ella è probabilmente la ragione per cui alcune parti di crosta si tengono più basse, e colla superficie spesse volte al di sotto del livello del mare, siccome bisognose d'essere sostenute da una maggiore pressione del liquido interno, intantochè alcune altre, per la ragione contraria, tendono a tenersi più alte. Ammetterò similmente che questa differenza d'altezza, anche dopo molti secoli di disequilibrio, non corrisponda appieno alla diversità di densità, e che perciò formandosi qualche screpolatura, una parte abbia tendenza a discendere ancor più e un'altra a salire (come appunto s'è già detto poter avvenire in alcuni terremoti). Tutto questo però non potrà produrre nelle parti più dense se non una discesa d'una trentina di metri, o d'una quarantina, o al più d'un centinajo. Potrà cambiar direzione un qualche fiume, formarsi qualche stagno, ingrandirsi un lago, avanzarsi entro terra un mare, ec. Ma saranno in generale cangiamenti piccoli, e talvolta anche assai lenti in guisa da lasciar campo agli abitanti di cercarsi nuove abitazioni; cangiamenti grandissimi e per grandi estensioni non si avranno mai. Perocchè, stante la poca consistenza della crosta, le parti squilibrate non avrebbero lasciato crescere cotanto lo squilibrio, ma avrebbero ceduto prima. E quando lo squilibrio non è grande, non può aversi notabile cangiamento di livello. Giacchè intanto che un terreno, p. es.,

si approfonda, va crescendo la pressione esercitata sotto lui dalla materia liquida interna, essendo questa pressione proporzionale alla profondità a cui è la superficie premuta sotto il livello normale delle lave; e dopo arrivato lo sprofondamento a un certo punto, dee finalmente il liquido poter sostenere il pezzo disceso.

18. Ma, si dirà ancora, allo sconnettersi in qualche luogo la crosta, per lo scendere, a cagion d'esempio, di un pezzo di eccedente gravità specifica, ovvero pel rompersi d'un ampio continente in due parti, di cui l'una più pesante discenda e l'altra più leggiera salga, può nascere un altro grave pericolo; può nella detta crosta formarsi una fessura, da cui esca, ajutata dalla grande elevazione del livello normale, una immensa quantità di materia fusa, la quale si diffonda ampiamente all'intorno tutto sommergendo e abbruciando, e oltracciò comprimendo col suo peso la parte di superficie abbassatasi e con questo compensando in molta parte l'accrescimento della pressione al di sotto e cooperando a far seguitare innanzi la discesa, in guisa da precipitare nell'interno abisso di fuoco prima quella parte di crosta che s'abbassa, e poscia, siccome non più sostenute, le parti adjacenti, e in fine tutto l'inviluppo solido della terra.

Affrettiamoci ad allontanare e a dissipare una sì fiera minaccia. Osserviamo prima di tutto, che anche quando non si riuscisse a trovare buone ragioni fisiche, abbiamo già un grande motivo di sicurezza nella storia del passato, alla quale sogliamo pure appoggiarci quando non veggiamo ben chiare le cagioni di alcuni eventi. Se alcuno ci annuncia una guerra universale, una general pestilenza che tutti ne debba uccidere, noi non abbiamo dimostrazione matematica in contrario, e sappiamo anzi che nel mondo esistono i germi di questi malanni; pure, regolando i nostri giudizii sugli avvenimenti passati, noi ce ne stiamo tranquilli. E così dobbiam fare rispetto al pericolo testè indicato, del quale non dobbiamo prenderci maggior pena di quella che ci possan dare i fatti realmente avvenuti; dai quali sappiamo esser pure trascorsa una immensa serie d'anni senza che mai abbia avuto luogo un simile avvenimento; cioè tutta la serie già assai lunga dei tempi storici, e inoltre tutta la precedente lunghissima dei tempi geologici. E in questi ultimi avvennero pure delle abbondanti effusioni di materie eruttive, ma sempre ebbero termine, senza arrivar mai a troppo grande estensione, e la crosta del globo considerata in totale ne uscì sempre illesa.

Ma abbiamo anche delle cause fisiche che vegliano alla nostra sicurezza; nelle attuali condizioni cioè della terra abbiamo delle circostanze atte a contrastare possentemente que' funesti effetti. Infatti, la materia fluida al suo uscire

si trova già, come dicemmo, ad una temperatura prossima alla solidificazione, e perde rapidamente calorico sì alla superficie superiore che all' inferiore, nell' ultima delle quali incontra un suolo freddo e bagnato di molta acqua, dalla cui evaporazione viene dissipata una grande quantità di calorico; e rimescolandosi, in forza de' vapori che vi salgono attraverso, gli strati infimo e supremo già fatti solidi cogli intermedii ancora liquidi o molli, la materia liquida si imbarazza nel suo libero movimento. E tanto più si raffredda e impigrisce in quanto che molto calorico l' aveva già perduto passando tra le fredde pareti dell' apertura. La quale non potrebbe d' altronde essere eccessivamente ampia e libera, sia per la compressione trasversale che pare che più o meno abbia luogo davvero nella nostra crosta; sia perchè, come poc' anzi dicemmo, non può essere molto grande la discesa istantanea della parte di crosta non sostenuta, cioè la discesa fino al punto da trovarsi bilanciata colla pressione inferiore; sia infine perchè nel lungo tratto dalla superiore alla inferiore superficie della crosta dee essa fessura presentare grandi irregolarità e difficoltà alla salita della lava. E questa alla fine si dee fermare, formando a' due lati dell' apertura stessa un cumulo o argine, d' altezza gradatamente decrescente ne' punti da essa apertura più e più lontani; il quale argine può bene allargarsi alcune miglia, e fors' anche alcune decine di miglia, ma finalmente si dee fermare, e colla sua molta elevazione ai fianchi dell' apertura suddetta impedire l' ulteriore uscita della materia liquida. E se la fessura fosse corta, non fosse cioè che una specie di buco, verrebbe a formarsi tutto all' intorno un monte di *dejezione*, di tale altezza da rinserrare la lava fino a tutta la di lei altezza normale, e più ancora quando ne facesse bisogno, cioè quando essa lava si trovasse alleggerita da meschianza di fluidi aeriformi; il qual monte sarebbe di un declivio più o men dolce, secondo che essa lava, avuto riguardo alla copia uscente e alla sua temperatura, si potesse più o meno distendere; ma sempre l' allargamento finirebbe. E nel caso che una tale fessura, per una combinazione pochissimo probabile, girasse tutto all' intorno di un pezzo di crosta e lo slegasse affatto, non sarebbe perciò disperato lo stato di un siffatto pezzo; poichè esso coll' argine che il circondasse potrebbe formare una specie di barca, sostenuta inferiormente dalla pressione del liquido interno della terra; intanto che un altro argine simile, col declive all' infuori, e formante col primo una specie di diga rientrante in sè stessa, manterrebbe illeso tutto il paese circostante. Sarebbe certamente tutto questo un avvenimento locale terribile, accompagnato da immenso sviluppo di vapori acquei, da scoppii, tremuoti, incendii, rovine, devastazioni, ecc.; ma non più rovinoso di quanto la storia fisica e civile del globo ci narra esser già avvenuto parecchie volte.

SOPRA

# UN MOSTRO VITELLINO BICIPITE UNICORPOREO

## Annotazioni

DI

BARTOLOMEO PANIZZA

Lette nell'adunanza del giorno 20 febbrajo 1851.

Le osservazioni sulle mostruosità raccolte nei secoli a noi remoti furono sì vaghe, incomplete e piene di pregiudizj e di ridicole superstizioni, che quasi nulla di buono si potè cavare da loro. Nel secolo passato, massime nell'ultima metà, molti fatti esaminati con attenzione servirono a dare vera importanza a questo studio, specialmente dopo il trattato del grande Hallero, *De Monstris*, trattato che non solo ha tolti tanti errori i quali s'opponevano al vero avanzamento della teratologia, ma contribuì eziandio ad inspirare vivo desiderio di coltivare questo ramo scientifico, che però si sarebbe di poco avanzato se le altre parti della scienza della organizzazione, l'anatomia generale e la embriologia, non avessero fatte importanti rivelazioni. A tutti è noto quanto Geoffroy Saint-Hilaire con la sua profonda dottrina e col suo penetrante ingegno abbia contribuito a porre sotto un aspetto veramente scientifico le svariate anomalie dell'organizzazione sì del corpo umano che dei bruti; nulladimeno riesce difficile il dare ragione di alcune strane mostruosità, come quella di due teste bene sviluppate sopra un sol corpo perfettissimo, anomalia rarissima nell'uomo, non però nei bruti, specialmente nel bue, nella pecora, ec. Dissi rarissima nell'uomo, imperocchè il celebre teratologo francese nessun caso ne riferisce; e nell'insigne opera del distinto mio amico Guglielmo Otto, professore a Breslavia, intitolata *Monstrorum sexgentorum descriptio anatomica*, un solo se ne descrive alla pag. 220 rappresentato nella Tav. XXIV col titolo *Monstrum humanum unicorporeum et dicephalum*. L'autore da questo caso non potè trarre grande profitto, imperocchè mancava tutta la vôlta del cranio, presentavasi invece una membrana tenue qua e là rotta che copriva due tumori ineguali, sanguinolenti, rugosi, che si appoggiavano alla base del cranio. I cervelli fluidi, pieghettati, indivisi, si componevano dei singoli emisferi, i quali erano

estesi in sacchi senza giri con ampia cavità. I nervi olfattorj quasi mancanti, gli altri contenuti nel sacco della dura-madre erano gracilissimi. Di questa alterazione della massa centrale nervosa, a cagione d'idrocefalo interno, riuscì incompleta la descrizione anatomica. Di simili mostruosità nei bruti non mancano invece storie ben compilate, una delle quali, superiore ad ogni elogio, fu stampata dal mio ottimo amico il cavaliere De-Michelis, prof. di anatomia umana nella Università di Torino. Avendo io pure avuta l'opportunità d'osservare nella specie bovina due casi consimili, i quali m'offrirono qualche particolarità degna d'attenzione, mi permetto, illustri Colleghi, di farvene succinta descrizione.

Nacque un vitello vivo molto vispo, con doppia e grossa testa, corpo unico, bene conformato e perfettamente sviluppato. Visse tre giorni; stava sempre in piedi, poppava, e mentre poppava da una bocca, l'altra eseguiva gli stessi movimenti di succhiamento, il quale riusciva imperfetto attesa la separazione dei palati ossei e della contemporanea azione dell'altra bocca, la quale non avendo tra le labbra il capezzolo delle mammelle introduceva dell'aria a danno del succhiamento. Regolari erano le funzioni del petto e dell'addome; di quando in quando mandava contemporanei rauchi mugiti da ambedue le bocche; molto inquieto, sosteneva con grande fatica il pesante capo, e agitandolo qua e là lo urtava contro le pareti della stalla.

Le due teste erano unite intimamente sotto un angolo ottuso, cosicchè i due musi stavano quasi in direzione opposta. I quattro occhi normali; l'orecchio del lato esterno d'ogni testa bene sviluppato, laddove gli altri due mancavano. Levata la pelle dalla testa e dal collo, si conobbe meglio che le parti laterali interne, corrispondenti alle due mascelle inferiori, erano alquanto contorte ed atrofiche. Unici tutti gli oggetti alla regione del collo; quindi una sola colonna vertebrale, colla circostanza, che la prima vertebra cervicale più ampia si articolava con un occipite molto dilatato, dal quale partivano due legamenti cervicali, che scorrendo parallelamente e a contatto, si attaccavano alle apofisi spinose delle vertebre. Del resto un solo pajo dei muscoli *sternocleido-mastoidei*, e così tutti gli altri del collo; lo stesso dicasi dei nervi e dei vasi; una sola faringe con due tube eustachiane, una laringe, una trachea, un esofago, una glandula tiroidea. Nulla di anormale nei visceri del torace e dell'addome.

Delle parti contornanti le due teste la parotide del lato esterno d'ognuna era normale, le due interne all'incontro presentavano una sola massa oblunga, adagiata all'angolo d'unione delle due teste prolungantesi dalle arcate zigomatiche all'angolo delle mascelle. I due condotti escretori molto piccoli, univano nelle bocche.

Ciascun muso aveva i suoi nervi, quelli del lato esterno molto sviluppati, pochissimo all'opposto quelli dell'interno; cosicchè i due quinti e specialmente i due settimi erano esili, alterazione che si appalesava pure nel sistema osseo, muscolare e sanguigno.

Le due bocche presentavano fesso il palato osseo; ognuna avea una lingua di buona forma, che convergeva con l'altra in un'unica base. Esaminate però attentamente nelle loro particolarità, si poteva conchiudere esser una divisa in due; imperocchè le papille conoinversiformi erano disposte in ogni lingua in una sola fila; i muscoli unici, cioè un solo jo-glosso, genioglosso, ecc.; unico il sistema sanguigno e nervoso, quindi due sole arterie linguali, un solo nervo ipoglosso, glosso-faringeo, doppj però i rami linguali del quinto; insomma trattavasi d'una sola lingua, perciò l'uffizio fisiologico dovea essere, come era difatto, contemporaneo anco nell'atto della suzione e della deglutizione.

Degli altri organi de' sensi, perfetto era l'olfatto. I due occhi esterni esattamente normali in tutte le loro parti; gli interni all'incontro mancavano di parete ossea, l'aveano invece membranosa; i bulbi più piccoli, come pure le loro parti accessorie. In quanto all'organo per l'udito, i due orecchi esterni erano ben conformati, sì nel padiglione che nelle loro ossa, membrane e nervi; ma i due orecchi interni mancavano totalmente; però nell'angolo d'unione delle due teste, parte anteriore-superiore, si trovò in mezzo a folti peli della cute un meato uditorio comune, a cui seguiva un ristretto canale a contorno cartilagineo-membranoso, della lunghezza d'un pollice, che finiva in un'angusta cavità ossea. In questa trovai un ossicino libero, duro, compatto, di figura annulare con varie eminenzette al suo contorno.

Regolare era la distribuzione del sistema sanguigno in tutto il corpo; nella doppia testa esisteva qualche differenza. Due sole erano le carotidi primitive, la destra più grossa, tre pollici in distanza dalla laringe, si divideva in due; il minor ramo si disperdeva agli oggetti del collo, alla lingua e al lato esterno della corrispondente testa, dando un ramo anastomotico alla carotide sinistra. L'altra diramazione più considerevole diretta alla linea mediana del collo scorreva sopra l'osso joide, e tra le branche mascellari interne si approfondava somministrando rami alle parti esterne, non che alla base del cranio e all'interno di questo.

La carotide sinistra, somministrate diramazioni alla muscolatura del collo e alla glandola tiroidea in vicinanza alle corna dell'osso joide, mandava un cospicuo ramo anastomotico alla carotide comune mediana, la quale incurvata alla base del cranio si disperdeva alla guisa della carotide esterna, mentre la continuazione del tronco entrava nel cranio ai lati della sella turcica. Il sistema venoso

teneva in generale il solito decorso, presentando due sole vene giugulari profonde.

In quanto agli oggetti contenuti nel comune cranio, levata la parte superiore, trovai un setto membranoso divisore dei due cervelli. Delle membrane cerebrali la dura-madre presentava due pieghe falciformi frapposte tra gli emisferi d'ogni cervello, le quali si tenevano connesse ad un comune tentorio. I rapporti relativi tra i due cervelli e il cervelletto si possono conoscere osservando la figura II. Circa la direzione e la configurazione delle circonvoluzioni cerebrali, del solco divisore degli emisferi, del rispettivo corpo calloso, e degli oggetti delle cavità cerebrali, nulla vidi di singolare. Il cervelletto si presentò variato nella forma (figura II, n. 2). Era più grande di quello d'un vitello neonato, di figura quadrilatera irregolare. La singolarità degna d'attenzione fu la direzione delle lamine cerebellari; queste invece d'essere trasversali ed arcuate colla convessità all'innanzi, aveano una direzione dall'innanzi all'indietro, colla convessità laterale la metà di loro a destra, l'altra a sinistra, come si vede nelle figure II e III. Da questa disposizione delle laminette venni nel sospetto (considerato anco il rapporto tra i due cervelli) che la massa cerebellare fosse doppia, cioè che vi fossero due cervelletti avvicinati strettamente, epperciò atrofici e deformati. Difatto, esaminata attentamente la linea mediana, conobbi che vi era un solco di divisione, in guisa che potei con facilità separare, come dimostra la figura III, ed accertarmi che il cervelletto era doppio, cioè che vi erano due cervelletti accozzati tra loro con gli estremi posteriori, epperciò deformati: riconobbi anzi che la loro separazione era totale (fig. III) e che sotto di essa appariva un pavimento comune del quarto ventricolo (n. 2), il quale si divideva in due, uno a destra, a sinistra l'altro, coperto ciascuno della valvola del Vieussens che finiva alle eminenze quadrigemelle d'ogni cervello. La massa midollare uscente d'ogni emisfero cerebellare era disposta, come al solito, in tre fasci, uno alle eminenze quadrigemelle, l'altro al nodo del cervello, il terzo alla coda del midollo allungato. Per la posizione rispettiva dei due cervelletti, i due processi al nodo erano anteriori e convergenti (fig. III, n. 3), mentre i due posteriori divergevano. Considerando la base dei cervelli mi sono maggiormente confermato che la cosa stava come aveva sospettato; imperocchè erano due i nodi cerebrali (fig. IV) chiaramente distinti, benchè piccoli, e in rapporto esatto colla direzione delle parti cerebellari.

Dei nervi vidi che eran (fig. IV, V) quattro gli olfattorj, altrettanti gli ottici, i motori comuni, i patetici, i trigemini, i motori esterni e i facciali, mentre vi erano due soli acustici, due glosso-faringei, due pneumo-gastrici, due acces-

sorj e due ipoglossi (fig. IV, V). Conviene notare, che il pajo quinto interno molto atrofico formava un ammasso nervoso mediano, e i due nervi facciali interni erano ridotti ad esili filamenti.

Compiuta questa succinta descrizione, interesserà ad ognuno sapere in qual modo si sia ingenerata siffatta mostruosità. Già dotti ed egregi cultori delle scienze naturali si sono occupati di questo gravissimo argomento, approfittando specialmente delle importanti cognizioni acquistate nel presente secolo sulle leggi che la natura tiene nella creazione delle diverse parti dell'organismo, non che nel loro successivo sviluppo e perfezionamento.

Non vi ha dubbio che di tutte le teorie proposte per ispiegare la così detta mostruosità per difetto, nessuna soddisfa meglio alla generalità dei casi quanto la teoria dell'arresto o ritardo di sviluppo delle diverse parti sì valorosamente sostenuta dal grande Geoffroy Saint-Hilaire. In quanto poi alla mostruosità per eccesso o accrescimento di una o più parti, a cui appartiene il caso da me riferito, lo stesso autore è d'avviso che sia sempre il prodotto della fusione di due embrioni primitivamente disgiunti. A proposito di ciò egli fa osservare coi fatti alla mano che la loro unione accade non tra superficie dissimilari, ma tra superficie dello stesso nome, tra organi omologhi, in guisa che se nell'uovo comune il dorso d'un embrione corrisponde ad uno dei fianchi o al ventre d'un altro, non si farà l'unione; all'incontro questa facilmente accadrà se saranno fianco a fianco e faccia a faccia diretti nello stesso senso. Questa tendenza delle parti similari ad unirsi fu chiamata da Geoffroy Saint-Hilaire *affinità di sè per sè,* principio al quale si lega la formazione dei mostri doppj. Tale teoria, benchè molto persuasiva, dallo stesso autore non si ritiene capace di risolvere del tutto l'arduo problema, confessione degna di quel grande uomo. Difatto non mancano casi, benchè rari, di feti doppj uniti con parti dissimilari. Inoltre quella serie infinita di gradazioni e di parti sopranumerarie e di altre deformità come si possono spiegare ammettendo la fusione di due germi? Ed in quanto al nostro caso, come combinare due teste quasi perfette intimamente immedesimate colla scomparsa di tutte le restanti parti d'uno dei feti? Chi senza prevenzione considera bene tutte le circostanze anatomiche rinvenute nel nostro mostro, si trova inclinato all'opinione del celebre Winslow ammessa da Ferrein, da Meckel e dal prelodato mio amico P. de Michelis, vale a dire che la causa prossima della mostruosità per eccesso di parti non consista nella fusione di due germi, ma dipenda da un' aberrazione inerente ad un unico germe. Difatto l'ammettere un vizio primitivo nello stesso materiale d'un solo germe non ha nulla di ripugnante, potendo la natura presentare una

esuberanza d'atomi in un dato punto, in guisa che nello sviluppo ne risulti una o più parti del corpo. Questa opinione viene eziandio avvalorata dalle recenti osservazioni di Baer registrate nella sua interessante Memoria sopra i *mostri a doppio corpo negli animali vertebrati* inserita negli atti dell'I. Academia delle scienze di Pietroburgo 1845, Memoria in cui sono esposti importanti fatti, segnatamente di due embrioni mostruosi del pesce persico osservati nei due primi giorni di sviluppo, de' quali dà il disegno nella prima tavola.

Il primo di questi embrioni aveva due teste e due colli; la colonna vertebrale era divisa in due, sotto un angolo di 60 gradi. La corda vertebrale era più larga dell'ordinario, ma non però formata dalla fusione de' due singoli embrioni; sotto il microscopio si osservava che le cellule elementari del cordone spinale erano molto stipate l'una sull'altra. Il foglietto animale della vescicola blastodermica si era al davanti sollevato dal foglietto vegetativo, come avviene normalmente nel genere *Cyprinus*, cui appartiene il pesce persico: invece, contro la regola, la gocciolina oleosa stava a destra, mentre su 13 uova normali se ne trovano soli 3 che l'abbiano da quella parte. Questo embrione visse meno di due giorni, e soltanto con leggeri movimenti e con lento progresso del suo sviluppo diede a conoscere che viveva. Quando morì gli occhi erano distinti, le vescicole uditorie riconoscibili; il sacco vitellino era separato in ogni punto dal foglietto animale, e si era considerabilmente impicciolito.

Il secondo embrione, che Baer ritrovò in un uovo, che aveva fermata la sua attenzione per la larghezza del vitello, era diviso in due siti oltre la metà del corpo. I due corpi anteriori non erano nell'egual periodo di sviluppo, quantunque fossero ambedue viventi. Il sinistro aveva il capo men largo, senza occhi, e la corda vertebrale aveva soltanto l'apparenza d'una linea. Questo embrione morì più presto del primo.

Dietro sì importanti osservazioni l'autore pensa che non si possano ritenere i due casi surriferiti come prodotti dalla fusione di due singoli embrioni normalmente costituiti. Imperocchè era impossibile che nelle poche ore precedute all'osservazione avesse potuto scomparire la metà dei due corpi senza che rimanesse traccia della loro fusione, senza che almeno una curvatura dei due corpi anteriori, l'uno verso l'altro, indicasse questa pretesa unione. Dippiù, nel tempo in cui potè osservare l'ultimo sviluppo avrebbe dovuto vedere a progredire ancora la fusione, ciò che non avvenne.

Da quanto ho sin ad ora esposto parmi di potere conchiudere che la mostruosità da me descritta non fu il risultato della fusione di due embrioni vitulini, ma il prodotto d'una aberrazione in esuberanza del materiale primitivo dell'embrione, materiale talmente ordinato da dare origine alla doppia testa.

## SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

### Fig. I.ª

Rappresenta in piccolo la forma della doppia testa.

### Fig. II.ª

Dimostra i due cervelli contenuti nella base del comune cranio.

1. 1. Massa cerebellare colla singolare direzione delle lamine e dei solchi rispettivi.
2. Linea di separazione tra la parte destra e sinistra della detta massa cerebellare.

### Fig. III.ª

1. 1. Appalesa la naturale e totale separazione della massa cerebellare in due parti destra e sinistra cioè in due cervelletti.
2. Pavimento comune.
3. Gambe anteriori dei due cervelletti che vanno ai due nodi cerebrali.

### Fig. IV.ª

Contorno della base della massa cerebrale.

*aaaa.* Nervi olfattorj.
*bb.* Nervi ottici.
*cccc.* Nervi motori comuni degli occhi.
*dddd.* I nervi patetici.
*eee.* I trigemini.
*ffff.* Motori esterni.
*gggg.* Comunicanti della faccia.
*hh.* Nervi acustici.
*ii.* Glosso-faringeo e par-vago.
*kk.* Undecimo.
*l.* Duodecimo.

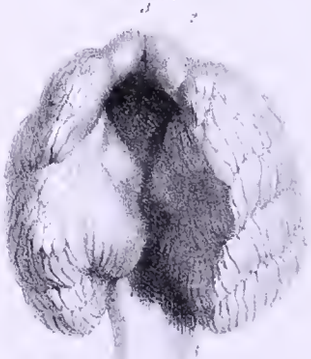
### Fig. V.ª

1111. Contorno osseo della base del cranio.
22. Peduncoli della glandula pituitaria.
3333. Carotide interna.
*4.* Venuccia mediana.
55. Infossamento del seno laterale.
*aa.* Base della clava cinerea del nervo olfattorio.
*bbbb.* Nervo ottico.
*cccc.* Motori comuni degli occhi.
*dddd.* Nervi patetici.
*eee.* Nervi trigemelli.
*fff.* Nervi motori esterni.
*gggg.* Nervi comunicanti della faccia.
*hh.* Nervi acustici.
*ii.* Glosso-faringeo e decimo.
*kk.* Undecimo.
*l.* Duodecimo.

F. II.

F. I.

F. III.



F. IV.

F. V.

Milano, Lit. Calliano

# ULTERIORI CONSIDERAZIONI
# SUL MOTO DELL'ACQUA IN VASI, CANALI E FIUMI

## Memoria postuma

DI

GABRIO PIOLA.

(Pubblicata per cura del professore Francesco Brioschi.)

L'idraulica razionale o la determinazione analitica delle leggi del movimento dei fluidi, sebbene abbia formato soggetto alle speculazioni di molti e distinti geometri, è tuttora avvolta in gravissime difficoltà. E ciò che senza dubbio può dirsi strano trattandosi di una scienza che appartiene alle *esatte*, la maggior parte delle Memorie d'idraulica che videro la luce in questi ultimi tempi contengono semplici osservazioni critiche intorno a lavori già esistenti, fonti di lunghe polemiche le quali poco contribuirono all'avanzamento della scienza. D'onde tali discordanze di risultamenti e di opinioni? Forse che le equazioni fondamentali comunemente accettate non sieno sufficienti alla spiegazione dei fenomeni, come alcuni pretendono? O forse che lo studio delle teorie idrauliche non debbasi disgiungere da quello dell'idraulica sperimentale, come si fece sino ad ora; anzi debbano l'esperienza e l'osservazione fornire i mezzi principali e servire di guida alle ricerche astratte?

Io non entrerò a prendere ad esame queste gravi questioni, ma incaricato della pubblicazione di una Memoria postuma intorno al moto dei liquidi nei canali e nei fiumi, dovuta all'insigne matematico Gabrio Piola, di cui le scienze risentono la prematura morte, mi limiterò a farla precedere da un breve sunto storico intorno a quelle parti dell'idraulica, le quali il Piola avea già fatto scopo de' proprj studj, e di altre Memorie stampate, e ciò nell'intento di classificare i lavori di lui nella storia di questa importante parte della fisica matematica. Le Memorie idrauliche del Piola vertono intorno al moto dei liquidi comunemente denominato a due ed a tre coordinate; intorno questo ramo dell'idrodinamica s'aggireranno le seguenti ricerche storiche.

La trattazione speciale del problema del moto dei liquidi in un piano è dovuta a d'Alembert, mentre teniamo da lui la integrazione della equazione alle derivate parziali del secondo ordine col mezzo di due funzioni arbitrarie. Le formole fondamentali da esso date comparirono dapprima nell'opera *Essai sur la résistance des fluides*, poi nei tomi primo e quinto dei celebri Opuscoli matematici. Ma quasi contemporaneamente, anzi prima che vedessero la luce gli Opuscoli del d'Alembert, nella solenne Memoria *Principes généraux sur le mouvement des fluides* (1), Eulero avea applicate le formole generali poste dal d'Alembert, e da lui ottenute di nuovo con maggiore generalità e semplicità, al caso del moto a due coordinate, lasciando però quella sua analisi senza esempio, e senza mezzo di verificazione alcune sue asserzioni. È in essa Memoria che per la prima volta si riscontrano le due proprietà delle trajettorie descritte dalle molecole fluide nel loro movimento; cioè che le equazioni delle trajettorie non ponno differire fra loro se non pel mutato valore di una costante, la quale è bensì costante per tutta una trajettoria; e che le equazioni delle pareti del vaso in cui il fluido si muove pouno essere ambedue date ad arbitrio, purchè anch'esse si possano dedurre, cambiando il valore ad una costante, dalla equazione generale di tutte le trajettorie. Queste proprietà formarono più tardi soggetto a molte discussioni; anzi lo stesso d'Alembert nega l'esistenza della seconda di esse, allorquando nel tomo I dei suoi Opuscoli (pag. 140), dopo aver assegnate le forme alle quali devonsi ridurre le equazioni delle pareti affinchè rendasi *possibile* la ricerca delle leggi del moto del fluido, asserisce che altrimenti il problema non può essere risoluto analiticamente e rigorosamente, *quantunque un grande geometra abbia preteso che poteva sempre esserlo*. D'Eulero esiste un'altra Memoria (2) sullo stesso argomento meno conosciuta della superiore; in essa tratta il problema del moto permanente dell'acqua nei canali a superficie libera, supposto che il movimento avvenga in piani verticali, e giunge alla determinazione del valore della pressione in un punto qualunque della massa fluida in moto, valore identico a quello che venne dato di poi dal signor Piola nel Capo III della sua Memoria: *Nuove ricerche per una risoluzione più rigorosa di vari problemi sul moto dell'acqua*. Notisi che la ipotesi ammessa dall'Eulero in quelle sue ricerche fa capo a quella del moto per filetti, come la chiamò il signor Cauchy in una sua Memoria (3), e consiste nel supporre che il movimento avvenga in modo che due molecole non possano occupare successivamente la stessa posizione senza descrivere la medesima curva; la quale ipotesi trovasi anche accennata in varj luoghi nell'opera del d'Alembert. Devesi al professore Tardy (4) l'aver

(1) Mémoires de l'Academie de Berlin. An.$^{e}$ 1755.

(2) Mémoires de l'Académie de Berlin. An.$^{e}$ 1760. Recherches sur le mouvement des rivières.

(3) Journal de l'Ecole Polytechnique, Cah. XIX. Sur une espèce particulière de mouvement des fluides.

(4) Sopra alcuni punti della teoria del moto dei liquidi. Firenze, 1847.

dimostrato come essa conduca alle formole generali trovate dal Piola pel moto a due ed a tre coordinate.

Nel 1766 veniva pubblicato il terzo volume della Miscellanea Taurinensia e faceva parte di esso la tanto nota Memoria di Lagrange *Solution de différents Problèmes de calcul intégral*. In quella Memoria, quale applicazione di un metodo per la determinazione della forma di una funzione avente una data proprietà, consacra un capitolo alla *Solution de quelques problèmes sur le mouvement des fluides*, ed ivi discute il caso del movimento dell'acqua in un piano, essendo il moto simmetrico attorno ad una retta, e porta l'esempio delle pareti rettilinee; quindi suppone il moto qualsiasi e le pareti rettilinee ed inclinate; e finalmente tratta il caso delle pareti rettilinee e parallele. Le forme per le funzioni arbitrarie introdotte dalla integrazione della nota equazione alle derivate del secondo ordine trovate da Lagrange col proprio metodo sono più generali di quelle date in seguito dal Venturoli e dal Tadini; queste ponno però ridursi alle prime quando si abbia riguardo, come ha dimostrato il signor Tardy, alle funzioni complementarie introdotte dalle integrazioni di equazioni alle differenze finite. I risultamenti ottenuti da Lagrange furono poi verificati in altro modo dal d'Alembert, come scorgesi dalla terza delle lettere da lui dirette a Lagrange medesimo e stampate alla fine di quel volume terzo.

A Laplace ed a Monge (1) devonsi le prime ricerche intorno alla determinazione delle funzioni arbitrarie coi mezzo delle equazioni alle differenze finite, allorquando siano note alcune condizioni particolari del fenomeno rappresentato colle equazioni alle derivate parziali; alcune più recenti di Abel (2) non sono che ripetizioni di quelle poste sotto più eleganti forme. I noti metodi di quei distinti geometri, ora quasi interamente abbandonati, valgono a raggiungere lo scopo in varie questioni; ma giova il riflettere che ogni qualvolta le condizioni particolari conosciute saranno tutte necessarie per la ricerca della equazione alle differenze finite, le forme che ne risulteranno per le funzioni arbitrarie non saranno le generali, mentre non dedueonsi dagli integrali completi di quelle equazioni, e non si avrebbero altre condizioni disponibili alla determinazione delle forme delle funzioni complementarie che dovrebbero introdursi onde rendere completi gli integrali medesimi. Ciò appunto accade nei problemi d'idraulica, talchè, come fece anche osservare il signor Tardy, fino a tanto che non vengano imposte nuove condizioni, le formole ottenute debbono piuttosto risguardarsi come trasformazioni analitiche, che togliendo l'arbitrarietà in una parte per soddisfare a talune condizioni, la riportano sopra un'altra. In questa sua Memoria Laplace tratta a modo d'esempio e come problema puramente analitico il moto simmetrico attorno ad un asse di un velo fluido contenuto da parete rettilinea, e nella espressione da

(1) Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Academie Royale de France. Année 1775. Miscellanea Taurinensia. Tomus V.

(2) Œuvres T.e II.e pag. 262.

lui data per la funzione arbitraria si rinviene appunto la funzione complementaria introdotta dalla integrazione eseguita sopra la equazione alle differenze finite. Lagrange nella sua Memoria *Sur la théorie des mouvements des fluides*, inserita fra quelle dell'Accademia di Berlino per l'anno 1781, la quale, rifusa, compone la Sezione XI della parte seconda della Meccanica Analitica, col mezzo di nuove considerazioni ritrova le formole generali del movimento, ed ammessa la integrabilità del noto *trinomio differenziale* delle velocità, supposta infinitamente piccola una delle dimensioni della massa fluida al confronto delle altre due, applica le formole medesime al caso del movimento del fluido in un recipiente stretto e quasi verticale, ed a quello del moto del fluido in un canale poco profondo e quasi orizzontale. Dai risultamenti ottenuti in queste ricerche ne trassero i geometri grande vantaggio per ulteriori indagini.

Intorno la teoria del moto dell'acqua in un piano scrisse Domenico Cocoli in una sua dissertazione (1) coronata dalla reale Accademia di Mantova. Nella prima parte di questo lavoro, trovate le formole generali pel moto dei fluidi, le applica al caso che le molecole fluide si muovano in un piano, ammessa la integrabilità dei *binomj differenziali* delle forze e delle velocità. In questo modo arriva a determinare i valori delle velocità e la equazione delle trajettorie descritte dalle molecole fluide; valori ed equazione contenenti due funzioni arbitrarie; ne ritrae che la equazione della curva del vaso deve avere la forma dell'equazione della curva descritta da una delle molecole fluide; ed osserva finalmente dover sussistere *analogia* fra le funzioni arbitrarie suddette e quelle che esprimono la natura della curvatura del vaso. Le difficoltà che l'autore incontra nel rintracciare queste analogie lo determinano ad abbandonare i fatti tentativi, ed a trattare il moto dell'acqua uscente dai fori aperti in fondo ai vasi e negli alvei naturali facendo uso dell'ipotesi del moto lineare.

Le difficoltà incontrate dal Cocoli vennero superate dal Venturoli, il quale in una appendice alla seconda edizione degli Elementi di Meccanica ed Idraulica riprese di bel nuovo il problema del moto di un velo d'acqua. Ritenuti integrabili i *binomj differenziali* delle forze e delle velocità, giunse il professore Venturoli alla nota equazione alle derivate parziali del secondo ordine, della quale assume l'integrale e perviene, col mezzo di una equazione, alle differenze finite del primo ordine ed a coefficienti variabili, alla determinazione delle funzioni arbitrarie, giovandosi delle equazioni delle pareti tra le quali suppone scorra il fluido. Applica quindi le formole ottenute al caso delle pareti rettilinee, e giunge ai due noti teoremi: dover essere rettilinee tutte le trajettorie, dover essere la velocità in un punto qualunque di ciascuna trajettoria inversamente proporzionale alla distanza di esso dal punto d'incontro delle rette entro cui supponesi raccolto il velo fluido. Il problema del moto dell'acqua a due coordinate venne poco dopo il Venturoli trattato dal Tadini nella Memoria che ha per ti-

(1) Sulla vera teoria delle acque uscenti dai fori aperti nei vasi. Mantova, 1783.

tolo *Del movimento e della misura delle acque correnti.* Opina il signor Tadini non essere completo l'integrale dato comunemente col mezzo di due funzioni arbitrarie della nota equazione binomia alle derivate del secondo ordine; giacchè, come egli dice, dovendo i valori delle velocità essere reali, dovrebbero quelle funzioni avere la medesima forma. Quindi all'integrale ordinario ne sostituisce un altro che contiene quattro funzioni arbitrarie, le quali poi pel caso particolare del moto dei fluidi, cioè per la realtà dei valori delle velocità, riduconsi a due. All'erroneo ragionamento del Tadini, il quale trovavasi già in varj luoghi del tomo quinto degli Opuscoli del d'Alembert, accennò il professore Plana (1) in alcune riflessioni intorno l'opera suddetta del Tadini, dimostrando non essere d'uopo abbiano forma eguale le due funzioni arbitrarie perchè risultino reali i valori delle velocità, e come altrimenti si possa soddisfare a quella condizione, arrivando alla medesima espressione alla quale perviene il Tadini partendo dal primo integrale con quattro funzioni arbitrarie. La osservazione del professore Plana ripetuta più tardi dal professore Padula (2) trovavasi già nella prima delle citate Memorie dell'Eulero ed in una di Lagrange (3). Però il signor San Martino (4), forse non conoscendo i lavori dell'Eulero e del Plana, nella sua Memoria sulla portata dei fiumi ritiene ancora eguali le forme delle funzioni arbitrarie a motivo della circostanza fisica del problema (5); quindi sviluppate quelle funzioni secondo il teorema di Taylor, scompajono i termini contenenti l'immaginario, perchè eguali e di segno contrario, ed ottiene l'integrale per mezzo di una serie contenente una sola funzione arbitraria. Questa espressione è dal professore San Martino ritenuta quale integrale completo dell'equazione alle derivate parziali del secondo ordine, appoggiandosi forse a quanto scrisse Poisson nella *Théorie de la Chaleur:* « quand l'intégrale » complète d'un équation aux différences partielles de l'ordre n est exprimée par des » séries, le nombre des fonctions arbitraires peut s'abaisser au dessous de n ». Il Tadini nell'opera succitata discute anche il caso del moto fra pareti rettilinee e le formole a cui giunge, ridimostrate poi dal professore Plana nelle accennate riflessioni con maggiore speditezza ed eleganza, coincidono con quelle trovate dal Venturoli, come addimostra il Venturoli medesimo nella terza edizione degli Elementi di Meccanica ed Idraulica. Finalmente nell'Annotazione V all'opera stessa vengono esposte dal Tadini alcune osservazioni per la trattazione del problema, supposto che il fluido scorra fra pareti curvilinee.

Devesi al professore Venturoli l'avere applicate le formole generali pel moto dei fluidi poste da Eulero e da Lagrange senza trascurare alcuna dimensione. Egli nelle

---

(1) Biblioteca Italiana. Anno 1816. Tomo III.

(2) Su le equazioni relative al moto dei liquidi.

(3) Sur la construction des Cartes Géographiques. Mémoires de l'Academie de Berlin. An. 1779.

(4) Memoria sulla portata dei fiumi. Catania, 1841.

(5) La medesima osservazione trovasi nel trattato d'Idraulica del signor Webster-The Theory of the Equilibrium and Motion of Fluids. Cambridge, 1836, pag. 144.

ricerche geometriche ed idrometriche fatte nella scuola degli Ingegneri Pontificj per l'anno 1821 prese a trattare il caso dell'efflusso dai vasi conici. Ammessi i trinomj delle forze e delle velocità *differenziali esatti*, si vale della permanenza delle molecole fluide alla superficie del vaso in cui è contenuto per determinare la equazione della trajettoria ed i valori della velocità e della pressione. Con questo mezzo giunge, dopo brevi calcoli, a trovare le leggi di quel movimento; esse si ponno ridurre alle due seguenti: 1.ª tutte le particelle dell'acqua contenuta nel vaso conico discendono per linee convergenti al vertice del cono; 2.ª per un medesimo istante di tempo tutte le molecole collocate in una superficie sferica avente il centro che coincide col vertice del cono si muovono con eguale velocità, e la velocità di due molecole situate in due differenti superficie sferiche son reciprocamente proporzionali ai quadrati dei raggi di essa superficie. Tali semplicissimi risultati vennero confermati in seguito dal Piola, discussi e confutati dal Brighenti, dal Turazza, dal Bellavitis. Dietro le tracce del professore Venturoli e quasi a commento dell'appendice agli Elementi di Meccanica citata più sopra, il signor Piola, nella Memoria sulla applicazione dei principj della Meccanica Analitica coronata nel 1824 dall'I. R. Istituto delle Scienze di Milano, attenendosi a quanto avevano insegnato Laplace e Monge intorno alla determinazione delle funzioni arbitrarie, fece scopo alla applicazione delle sue formole il problema del moto fra pareti rettilinee, confermando in tal modo i risultati del Venturoli; quindi considerò il caso delle pareti curvilinee, accennato ma non trattato di proposito dal Venturoli e dal Tadini, e tentò discutere ad esempi l'essere la curva della parete la iperbole apolloniana e l'iperbole cubica; tentativo che riescì vano nel secondo caso, come il Piola medesimo dice in una delle sue Memorie stampate in seguito.

Se non che volendo applicare le soluzioni ottenute dal Venturoli e dal Tadini pel moto del velo d'acqua fra due rette al moto dell'acqua nei canali ed alle misure delle acque correnti, come fece il Tadini medesimo, era d'uopo partire dall'ipotesi che la superficie del pelo dell'acqua fosse piana, ipotesi la quale contiene dell'arbitrario, volendo i dati del problema che null'altro si verifichi a questa superficie che la condizione di una pressione costante in tutti i punti. Questo appunto vide il professore Mossotti, ed in una sua Memoria stampata fra quelle della Società Italiana (1) prese a trattare il problema del moto permanente dell'acqua in un canale di forma parallelepipeda rettangolare, aperto superiormente, colle sponde verticali e col fondo inclinato di poco all'orizzonte; colla sola condizione che la superficie del pelo si disponga in modo che la pressione sia in ogni punto costante ed eguale a quella dell'atmosfera. Le formole da cui parte il Mossotti sono quelle che trovansi nel tomo secondo, sezione XI della Meccanica Analitica; il problema è sciolto dapprima nell'ipotesi del *binomio differenziale esatto*, e quindi in un'aggiunta, anche prescindendo

(1) Sul moto dell'acqua nei canali. Memorie della Società Italiana. T. XIX. An. 1823.

da tale restrizione. Trovasi che la linea del pelo dell'acqua tanto nell'un caso che nell'altro è una curva del terzo ordine che appartiene alla decima terza specie secondo la classificazione dell'Eulero, la quale ha quattro rami infiniti, di cui due aventi per assintoto la linea stessa che rappresenta il fondo, e due una retta orizzontale; risultato che venne più tardi impugnato dal professore Bellavitis (1). Dimostrasi che la differenza di livello del pelo in due diverse sezioni è eguale alla differenza delle altezze dovute alla velocità superficiale nelle stesse sezioni, teorema ridimostrato in seguito dal Piola (2); e che la differenza delle altezze dovute alle velocità delle molecole poste alla superficie o sul fondo è costante in tutta la lunghezza del canale. A questa pregevole Memoria del professore Mossotti tenne dietro alcuni anni dopo quella dell'ingegnere Bruschetti (3). Rammentate le formole fondamentali date da Lagrange, e l'applicazione fattane dal Mossotti nel lavoro di cui dicemmo poco sopra, prende il Bruschetti a considerare la quistione opposta alla trattata dal professore Mossotti; cioè a ricercare gli accidenti del moto di una massa d'acqua corrente in un canale di fondo sconosciuto e col pelo disposto in una linea data. Supposta la linea del pelo coincidere con una retta, giunge a trovare dover essere la linea del fondo una linea del terzo ordine simmetrica relativamente al pelo dell'acqua, della quale curva assegna una costruzione geometrica.

Il problema della figura del pelo dell'acqua negli alvei di uniforme larghezza venne poco dopo il professore Mossotti risolto anche dal Venturoli (4) tanto nell'ipotesi del moto lineare, quanto in quella del moto a due coordinate. Anzi quest'ultimo ridusse quella ricerca più utile alla pratica tenendo conto delle resistenze uniformi che presentansi al fluido in movimento calcolate secondo la formola di Eytelwein; ed assegnò una curva d'indole logaritmica quale linea del pelo dell'acqua.

Il secondo esempio di ricerche intorno alle leggi del movimento di una massa fluida, tenute a calcolo le tre dimensioni, trovasi in una Memoria del signor Giulio stampata nel 1839 (5), la quale ha per iscopo lo studio delle circostanze che accompagnano l'efflusso dell'acqua da un vaso di rotazione generato da una iperbole cubica. Analogamente a quanto fece il Venturoli, col mezzo della nota equazione trinomiale alle derivate dal secondo ordine, la quale assume insieme a due altre rappresentanti la permanenza delle molecole fluide alla superficie del vaso, determina la forma della

---

(1) Observationes de quibusdam solutionibus analyticis problematum ad liquidorum motum pertinentium. Novi Com. Acad. Scient. Instituti Bononiensis. Vol. VIII. 1847.

(2) Nuove ricerche per una risoluzione ec. Memorie dell'I. R. Istituto Lombardo. Vol. I. An. 1843.

(3) Sulla nuova teoria del moto dell'acqua. Milano 1829.

(4) Ricerche sulla figura del pelo d'acqua negli alvei d'uniforme larghezza fatte nella scuola degli Ingegneri Pontificj d'acque e strade l'anno 1823.

(5) Di un caso particolare della dottrina dell'efflusso dell'acqua dai vasi. Torino, 1839.

funzione da cui si hanno i valori per le componenti della velocità e per la pressione. Notiamo che questi valori non sono già tenuti come particolari per le molecole che lambiscono le pareti, ma si ritengono dal professore Giulio estendibili a tutte le altre molecole; con facili calcoli siamo così condotti a rintracciare tutti gli accidenti di quell'efflusso. Il professore Turazza nella sua Memoria che fa parte del tomo decimo degli Annali del Regno Lombardo-Veneto (1), dopo alcune considerazioni intorno l'identità dei risultati ottenuti dai signori Venturoli e Tadini nelle loro ricerche sul moto dell'acqua in un piano, prende ad esaminare la risoluzione del problema per la quale si determina l'efflusso dell'acqua dai vasi conici data dal Venturoli. Osserva che il risultato cui giunge il Venturoli non è conseguenza ma assunto nella soluzione del problema, mentre i valori delle componenti della velocità, da cui parte lo stesso autore, potranno al più verificarsi alle pareti, non in un punto qualunque della massa liquida; osservazione la quale, come principio, può estendersi, dietro il già detto, anche alla soluzione data dal professore Giulio. Il Turazza tenta in seguito risolvere di nuovo il problema nella sua generalità; giovandosi delle coordinate sferiche, riduce la equazione trinomia alle derivate del secondo ordine alla forma datale da Laplace, dietro la cui scorta ottiene l'integrale mediante due serie infinite di funzioni. Le formole generali applicate al caso dell'efflusso del vaso conico ridanno però i risultati del Venturoli. Due altri argomenti sono scopo alle riflessioni del professore Turazza in questa prima Memoria; cioè l'applicazione fatta dal professore Maggi delle sue ricerche sulle linee di stringimento e d'allargamento al moto dell'acqua nei vasi conici, ed al moto di un velo fluido rinchiuso da due rette concorrenti o da un ramo di iperbole apolloniana e dal suo assintoto; e la trattazione del problema del moto dell'acqua in un piano contenuto fra rette concorrenti non supponendo *differenziale esatto* il binomio della velocità. Il Maggi (2) nel trattare le questioni accennate aveva immaginato che per alcun dato fisico o sol anco razionale fosse nota la famiglia delle linee descritte dalle molecole in corso, ed ammessa inoltre la integrabilità del *trinomio differenziale*, perviene alle formole già date dal Venturoli e dal Piola. Osserva il Turazza essere troppe le ipotesi assunte dal Maggi, bastando la prima a dar risolte quelle questioni.

Le difficoltà analitiche che eransi presentate a ciascuno dei geometri, i quali si erano occupati di problemi idraulici, difficoltà per la maggior parte dipendenti dalla determinazione delle funzioni arbitrarie, indusse il Piola nelle sue *Nuove ricerche* ec. ad abbandonare i metodi adottati prima di lui, e ad approfittare dei nuovi mezzi introdotti dal celebre Fourier nelle ricerche fisico-matematiche; restringendosi però ad usarne in quella sola parte che risguarda il rendere soddisfatte le condizioni alle

(1) Intorno alle soluzioni di alcuni problemi d'Idraulica. 1840.
(2) Poligrafo. Anno 1838.

quali va soggetto il fluido in movimento. Nel Capo I della citata Memoria destinata alla soluzione del problema del moto dell'acqua a due coordinate assume l'autore, ad imitazione di Lagrange, quali valori delle componenti della velocità le derivate parziali di una medesima funzione delle coordinate del punto della molecola fluida che si considera, funzione di forma incognita. In questo modo vien soddisfatto alla equazione della continuità, e le condizioni che si deducono dalle equazioni delle pareti che il fluido deve lambire forniscono per quella funzione incognita una proprietà la quale, secondo il Piola, varrà a determinarla in ogni caso particolare. L'applicazione del nuovo metodo al caso delle pareti rettilinee riconduce alle formole del Venturoli, e l'applicazione al caso di una parete rettilinea orizzontale e dell'altra curvilinea, porzione di curva a determinarsi, conduce a trovare dover essere la seconda parete una iperbole apolloniana. Il Capo II contiene analoghe ricerche per varj casi del moto dell'acqua riferito a tre coordinate; qui pure, poste le componenti della velocità rispettivamente eguali a funzioni di due funzioni di forma incognita, arrivasi a trovare dovere quelle funzioni incognite soddisfare a tale proprietà per mezzo della quale si potranno determinare in ogni particolare questione. È giovandosi di essa che giunge alle formole già trovate dal Venturoli pel moto dell'acqua nei vasi conici, e prende a considerare il problema più generale in cui la superficie del vaso è quella di un solido qualunque di rivoluzione, applicandovi ad esempio il caso nel quale la curva generatrice è una iperbole cubica, riconfermando così i risultamenti del professore Giulio. È poi nel Capo III che l'autore discute il moto dell'acqua nei canali aperti, supposto il movimento essere stabilito ed a due coordinate. Dietro tali ipotesi gli si rende possibile applicare al problema attuale i risultati cui era giunto nel Capo I ed ottenere dopo lunghi calcoli i valori della pressione e della velocità in un punto qualunque della massa fluida, non che la equazione della linea descritta da ogni molecola, equazione la quale, come fece osservare il signor Bellavitis, rappresenta una cicloide. Fa uso da ultimo delle formole ottenute per dimostrare nuovamente il teorema del Mossotti intorno alle differenze di livello del pelo in due diverse sezioni più sopra enunciato, e per la ricerca della scala delle velocità e di quella delle pressioni per una sezione qualunque. Il professore Bordoni (1), partendo dall'ipotesi dell'eguaglianza di pressione per le molecole costituenti una medesima vena fluida, ipotesi desunta dalla incompressibilità del liquido e dal supporre il moto stabilito, ossia la corrente composta dall'aggregato di infinite sottilissime vene di figure invariabili, riconfermò, mediante una analisi sua propria, i risultamenti a cui era giunto il Piola in quel Capo III.

---

(1) Vedi la Nota posta in fine dell'opuscolo: Elementari dimostrazioni delle formole per le portate delle bocche ordinarie. Pavia, 1844.

A questo lavoro del Piola tennero dietro altri tre, due Note inserite nel Giornale dell'Istituto (1) ed una Memoria (2) stampata nel secondo volume degli Atti. La prima, in ordine cronologico, verte sulla legge della permanenza delle molecole dei fluidi in moto alle superficie libere; assunta la equazione generale pel moto dei liquidi quale vien data dalla Meccanica Analitica, e precisamente quella parte di essa equazione che consta di integrali duplicati, e quindi rappresenta proprietà che devonsi verificare ai limiti della massa fluida, giunge a stabilire che nel caso del moto permanente il perseverare le molecole alla superficie libera non è una ipotesi ma un fatto. È a questa medesima conclusione che giunsero il signor Svanberg (3) in un caso particolare, ed il signor Edlund (4) in generale, dimostrando la permanenza delle molecole del liquido alle pareti dei vasi che lo contengono essere conseguenza necessaria della continuità della massa liquida. Nella sua Memoria sul moto dei fluidi il signor Svanberg suppone che esso abbia luogo simmetricamente rispetto ad una retta qualunque. Ammette possa accadere movimento di rotazione della massa fluida attorno quell'asse, talchè si presentano quali incognite ad assumersi, oltre la pressione e la densità per una molecola qualunque, le velocità della molecola stessa parallelamente all'asse, perpendicolarmente all'asse, e di rotazione attorno l'asse. Nelle formole generiche pel moto dei fluidi per mezzo delle coordinate polari si sostituiscono facilmente alle tre ordinarie componenti della velocità, le tre velocità surrogate; e le nuove formole che si ottengono, oltre al provare, come nelle condizioni ammesse dall'autore, la permanenza delle molecole fluide alle pareti del vaso che lo contengono sia conseguenza della continuità della massa liquida, conducono all'interessante teorema che la velocità di rotazione di una molecola qualunque nei differenti punti della sua trajettoria è sempre in ragione inversa dei quadrati delle distanze che i punti medesimi hanno dall'asse di rotazione. Nel 1843 comparve negli Atti dell'Istituto Veneto la seconda delle Memorie Idrauliche del professore Turazza (5). In essa l'autore proponesi la ricerca delle circostanze dell'efflusso dai vasi di rivoluzione ad asse verticale; il metodo da lui adottato è in generale quello usato da Lagrange, dall'Eulero, da Venturoli e da tutti gli altri, eccettone il Piola; ottenute cioè le funzioni, le più generali possibili che soddisfano alle equazioni generali del moto dei fluidi, le determina in

---

(1) Sulle leggi della permanenza delle molecole dei fluidi in moto alle superficie libere. Giornale dell'I. R. Istituto Lombardo, di scienze, ec. Fasc. XVIII. Di una estensione alla teorica del moto dell'acqua nei vasi. Giornale dell'Istituto medesimo. Fasc. XXI.

(2) Sul moto permanente dell'acqua. Memorie dell'I. R. Istituto Lombardo, di scienze, ec. T. II, an. 1845.

(3) Crelle. Journal für die Mathematik. 1842.

(4) Conséquences nécessaires de l'équation de la continuité des fluides. Mémoires de la Société Royale des Sciences d'Upsal. An. 1846.

(5) Dell'efflusso dei liquidi dai vasi di rivoluzione. Memorie dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. T. II. Anno 1843.

ogni caso particolare mediante le condizioni spettanti ad esso. Però partendo il signor Turazza dalle ipotesi, che all'origine non sia stato impresso al liquido alcun movimento di rotazione, che sia *differenziale esatto* il noto trinomio delle velocità, e che le molecole liquide le quali trovansi sull'asse all'origine vi si mantengano per tutta la durata del moto, giunge ad una equazione alle derivate parziali del secondo ordine, che è una di quelle che riscontransi nella teorica del suono, della quale assegna l'integrale sotto due differenti forme, cioè col mezzo di un integrale definito doppio, e col mezzo di un integrale definito semplice. Quest'ultimo, già proposto da Brisson (1) quale integrale completo della medesima equazione, venne dimostrato incompleto dal Poisson (2), che ne assegnò il completo formato colla somma di due integrali definiti. A tre esempj applica il professore Turazza le sue formole; all'efflusso dell'acqua dal vaso conico, dal vaso generato dalla rotazione dell'iperbole cubica attorno l'assintoto, e dal vaso generato dalla rotazione di una curva di equazione determinata e dal suo assintoto attorno all'asse verticale; avvenendo così il movimento per quest'ultimo caso fra due pareti, l'una delle quali, l'interna, è la superficie esteriore del cono generato dall'assintoto, e l'altra, l'esterna, è la superficie generata dalla curva. I primi due casi ridanno le soluzioni dei professori Venturoli e Giulio, il terzo caso serve a gettar luce sul problema del moto dell'acqua sulla superficie esterna di un cono retto verticale; la conclusione cui giunge l'autore: » *che le molecole esistenti sulla superficie conica si mantengono sempre aderenti alla* » *stessa descrivendo linee concorrenti al vertice, mentre tutte le altre descrivono linee* » *curve di una stessa famiglia dipendente dall'angolo al vertice del cono, le quali* » *curve tutte sono comprese in piani verticali passanti per l'asse, e concorrono ad* » *assintoto colla corrispondente generatrice del cono,* » è in perfetta contraddizione colle conseguenze cui era giunto il signor Piola trattando il medesimo problema. L'autore termina la Memoria mostrando in qual modo debbasi progredire nella ricerca delle leggi del moto di un liquido entro un vaso di forma determinata ogni qual volta pongasi l'ipotesi che le trajettorie sieno espresse dalla stessa equazione che le pareti, variando solo nel passare dall'una all'altra il valore di un parametro; ed assegna tale forma di vaso per la quale il moto non è possibile in quella ipotesi. Al lavoro del professore Turazza tenne subito dietro la seconda delle suddette Note del Piola; anzi prendendo argomento dal lavoro medesimo, assumendo le espressioni già da lui date nel Capo II della Memoria prima quali valori delle componenti della velocità

---

(1) Journal de l'École Polytechnique. Cahier XIV. Sur l'intégration des équations différentielles partielles.

(2) Journal de l'École Polytechnique. Cahier XIX. Sur l'intégration des équations linéaires aux différences partielles.

La osservazione cui spettano queste due citazioni trovasi anche nella citata Memoria del professore Tardy.

della molecola generica, prendendo per equazione della superficie di rotazione ad asse verticale una equazione più generale di quella da lui adottata in quel Capo II, ed ammettendo la ipotesi del *trinomio differenziale esatto* (ipotesi ammessa dal Turazza), arriva ad una equazione di condizione, a verificare la quale si presentano due modi. Si l'uno che l'altro di questi modi sono origine di un grandissimo numero di casi nei quali il moto dell'acqua nell'interno dei vasi può analizzarsi completamente: adottando poi il primo modo giungesi alle soluzioni dei signori Giulio e Turazza; adottando l'altro si rinvengono le formole del Venturoli. In una appendice a questa Nota dimostrasi affatto analogamente come nel moto di un velo d'acqua in un piano verticale rinchiuso fra una parete rettilinea orizzontale e fra un'altra parete fissa qualunque, giungesi pure ad una equazione di condizione; e dai due differenti modi di verificarla ritrae due famiglie di soluzioni possibili, a capo di una delle quali sta il caso in cui la seconda parete sia l'iperbole apolloniana, ed a capo dell'altra il caso della retta. In questa appendice dimostrasi anche potersi assumere per seconda parete una linea ad equazione trascendente. Il professore Bellavitis (1) nella prima parte di una Memoria letta all'Istituto Veneto nel 1844 tratta nuovamente i tre casi del moto dell'acqua entro vasi di rivoluzione già considerati dal Venturoli, dal Giulio, dal Turazza, e fa osservare come le soluzioni date da essi non corrispondano alle circostanze fisiche che naturalmente accompagnano l'efflusso dei liquidi da un vaso, mentre nella soluzione relativa ad una quarta specie di vaso, che è quello generato dalla rotazione di una iperbole equilatera intorno ad un suo assintoto, riescono le condizioni implicitamente ammesse conformi alle ordinarie circostanze. La soluzione data dall'autore per questo quarto caso non è soggetta alla condizione del *trinomio differenziale esatto*, e viene soddisfatto soltanto alla legge di continuità, ed alla condizione che la pressione per un punto qualunque sia eguale in tutti i sensi. La seconda parte di essa Memoria contiene considerazioni sul moto dell'acqua in un piano analoghe alle suscitate pel moto dell'acqua nei vasi rotondi; considerazioni che in buona parte vennero ripetute in una seconda Memoria di cui diremo in appresso. Alcune osservazioni intorno ai lavori del Tadini, del San Martino e del Piola formano lo scopo di una breve Memoria del signor Padula. Già abbiamo detto delle obbiezioni da lui promosse al Tadini ed al San Martino; le sue riflessioni intorno alla prima delle Memorie del signor Piola vertono principalmente sul dubbio che la forma esibita dal teorema del Piola per la funzione dalla quale si hanno le espressioni delle componenti della velocità, presenti in ogni caso la voluta generalità.

Oggetto principale alla seconda Memoria del signor Piola è l'analisi del moto permanente dell'acqua in canali superiormente aperti, considerate tutte e tre le dimensioni. Però siccome l'analisi adottata nel Capo III della precedente Memoria, trat-

---

(1) Sul movimento di un liquido che discende in modo perfettamente simmetrico rispetto ad un asse verticale. Memorie dell'I. R. Istituto Veneto. T. II. An. 1845.

tandosi di moto a due coordinate, difficilmente piegavasi allo studio di queste nuove questioni, trova utile di far uso d'una analisi particolare, a ben comprendere lo spirito della quale tratta ancora nel Capo I del moto permanente dell'acqua in un piano. Il metodo immaginato dal Piola col mezzo di cui si abbreviano di gran lunga i calcoli occorribili in quelle ricerche consiste nell'avere distinto le due differenti specie di costanti le quali entrano nelle formole che incontransi nello studio del moto dei fluidi. Alcune di esse sono tali tanto in riguardo al tempo quanto in riguardo alla posizione della molecola fluida che si considera, quali sarebbero la gravità, la pressione atmosferica ec., ed alcune lo sono solamente in riguardo al tempo, potendo mutare nel passaggio da un luogo ad un altro, quale sarebbe il parametro che entra nell'equazione generale delle trajettorie descritte dalle molecole fluide, il quale non cambia valore per tutta una trajettoria, ma la muta passando da una trajettoria all'altra, ed in ciascuna è costante rispetto al tempo. Da alcune proprietà di questa seconda specie di costanti e dall'uso diligente delle medesime ritrae il Piola mezzi bastevoli alla trattazione di quei nuovi problemi. Nel Capo II tratta estesamente del moto permanente dell'acqua considerate tutte e tre le dimensioni; e ritrovatene le formole generali, le applica a correnti in tubi o canali chiusi, ed alle correnti superiormente libere supposto il canale fiancheggiato da sponde piane. Frutto di lunghi e laboriosi calcoli giunge ad ottenere le equazioni finite fra le tre velocità, la pressione, le coordinate della molecola generica, ed altre quantità le quali rimangono invariate per tutta la massa fluida in moto. Il Capo III è dedicato a dedurre alcune circostanze del moto permanente dell'acqua nei canali aperti e nei fiumi quali conseguenze delle teoriche contenute nei primi due Capi. Il caso discussovi è quello di un canale a fondo orizzontale ed a sponde piane egualmente inclinate all'orizzonte; le formole del Capo II applicabili al moto dell'acqua fra due sponde piane comunque inclinate all'orizzonte, ma però fra loro parallele, si pongono a profitto anche per questo caso, supponendo che l'acqua corra in piani paralleli alle sponde di qua e di là del piano verticale che puossi immaginare condotto per la retta che divide in due parti eguali il fondo del canale. Arriva per tal modo a dimostrare 1.° che il moto dell'acqua in un canale a sponde verticali e parallele può ridursi al moto in un piano, essendo nulla la velocità secondo la larghezza del canale: proposizione già ammessa senza previa dimostrazione dal Venturoli, dal Plana, dal Mossotti; 2.° che la formazione del filone è dipendente dalla inclinazione delle sponde del canale: proposizione impugnata dal Tadini; 3.° sussistere il *colmeggiamento*, cioè l'acqua corrente nel sito del filone essere più alta di quella che corre in vicinanza delle sponde; 4.° che la differenza di livello del pelo per due punti nei quali due sezioni sono tagliate da un piano parallelo ad una sponda, eguaglia la differenza delle altezze dovute alle due velocità assolute superficiali per gli stessi punti, teorema più generale dell'analogo trovato dal professore Mossotti e ridimostrato dal Piola nel Capo III della precedente Memoria. La determinazione della scala delle velocità in una corrente, punto intorno al quale le sentenze degli scrittori nella scienza delle acque

sono in maggiore discordia, venne anche studiata dal Piola; le conseguenze cui giunse proverebbero non potersi dare un massimo nella scala delle velocità, ossia non sussistere filone in altezza, come credevano Venturoli e Tadini. Alcuni cenni sul problema delle portate, e la ricerca di una espressione per la misura di esse terminano la Memoria. Il secondo lavoro pubblicato dal professore Bellavitis (1) intorno ad argomento idraulico è diviso in cinque capitoli. Il primo capitolo è dedicato alla ricerca delle formole generali pel moto dell'acqua in un piano, le quali formole vengono nel seguente applicate al caso delle pareti rettilinee. La soluzione già data dal Venturoli è minutamente analizzata dall'autore tanto *a posteriori* quanto *a priori; a posteriori* allorquando vuol provare che l'unico moto permanente il quale possa conciliarsi colle formole del Venturoli sarebbe quello in cui ciascuna molecola si movesse come fosse sola; *a priori* quando avendo ottenuto pei valori della velocità due serie procedenti secondo le potenze dell'ascissa e contenenti funzioni arbitrarie dell'ordinata e del tempo, le quali soddisfano tanto al *binomio differenziale* delle forze come a quello delle velocità, esibisce una equazione generale delle trajettorie, la quale per valori particolari di un parametro può rappresentare le pareti rettilinee, mentre, al dir dell'autore, le altre trajettorie saranno curvilinee. Tratta da ultimo del moto di un velo d'acqua rinchiuso fra due rette perpendicolari tra loro, e le formole a cui giunge contengono quale caso particolare quelle date dal Venturoli, considerando le pareti rettilinee comunque inclinate, mentre in via ordinaria dovrebbe aver luogo il contrario. Il terzo ed il quarto capitolo contengono la ricerca delle formole generali del moto dell'acqua simmetrico attorno ad un asse e la applicazione all'efflusso dal vaso conico: e qui pure commentando la soluzione del Venturoli, trova non rispondere essa alle reali fisiche circostanze di quel movimento. Nel capitolo quinto, parlando del moto dell'acqua negli alvei, prende l'autore ad analizzare gli studj del Mossotti e del Piola; le osservazioni di lui a questo proposito vennero accennate più addietro. Veniamo ora alla Memoria del professore Tardy già più volte citata, come quella che contiene osservazioni critiche intorno a varj lavori d'idraulica teoretica. Nella prima parte di essa, dopo aver posto in luce le più importanti ricerche idrauliche esistenti anteriormente a quelle del Venturoli, considera il moto dell'acqua a due coordinate supposte essere le pareti l'iperbole equilatera ed una retta; la parabola e l'asse delle ascisse, e ciò per mostrare essere possibile la trattazione di questi problemi anche nel caso in cui dalla equazione di una parete non si possa passare a quella dell'altra mutando il valore ad una costante, il che verrebbe escluso dall'analisi del Piola anche perchè quelle costanti si riscontrano nei valori delle velocità componenti. Questi esempi ponno inoltre servire di confutazione all'opinione manifestata dal professore Amici nel secondo volume del suo Corso di Meccanica, laddove dice che l'introdurre

---

(1) Observationes de quibusdam solutionibus etc. etc.

la condizione della permanenza delle molecole alle pareti *fa si che tutte le altre molecole della massa liquida restano obbligate a percorrere delle linee della stessa specie di quelle.* Occupasi in seguito il signor Tardy del moto dell'acqua entro vasi di rivoluzione, ammessa la permanenza delle molecole del fluido alla superficie del vaso che lo contiene, e supposto che le molecole non debbano mai escire dai piani meridiani. La equazione alle derivate parziali rappresentante quel movimento viene dall'autore integrata col mezzo delle derivate ad indice fratto, e le formole che se ne deducono vengono applicate all'efflusso dai vasi conici. Mostra quindi come i casi di efflusso dai vasi di rivoluzione trattati dai professori Turazza e Giulio lo possano essere assai più brevemente rendendosi in allora possibile il far uso, per l'integrazione diretta dell'equazione generale alle derivate parziali del secondo ordine, del metodo immaginato dal professore Amici (1), il quale, come osserva il Tardy, non è però estendibile a tutti gli altri casi di efflusso da'vasi di rivoluzione, potendosi a questi applicare il metodo insegnato da Abel (2) per determinare la funzione arbitraria. Da ultimo viene a discutere l'ipotesi del moto per filetti; i risultati cui giunse vennero già riferiti.

I più recenti lavori idraulici appartengono all'ingegnere Brighenti. Già fino dal 1828 aveva il Brighenti in una Nota sul moto dell'acqua a due coordinate esposti alcuni dubbj intorno le soluzioni del Venturoli e del Tadini, principalmente avuto riguardo al modo con cui si determinano le forme delle funzioni arbitrarie. Le obbiezioni in allora mosse dall'ingegnere Brighenti e discusse di poi dal Bruschetti e dal Turazza si riassumono nel dire che nel moto del velo d'acqua rinchiuso da rette concorrenti la trajettoria rettilinea era già prescritta dalle assunte ipotesi; che la soluzione dell'efflusso dai vasi conici era un caso particolare di quella del moto a due coordinate; e che posta la cognizione dell'equazione delle trajettorie, tutte le conseguenze cui giunsero quegli autori potevano ricavarsi dalla teorica del moto lineare, convertendo in circolari o sferici gli strati che discendono normalmente alla direttrice del moto. A questi tre punti si può dire riducansi anche le considerazioni che il signor Brighenti pubblicava negli anni 1847, 1848 in una nota all'elogio del Venturoli ed in una Memoria (3) letta all'Accademia di Bologna, sebbene in questa seconda vengano anche brevemente analizzate le Memorie del Piola.

Vedemmo quali furono le obbjezioni ed i dubbi mossi ai risultamenti del Venturoli e del Piola. Nella Memoria che fa seguito al presente riassunto storico (la quale

(1) Corsò elementare di Meccanica ed Idraulica. Vol. II. Firenze, 1842.

(2) OEuvres. T. II. pag. 213.

(3) Considerazioni sulle generali equazioni dell'Idrodinamica e sulle applicazioni che se ne sono fatte finora. Memorie dell'Academia di Bologna, 1848.

viene pubblicata quale ritrovossi senza variazione alcuna) è scopo principale al Piola il difendere la teorica del Venturoli e la propria, ed il conciliare, fin dove è possibile, le sue opinioni con quelle de' suoi oppositori. Avrà egli raggiunto l'intento?

*Francesco Brioschi*
Professore all'Università di Pavia.

Le mie ricerche più recenti sul moto dell'acqua sono consegnate nei volumi I. e II. delle Memorie di quest'Istituto (*), e in una Nota inserita nel fascicolo XXI del Giornale dell'Istituto medesimo. Scrissero da non molto tempo sullo stesso argomento varj distinti autori italiani (**), in parte ammettendo, in parte muovendo obbjezioni alla mia teorica, e a quella che la precedette del prof. Venturoli: sempre però con tanta moderazione e urbanità, che io debbo a questi scrittori, anche per la parte che contiene censura, sinceri ringraziamenti; anzi per essa più che per la parte lodatoria, avendomi dato occasione a ulteriori meditazioni, e quindi a riordinare le mie idee su certi punti, a difendermi su certi altri, aggiungendo alcune nuove considerazioni coll'intento di viemmeglio cogliere nel vero.

---

(*) Vol. I, pag. 217, II, pag. 83.

(**) Turazza prof. Domenico. Dell'efflusso dei liquidi dai vasi di rivoluzione. Venezia, 1844.
Padula prof. Fortunato. Sulle equazioni relative al moto de' liquidi. Napoli, 1843.
Tardy prof. Placido. . . Sopra alcuni punti della teorica del moto de' liquidi. Firenze, 1847.
Bellavitis prof. Giusto . Observationes de quibusdam solutionibus analyticis problematum ad liquidorum motum pertinentium. Bononiæ, 1847.
Amici prof. Vincenzo . . Corso di Meccanica e di Idraulica.
Brighenti prof. Maurizio. Elogio di Gregorio Vecchi. Nota (*a*) Bologna, 1844.
Il medesimo . . . . . Elogio di Giuseppe Venturoli. Nota. Bologna, 1847.

Da questo cenno il lettore comprenderà subito che il presente mio scritto viene ad avere naturalmente due scopi: l'uno di metter fuori un' apologia del Venturoli e mia, per quanto si può fare procedendo lealmente, cioè senza nascondere le ragioni degli avversarj, anzi ponendole nella maggior luce: l'altro, di ribadire le proposizioni rimaste ancor ferme dopo la discussione, cercando così di promuovere sempre più questa bella parte di meccanica analitica applicata.

Per altro mi è necessario premettere alcune spiegazioni innanzi intraprendere la risposta alle varie obbjezioni, senza di che arrischierei presso alcuni di fare opera inutile. E di vero, quand' anche mi riuscisse difendere le proposizioni del Venturoli e mie da quanto dissero in contrario i signori Brighenti e Tardy, che pure ammettono la teorica euleriana intorno al moto de' fluidi, il mio vantaggio sarebbe vano presso chiunque asserisce non bastar più quella teorica alla spiegazione dei fenomeni, avuto riguardo alle nuove idee di fisica molecolare. E quand' anche giungessi a provare che la teorica euleriana sta a martello tuttavia a fronte dei moderni fisici trovati, avrei ancora fatto niente relativamente a quel passo del signor Bellavitis (Memoria citata, pag. 26) ove si asserisce che i matematici si fabbricano le molecole dei fluidi a loro modo, e quindi si fanno insorgere dubbj sulla stessa scrittura analitica, mediante la quale vengono impiantate le equazioni fondamentali. Io pertanto dichiaro di riconoscere per buono e in niente arbitrario il processo matematico con cui siamo soliti scrivere le questioni intorno al moto de' fluidi: e inoltre di ammettere la teorica euleriana con quel di più che risulta per le equazioni ai limiti dai principj della Meccanica analitica di Lagrange. Chi ha letto la mia ultima Memoria *intorno alle equazioni fondamentali del movimento di corpi qualsivogliano,* inserita nel Tomo XXIV degli Atti della Società Italiana, vorrà forse essermi cortese in concedere che i due precedenti postulati sono (per dir poco) assai ragionevoli: e la continuazione di quella Memoria, che comparirà quando che sia, varrà, spero, a sempre più rassodare una tale opinione. Legga la presente chi è meco d' accordo intorno ai suddetti due postulati; quanto agli altri, rispettando io sempre l' avviso di filosofi sì valenti, non intendo rimuoverli dalle loro convinzioni, e solo invoco il diritto di conservare le mie.

## CAPO I.

### *Obbjezioni e risposte.*

1. Una prima questione degnissima d' essere discussa è la seguente. Se nel moto di un velo d'acqua fra due linee piane, supponendolo soggetto alla legge

di continuità (vale a dire supponendo che le stesse funzioni delle coordinate per le velocità e per la pressione, rimanendo di forma immutata, si estendano a tutte le molecole del fluido considerato), possano quelle due linee, od una fra esse, supporsi qualunque; ovvero, se per la possibilità del fenomeno, debbono essere di tal natura da soddisfare a certe condizioni. Per verità, non è difficile capire, anche senza calcoli, che in molti casi di moto permanente un siffatto assoluto arbitrio per quelle pareti non può sussistere: ad ogni modo veniamo su di ciò ad una disamina che abbia fondamento nella teorica. Il signor Tardy cercò con lodevole studio tutto quanto in addietro era stato scritto intorno all' attuale questione, e trovò avermi il D'Alembert prevenuto nella sentenza che quelle pareti non possono essere affatto arbitrarie. Ecco le parole del Geometra francese. « Ainsi le problème ne pourra être résolu toutes » les fois qu'on ne pourra donner à l'équation de la courbe la forme....., » et par conséquent on voit déjà qu'il y a un très-grand nombre de cas où le » problème ne peut être résolu analytiquement et rigoureusement, quoiqu'un » grand géomètre ait prétendu qu'il pouvait toujours l'être ». (*Opusc. mathém.* T. I, pag. 140). Questo geometra di parere contrario è niente meno che il grande Eulero: epperò si vede a quale autorevole voto s' appoggiarono i signori Tardy e Bellavitis per credere che le soluzioni del Venturoli e mie s' avevano a riguardare come casi particolari di una soluzione più generale tuttora ignorata. Ora si domanda se è quì possibile una conciliazione. A me pare di sì: a me pare che sia necessario distinguere bene due proposizioni, e che dopo una tal distinzione l'accordo non sia fuori di speranza. Altro è (badisi bene) dire: tutte le trajettorie descritte dalle molecole del liquido, essendo abbracciate da una sola equazione, comprese anche le pareti, possono dirsi linee di una stessa famiglia, le cui equazioni non vengono a differire l'una dall'altra se non per un diverso valore di una costante nell' equazione generale. Altro è dire: data l' equazione di una parete, anche l' altra parete e tutte le trajettorie debbono essere linee della stessa famiglia di quella prima linea data. Quantunque a prima giunta le due proposizioni sembrino identiche, esaminando attentamente si trovano avere tanta differenza, quanta ce n' è nel dedurre una volta il particolare dal generale, e nel voler dedurre un' altra volta il generale dal particolare. Avendo l' equazione generale di tutte le trajettorie, si possono (quando si consideri la cosa dal solo lato analitico) dare alla costante mutabile d' una nell' altra tali valori da cavarne due curve, le cui equazioni particolari non siano più riducibili l' una all' altra pel solo cambiamento di una costante, e molto meno si possa da una di esse risalire all' equazione generale che comprende tutte le trajettorie.

2. La prima delle due proposizioni è ammessa anche da Eulero. Egli (*Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*. T. XI, an. 1755) dà a pag. 358 un' equazione dove indica con $\Theta$ quella costante ch'io ho indicato con $\alpha$, e dice di essa, che *marque une quantité qui est bien constante pour toute la courbe, mais qui pour des courbes diverses doit être variable.* Riconosce che tutte le trajettorie non possono fra loro differire che per un diverso valore della costante $\Theta$, ovvero $\alpha$, che chiama *un paramètre dont la variabilité fournit toutes les courbes que tous les éléments du fluide décrivent ..... toutes ces courbes diffèrent entre elles par la variabilité de la quantité* $\Theta$. Si ripete lo stesso in due luoghi a pag. 360, e sul principio dell' art. 75. — Del resto la dimostrazione della proposizione in discorso, nel caso del moto permanente, quale può vedersi al n.° 6 della mia seconda Memoria (fra le tre citate da principio) è sì facile ed ovvia da non poter dar luogo ad alcun dubbio. Anzi la proposizione sussiste anche nel caso del moto non permanente, quando il noto binomio delle velocità non è differenziale esatto. Si verifica infatti allora l' equazione

$$\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = \alpha \tag{1}$$

ove $\alpha$ è una costante che non muta col tempo, ma può mutare col luogo (vedi la mia prima Memoria, equazione (9)), ed è in sostanza l' equazione generale delle trajettorie: come feci osservare al n.° 69 della mia Memoria citata nel preambolo e inserita fra quelle della Società Italiana.

3. Per illustrare la seconda proposizione trovo che niente può meglio servire di un esempio recato dal sig. Tardy nella sua Memoria, e che io qui riproduco alquanto modificato secondo il mio bisogno.

Suppongasi che l' equazione generale per tutte le trajettorie sia

$$\alpha = \frac{n(xy - h)}{n(x^2 - y^2) - h} \tag{2}$$

dove $\alpha$ è la costante che muta di trajettoria in trajettoria, e $n, h$ sono due costanti assolute. Si trovano le due velocità secondo gli assi espresse dalle formole

$$u = A\,\frac{2ny(xy - h) + x[n(x^2 - y^2) - h]}{[n(x^2 - y^2) - h]^2 + 4n^2(xy - h)^2}$$

$$v = A\,\frac{2nx(xy - h) - y[n(x^2 - y^2) - h]}{[n(x^2 - y^2) - h]^2 + 4n^2(xy - h)^2} \tag{3}$$

le quali soddisfanno tanto all' equazione della continuità

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0 \tag{4}$$

quanto a quella del binomio differenziale esatto

$$\frac{du}{dy} = \frac{dv}{dx} \; ; \tag{5}$$

e di più anche alla derivata pel tempo dell'equazione generale (2), cioè alla

$$[n(x^2 - y^2) - h](xv + yu) = 2n(xy - h)(xu - yv) \; . \tag{6}$$

Pertanto le equazioni (2) e (3) contengono una soluzione completa fra le molte che può avere il problema del moto dell' acqua in un piano.

Osservisi poi che la (2), pel caso particolare di $\alpha = 0$ si riduce

$$xy - h = 0 \; ; \tag{7}$$

e pel caso particolare di $\alpha = n$ diventa

$$xy = n(x^2 - y^2) \tag{8}$$

la quale può anche mettersi sotto la forma

$$(y - k_1 x)(y + k_2 x) = 0 \qquad \text{essendo}$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{1 + 4n^2} - 1}{2n} \; ; \quad k_2 = \frac{\sqrt{1 + 4n^2} + 1}{2n} \; ; \tag{9}$$

e quindi si scompone nelle equazioni di due rette

$$y - k_1 x = 0 \quad ; \quad y + k_2 x = 0 \; . \tag{10}$$

L' iperbola rappresentata dall'equazione (7), e una delle rette rappresentate dalle equazioni (10) sono linee le cui equazioni non possono dedursi l' una dall' altra pel mutamento di una costante, e molto meno si può per tal mezzo risalire da esse all'equazione generale (2). Eppure tanto l'iperbola (7). quanto una delle rette (10) può assumersi per parete, essendo casi particolari della equazione generale (2), e potendosi provare che i valori (3) delle

due velocità soddisfanno anche alle derivate pel tempo delle menzionate equazioni particolari, cioè alle

$$xv + yu = 0 \quad ; \quad v - k_1 u = 0 \quad ; \quad v + k_2 u = 0$$

purchè si metta ogni volta per $y$ il suo valore in $x$ cavato dall'equazione primitiva corrispondente.

4. Ecco ora come dalla esemplificata seconda proposizione può cavarsi una gagliarda obbjezione contro la soluzione Venturoli del problema di un velo d'acqua che si muove fra due rette. L'equazione generale delle trajettorie per l'interno del liquido potrebb' essere tutt'altra (e ne abbiamo a prova l'equazione (2)) che l'equazione di una linea retta, e nondimeno per qualche valor particolare della costante generica $\alpha$ adattarsi a rappresentare le due rette che fan da pareti, come vedemmo avvenire nelle equazioni (10). Credere che la trajettoria generica anche nell'interno sia una retta, perchè tale è alle pareti, è un voler dedurre il generale dal particolare, ciò che sopra vedemmo non potersi fare. Pertanto la soluzione Venturoli, ponendo rettilinee tutte le trajettorie, contiene una restrizione sottintesa, fuori della quale potranno darsi altri ben molti casi. A questo discorso si riduce in sostanza quanto disse innanzi gli altri il sig. Brighenti fino dal 1828: più apertamente scrisse da ultimo il sig. Bellavitis (Mem. cit. p. 17) *videbimus facto comprobatum rectilineos parietes minime requirere ut trajectoriæ omnes rectilineæ sint.* Una simile obbjezione ferisce anche il detto da me in più luoghi e principalmente al n.° 7 della mia seconda Memoria, dove asserii che, posta ad arbitrio una delle pareti, non è più in assoluto nostro arbitrio lo stabilire l'altra parete; bisogna che l'equazione di questa seconda possa dedursi da quella della prima, mutando il valore di una costante. E poscia insinuai che designando per l'esposta ragione con $m = f(x, y)$, $n = f(x, y)$ le equazioni delle due pareti, debba essere $\alpha = f(x, y)$ quella della trajettoria generica, essendo $\alpha$ la costante mutabile di trajettoria in trajettoria. Dopo le premesse viene facile la conclusione, che il fare come io dissi, è ancora un dedurre il generale dal particolare, è un disconoscere che l'equazione generalissima può modificarsi alle due pareti per due linee le cui equazioni non si ricavino l'una dall'altra col semplice mutamento di una costante.

5. Credo che i miei oppositori non potranno rimproverarmi di aver cercato di nascondere la forza dei loro argomenti. Passando ora alle difese, procurerò dapprima di restituire in onore la soluzione del Venturoli, idraulico di quel merito che tutti sanno, col quale io qui mi trovo in buona compagnia. Che

la considerazione del moto indicato da quella soluzione debba dirsi *prorsus inutilis*, come parve al sig. Bellavitis (sua Mem. p. 17), e che un'egual nota debba apporsi anche all'altra del moto dell'acqua nel vase conico (p. 25), stimo lecito il dubitarne, giacchè la prima nelle mani del Tadini produsse un metodo pratico per la misura delle acque correnti, e la seconda servì di fondamento al Bidone per le sue ricerche sulla contrazione delle vene fluide. Che entrambe le soluzioni del Venturoli siano viziose in radice, vorrei esser cauto prima di asseverarlo, avuto riguardo alla tempra dell'ingegno che ne fu l'autore. Esse intanto non parvero tali al Bidone, giudice competente in tali materie quant'altri mai. Egli accettò senza obbjezioni la prima, dicendone: *La détermination du mouvement de chaque molécule de cette couche d'eau a été donnée pour la première fois par M. Venturoli en* 1810. (Memorie dell'Accademia di Torino, T. XXXIV, an. 1830, p. 380). E il suo voto relativamente alla seconda, fu questo: *La détermination complète du mouvement de chaque molécule liquide contenue dans ce vase suivant ses trois coordonnées a été donnée pour la première fois par M. Venturoli. Nous nous servirons des résultats obtenus par cet illustre savant, auquel l'Hydrodynamique doit plusieurs autres découvertes importantes.* (Ivi, pag. 373.)

Ma non vale qui opporre autorità ad autorità, giacchè siamo in matematica, e ci è lecito usare direttamente il raziocinio. — In un brano di lettera al signor Tardy, che leggesi stampato in fondo alla sua Memoria, esposi io stesso in termini assai chiari la difficoltà quì sopra riferita consistente nel poter essere l'equazione generale di tutte le trajettorie assai più complicata di quelle per le due pareti: e nondimeno soggiunsi che, *trattandosi di moto permanente*, l'obbjezione non mi spaventava. Posi di poi un ragionamento analitico, che nel caso del moto permanente, ristabiliva, a mio parere, la generalità delle soluzioni del Venturoli e mie: ragionamento però che non ebbe la fortuna di persuadere il professore siciliano. Ora lo ripeterò quanto alla sostanza ma in altri termini, sperando di ridurlo più evidente collo spiegar meglio il mio pensiero.

6. Se l'equazione generale delle trajettorie (per esempio la (2)) si semplifica per alcuna delle pareti, chiunque ha un po' di pratica nell'analisi sa, che questo non può avvenire se non perchè nella equazione stessa entrano fra le costanti i valori particolari della $\alpha$ proprj di quelle pareti: allora nel passare alla parete, la $\alpha$ particolarizzandosi e diventando una costante che trovasi di già altrove nella equazione, hanno luogo riduzioni di termini, alcune parti della equazione possono sparire, e in conseguenza la sua forma viene a snaturarsi. Così l'equazione (2) intanto si riduce alla (8) o alle (10)

per $\alpha = n$, inquantochè nel secondo membro di essa c'è di già l'$n$ in due luoghi. Ora può provarsi che, se il moto è permanente, questa $n$, valore particolare di $\alpha$ per una parete, non può entrare nella equazione generica (2), e nemmeno nei valori (eq. (3)) delle due velocità $u$, $v$. Diamo che potesse esservi $n$ in $u$, talchè si avesse $u(x, y, n)$. Il moto permanente è di tal natura che in esso possono prendersi per pareti due trajettorie qualunque, come se esse fossero fisse, come se il liquido contenuto fra esse trajettorie e le pareti vere fosse solidificato. Questa nozione intorno al moto permanente è per sè stessa ovvia, e si direbbe compresa nella definizione: chi volesse però guardarvi per entro sottilmente troverebbe che conviene appoggiarla a quel di più (di cui dissi nel preambolo) aggiunto alla teorica euleriana dalla considerazione delle equazioni ai limiti, e dal risultarne anche nello stato di moto la pressione dappertutto normale alla parete ove questa sia solida (vedi il n.° 64 della mia Memoria citata sul fine del n.° 2 di questa). Supposto pertanto che per una qualche ragione la $u(x, y, n)$ dovesse contenere la $n$ valore di $\alpha$ per una parete si proverebbe, cambiando mentalmente la parete, che per la stessa ragione dovrebbe contenere al posto di $n$ non più $n$ ma $n + \omega$, essendo $n + \omega$ il valore di $\alpha$ per un' altra trajettoria; e poichè questo non è che un concetto, e il moto è ancora quello di prima, tale $u(x, y, n + \omega)$ sarebbe in valore eguale alla prima, dimodochè si avrebbe

$$u(x, y, n+\omega) - u(x, y, n) = 0 ,$$

ossia

$$u'(n)\omega + u''(n)\frac{\omega^2}{2} + \ldots = 0 ,$$

dalla quale, per essere $\omega$ indeterminato,

$$u'(n) = 0 , \tag{11}$$

cioè un' equazione la quale ci dice che $u$ non contiene $n$. Lo stesso può provarsi per l' altra velocità $v$, e lo stesso pel secondo membro d'ogni equazione generale simile alla (2), perchè se in quest' ultima una trajettoria qualunque assunta come parete dovesse influire a cacciarvi fra le costanti il suo valor particolare $n$ di $\alpha$, un'altra trajettoria surrogata alla prima dovrebbe poter cacciarvi allo stesso posto il suo $n + \omega$: quindi, e lo vedemmo, non vi sarà nè l' un valore nè l'altro. Ciò ben inteso, vado avanti e dico: giacchè non deve nel secondo membro della equazione generale $\alpha = f(x, y)$ esservi l'$n$ valore particolare di $\alpha$ ad una parete, non può l'equazione alla parete essere più semplice di essa, non potendo aver luogo quelle ridu-

zioni di termini di cui sopra si è detto. Quindi dalla cognizione $n = f(x, y)$ dell' equazione particolare alla parete si può salire alla cognizione della $\alpha = f(x, y)$ generale per tutte le trajettorie.

Vediamo, per un esempio, la verità delle nostre conclusioni relativamente all' equazione (2). Non potendo, se il moto è permanente, il suo secondo membro contenere la $n$, la derivata di esso relativamente ad $n$ deve essere zero. Prendasi questa derivata e si ponga eguale a zero, si troverà che l'equazione riducesi alla $h = 0$; cioè il non dovere esservi $n$ nel secondo membro della (2) porta che deve esservi zero l'altra costante $h$. Allora l'equazione diventa

$$xy = \alpha(x^2 - y^2) \ , \tag{12}$$

che è la (8) dove $\alpha$ generale sta in luogo di $n$ particolare. Così l' equazione (8) della parete svela la forma dell' equazione generale a tutte le trajettorie.

È poi chiaro, che siccome la (8) si riduce alle (10), e quindi all' equazione di una retta, i valori (3) delle due velocità, fattavi $h = 0$, debbonsi ridurre a quelli del Venturoli per le pareti rettilinee, cioè alle formole

$$u = B\frac{x}{x^2 + y^2} \ ; \quad v = B\frac{y}{x^2 + y^2} \ ; \tag{13}$$

si provi e si vedrà che riesce appunto così. Raccomando di non prestarmi subito fede, ma di prendere la penna in mano ed eseguire le due riduzioni che si presentano facili.

Adunque la soluzione Venturoli per le pareti rettilinee, la quale consiste nelle due formole (13), supposto che l' equazione generale delle trajettorie non possa contenere il valor particolare che prende la costante generica $\alpha$ ad una delle pareti (e vedemmo che pel moto permanente deve essere così), quella soluzione, dico, è generale, nè possono le trajettorie intermedie essere altro che rettilinee.

7. La conclusione sarebbe decisiva: ma sembra opporvisi un'analisi, che ha il suo merito, di cui è autore il sig. Bellavitis. Egli esamina il caso nel quale le due rette costituenti le pareti siano fra loro ad angolo retto, e prende l'una per asse delle $x$, l'altra per asse delle $y$. Siegue che le equazioni delle due trajettorie alle pareti sono

$$y = 0 \ ; \quad x = 0 \ ,$$

e conducono alla $v = 0$ per la trajettoria sull'asse delle $x$, ed alla $u = 0$ per la trajettoria su quello delle $y$.

Trova poi che i valori delle $u, v$ dati per le serie infinite

$$(14)\qquad \begin{aligned} u &= 2Tx + 2T_1 \frac{x}{x^2+y^2} + 2T_2(x^3 - 3xy^2) + \text{ecc.} \\ v &= -2Ty + 2T_1 \frac{y}{x^2+y^2} + 2T_2(y^3 - 3x^2y) + \text{ecc.} \end{aligned} \quad ,$$

(dove $T$, $T_1$, $T_2$, ecc. sono quantità indeterminate e costanti relativamente alle $x, y,$) mentre soddisfanno alle solite due equazioni (4), (5), soddisfanno anche alle due precedenti condizioni di $u = 0$ per $x = 0$, e di $v = 0$ per $y = 0$. Ecco pertanto un moto fra due rette con una soluzione più generale di quella del Venturoli, la quale è somministrata dai soli due secondi termini delle precedenti serie (14), posti nulli gli altri coefficienti arbitrarii $T$, $T_2$, ec. *Igitur* (così conchiude il Bellavitis) *evidenter facto demonstratum est, quæ Venturolius implicite supposuit, gratuito supposuisse, ac proinde omnis admiratio cadet adeo arbitrario obstrictam solutionem naturalioribus problematis conditionibus minime accomodari.*

8. Qui per rispondere mi conviene prendere le mosse un po' da lontano. Sono molte in matematica le formole generali per le quali sussiste qualche caso anomalo che si sottrae alla loro generalità. Si sanno comunemente i casi di eccezione per le formole di Taylor e di Maclaurin; prendiamo ad esempio la formola integrale

$$\int dx \,.\, x^m = \frac{x^{m+1}}{m+1} + \text{cost.} \quad ;$$

essa è generalissima per tutti i valori di $m$ positivi, negativi, interi, fratti, irrazionali, eppure non sussiste pel solo caso di $m = -1$. Siffatti pochissimi casi eccezionali sono come individui bisbetici che non vogliono stare in famiglia cogli altri, e per coglierli bisogna andarli a cercare nel luogo di loro solitaria dimora. Ma che perciò? sono forse meno preziose le formole che colla loro generalità coprono l' innumerabile moltitudine di tutti gli altri casi? Anzi queste sono le veramente utili, e quelle poche anomalie valgono a qualche cosa in quanto ci ammoniscono che il calcolo, bellissima fra le invenzioni umane, è pur sempre uno strumento subbjettivo, il quale, commisurato ad una intelligenza limitata, lascia qua e là trasparire qualche sintomo d'imperfezione: di che abbiamo ben altre prove che quì non è il luogo di riferire. Venturoli ed io mirammo alla scoperta di formole che avessero la generalità sopra indicata: e se qualche anomalia si scopre, essa è da attribuirsi a niente altro,

che alla natura dello stromento messo in uso. Insisto su queste considerazioni, perchè è quì il vero punto di vista da cui valutare l'importanza delle nostre soluzioni, che pur si vorrebbero mettere a terra. Noi cercammo nella soluzione dei problemi idraulici formole con parametri non numerici, ma indicati generalmente da lettere, affinchè potessero essere applicabili in tutti i casi simili. Venturoli nell'analisi del moto dell'acqua fra due rette cercò formole che valessero sempre, sia che quelle pareti facessero fra loro un angolo di 10, di 15, di 20 gradi, ecc.: cosicchè l'idraulico cui stesse sott'occhio un caso particolare, avesse senz'altro pronto il mezzo per addentrarsi nella cognizione di tutto il fenomeno. Io, nelle mie due soluzioni relative alle correnti aperte, indicai colla lettera $\omega$ la pressione atmosferica, ma la lasciai nella sua espressione generica letterale, perchè intesi trovar formole che dovessero essere sempre buone anche per diverse altezze sul livello del mare, anche salendo sull'altipiano di Quito, quantunque sapessi che il valor numerico di $\omega$ in tali supposizioni varierebbe.

Data per la parete rettilinea l'equazione

$$y = mx \tag{15}$$

col parametro $m$ tale che possa rappresentare all'uopo la tangente di qualunque angolo d'inclinazione, nel caso del moto permanente, la soluzione generale si ha per le sole formole (13) del Venturoli; il sig. Bellavitis ha trovato un'eccezione per un caso particolarissimo, di cui non saprei qual'utile applicazione possa avere, e che corrisponde al valore particolare di $m = \infty$. Da ciò però che cosa vorrebb'egli conchiudere? Che le sue formole (14) potessero rendere meno generale la soluzione del Venturoli per tutti gli altri valori di $m$? Spero che si persuaderà del contrario quando rifletta che sostituendo i valori (14) nella derivata pel tempo della (15), cioè nella

$$v = mu\ , \tag{16}$$

la quale si verifica alla parete, e mettendo anche per $y$ il suo valore dato dalla (15), si ottiene una equazione dove spariscono i termini con $T_1$, talchè questa è la sola costante che si conserva realmente indeterminata: ciò che resta dopo le riduzioni e la divisione per $4mx$, ci presenta l'equazione

$$T + T_2(1 - 2m^2)x^2 + \ldots = 0\ ,$$

la quale si scompone in tante, quanti sono i coefficienti delle diverse potenze di $x$. L'annullarsi pertanto di tutti gli altri coefficienti $T$, $T_2$, $T_3$, ecc. non

è una supposizione gratuita, è una necessità. Per tal modo dalle stesse formole (14) del Bellavitis si ricava una riconferma di quelle del Venturoli: come già mostrammo voltarsi in novella prova delle medesime anche le formole (3) spettanti all' esempio proposto dal sig. Tardy. Che poi il cercar formole che si adattino ad una inclinazione qualunque delle pareti rettilinee, sia già supporre rettilinee anche le trajettorie interne, sicchè non faccia bisogno di calcolo per venire a tal conclusione, non posso credere che il sig. Bellavitis, geometra di perspicacia non ordinaria, l' abbia pensato. Pare ch' egli dica questo sul fine del n.° 23 della sua Memoria, ma nella stessa pagina (lin. 9) scrisse quanto basta per farci intendere ch' egli ben sentiva la distinzione delle due proposizioni.

9. A manifestare poi interamente il mio pensiero circa le diverse obbjezioni mosse al Venturoli, e far conoscere quale impressione in me produssero, metterò per un soprappiù che non si fonde col resto della Memoria, una considerazione filosofica, la quale abbraccia un maggior campo e spiega come io la intendo anche relativamente a moltissime altre questioni matematiche e non matematiche. Vedemmo che quelle soluzioni si possono difendere a rigor di analisi, e che le stesse obbjezioni si cambiano in nuove dimostrazioni di esse: ma supponiamo che non si sappia questo, supponiamo che sia veramente imperfetto il ragionamento adoperato per ritrovarle, e, se vuolsi ancora, supponiamo che siano state indovinate; rimane sempre per esse la dimostrazione *a posteriori*. Venturoli con queste formole alla mano, comunque gli siano capitate, spiega interamente il fenomeno, e mostra adempite tutte le condizioni meccaniche del problema, tanto alle pareti, quanto nell' interno della massa fluida. Quand' è così, basta: quelle formole contengono la legge della natura, la quale non tiene più modi ad un tempo nel suo operare, saltando capricciosamente d' uno nell' altro. Gl' ingegni a ciò privilegiati, talvolta per un segreto instinto, sull' esame dei fatti intravedono le leggi generali, le annunciano, e quantunque manchi la dimostrazione *a priori*, sono ancora i fatti (i quali nel nostro caso sono il verificarsi delle equazioni alle derivate) che accomodandosi sotto quelle leggi generali, senza mai smentirle, vi portano la certezza. Nello scoprire la formola in cui sta scritta la legge della gravitazione universale, Newton non tenne una via migliore di questa. Poche sono le verità risguardanti il mondo esteriore, che a noi è dato penetrare *a priori: Quel supposto deve esser vero* (così un distinto filosofo — Mammiani, *Dell'Ontologia e del Metodo*, pag. 72), *dato il quale ogni verità subalterna si dichiara e si spiega in tutti i minuti particolari: e ciò perchè la sola cagione vera ed effettiva delle cose può rendere ragione di tutte le loro contingenze.* Ecco il criterio generale

di una modesta ma ben ragionevole filosofia, che si applica sempre utilmente, che, se non esalta il nostro orgoglio, ci acquieta la mente, e ci schiva spesso un perditempo dietro speculazioni vane o impossibili.

10. Finirò l'apologia del Venturoli col non omettere anche qualche cenno storico. Davvero il nostro Bolognese fu assai sfortunato. Mentre alcuni si adoperarono per provare che le sue soluzioni sono inutili, altri, quando pur gliene rimanesse un briciolo di merito, volle contrastargli anche quello, e fu il signor Tardy che scrisse risultargli che *Venturoli poco o nulla aggiunse alle conoscenze anteriori.* Io lodo l'erudizione del giovine scrittore e la pazienza con cui frugando nelle opere di D'Alembert, Lagrange, Monge, ecc. trovò, relativamente alla trattazione del problema del moto dell'acqua a due coordinate, tali antecedenti che da essi alle conclusioni del Venturoli è breve il passo. Riconosco vero tutto questo, e aggiungo che un passo anche più vicino lo ha fatto un nostro italiano, Domenico Cocoli, in una sua dissertazione, pregevolissima pe' suoi tempi, ma poscia (come avviene delle cose nostre) dimenticata, *Sulla vera teoria delle acque uscenti dai fori aperti nei vasi. Memoria coronata nel concorso dell'anno* 1781 *dalla R. Academia di Mantova. Mantova,* 1783. Contuttociò domando: negli autori citati si trovano esplicitamente cavate fuori, e messe là alla buona, in modo che ognuno le veda, le equazioni (13) pel moto dell'acqua fra due rette, e le altre

$$u = \frac{Ax}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad ; \quad v = \frac{Ay}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad ; \quad w = \frac{Az}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

pel moto dell'acqua in un cono? A me non è avvenuto di ritrovarle: forse non avrò rovistato abbastanza. Dato che non ci siano, noi sappiamo che in matematica il merito principale si suole attribuire, non a chi c'indirizza dove c'è un frutto pendente, ma a chi lo coglie. Quante volte i geometri andarono vicinissimi a un bel risultato, e ne lasciarono ad altri la gloria! Veggasi ciò che dice Lagrange (*Calcul des fonctions.* Lez. 10.ª) parlando di due celebri formole per le funzioni angolari, *Ainsi Jean Bernoulli a touché deux fois à la même découverte, et il en a laissé la gloire à ses successeurs.* Della stessa grandissima scoperta del calcolo differenziale e integrale, non è egli facile provare che in autori antecedenti al Newton e al Leibnitz eravi, si può dire, già tutto preparato? Le quali cose considerando, mi sia permesso rimanere nella mia opinione (che è poi, come vedemmo, quella stessa del Bidone), cioè che le due scoperte del Venturoli, relative al moto dell'acqua fra due rette e dentro un cono, segnano due avanzamenti assai notabili nella scienza: e mi si passi

l'aver io voluto riabilitare la memoria di un uomo illustre che ardì sollevare l'idraulica analitica dalla pedestre e imperfetta teorica del moto lineare.

11. È tempo ch'io dica esplicitamente come la penso intorno alla natura di quelle linee o superficie che si danno per pareti alle correnti in tubi e canali. Possono queste pareti essere sempre qualunque? ci è dato in ogni caso piegar l'analisi per guisa da farci supporre che il moto del liquido si adagi fra esse conservando dappertutto la legge di continuità? ovvero, come voleva il D'Alembert, questo non è possibile se non in alcuni casi? Distinguo fra il moto permanente e il non permanente. Se il moto non è permanente, parmi che manchino ancora alcuni dati, quali si richiederebbero a pronunciarsi con sicurezza: ma se il moto è permanente, come l'ho sempre supposto nella mia seconda Memoria, dico che le pareti non possono sempre essere qualunque: cosicchè vi hanno dei casi nei quali si forma una specie di parete collo stesso liquido, vi è rottura di continuità nelle formole rappresentanti il moto, e il fluido interposto fra la parete liquida e la vera; o sta fermo, o si muove con moto staccato da quello della massa principale. In questo, se ben si osserva, consente anche Lagrange: veggasi *Misc. Taur.*, T. II, pag. 273, n. XLIII.

Per dimostrare l'enunciata proposizione, ed anche per facilitare di molto la soluzione di varj problemi idraulici, ho ora veduto che giova introdurre lo studio di certe funzioni inverse. Se nel moto a due coordinate

$$\alpha = f(x, y) \tag{17}$$

è l'equazione generale delle trajettorie, come più volte si è detto, con $\alpha$ costante in ogni curva, ma mutabile di curva in curva, ho trovato molto vantaggioso immaginare la precedente equazione sciolta per $x$, cioè considerare l'equazione

$$x = \lambda(y, \alpha) \tag{18}$$

e studiare la funzione $\lambda$ invece della $f$. Già è manifesto che quando conoscasi $\lambda$, coll'intendere l'ultima equazione sciolta per $\alpha$, si viene a risalire alla (17), e in conseguenza a determinare anche la forma della funzione $f$.

Vedemmo al §. 2, Capo I. della seconda Memoria, che quando il moto è permanente, e quindi non vi è il $t$ esplicito nel secondo membro della precedente (17), si viene di conseguenza in conseguenza con certezza di dimostrazione all'equazione

$$\psi(f)\{f''(x)+f''(y)\} + \psi'(f)\{f'(x)^2+f'(y)^2\} = \frac{F'(f)}{\psi(f)} \tag{19}$$

(ho messo $\psi(f)$, per $\varphi'(f)$, ed è l'equazione colà segnata (25)) dove $\psi(f)$, $F'(f)$ sono due funzioni di forma ancora indeterminata, e che si determinano, supposta nota la forma $f$, in modo da soddisfare appunto alla precedente equazione (19). Vedemmo inoltre, che conosciute le funzioni $f$, $\psi(f)$, $F'(f)$, le due velocità e la pressione sono date dalle tre formole

$$u = \psi(f) f'(y) \quad ; \quad v = -\psi(f) f'(x)$$

$$p = F(f) - gy - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \,. \tag{20}$$

Quando si fa la tanto nota supposizione del binomio delle velocità differenziale esatto, cioè si ammette la (5), la funzione $F(f)$ è zero, e non resta a determinarsi che la $\psi(f)$ mediante la

$$\psi(f)\left\{f''(x) + f''(y)\right\} + \psi'(f)\left\{f'(u)^2 + f'(y)^2\right\} = 0 \,, \tag{21}$$

a cui si riduce la (19).

Ora prendasi la (18), e vi si sostituisca mentalmente ad $\alpha$ la funzione $f(x, y)$ giusta la (17): avremo un' equazione identica, che potremo derivare parzialmente per $x$, e per $y$. Indichiamo cogli apici in alto le derivate per $f$ o per $\alpha$, e con quelli abbasso le derivate per $y$. Otterremo, derivando una e due volte per $x$, una e due volte per $y$,

$$1 = \lambda' f'(x) \quad ; \quad 0 = \lambda'' f'(x)^2 + \lambda' f''(x)$$

$$0 = \lambda_{,} + \lambda' f'(y) \quad ; \quad 0 = \lambda_{,,} + 2\lambda'_{,} f'(y) + \lambda' f''(y) + \lambda'' f'(y)^2 \,,$$

dalle quali si cavano

$$f'(x) = \frac{1}{\lambda'} \quad ; \quad f'(y) = -\frac{\lambda_{,}}{\lambda'}$$

$$f''(x) = -\frac{\lambda''}{\lambda'^3} \quad ; \quad f''(y) = \frac{2\lambda' \lambda_{,} \lambda'_{,} - \lambda'' \lambda_{,}^2 - \lambda_{,,} \lambda'^2}{\lambda'^3} \,;$$

valori che sostituiti nella (19), la riducono (riposta $\alpha$ per $f$)

$$\psi(\alpha)\left\{2\lambda' \lambda_{,} \lambda'_{,} - \lambda''(1 + \lambda_{,}^2) - \lambda_{,,} \lambda'^2\right\} + \psi'(\alpha)\, \lambda'(1 + \lambda_{,}^2) = \frac{F'(\alpha)}{\psi(\alpha)} \lambda'^3 \,, \tag{22}$$

di cui non è che un caso particolare la

$$\psi(\alpha)\left\{2\lambda' \lambda_{,} \lambda'_{,} - \lambda''(1 + \lambda_{,}^2) - \lambda_{,,} \lambda'^2\right\} + \psi'(\alpha)\, \lambda'(1 + \lambda_{,}^2) = 0 \tag{23}$$

corrispondente alla (21).

Giunti a questo punto, domando: che cosa è questa equazione (22)? Fermiamoci un momento a considerarla. Essa non è niente altro che un' equazione alle derivate parziali di second' ordine a tre variabili, delle quali $\alpha, y$, figurano per le variabili semplici, e la $\lambda$ figura per la variabile composta funzione delle altre due; giacchè adesso possiamo dissimulare l'ulterior composizione della $\alpha$ ad $f$ in $x, y$, composizione di cui più non appare alcun vestigio. Di una tale equazione (22) potremo cercare l'integrazione, e sarebbe in vero non facile impresa: ma senza impegnarci in essa comprendiamo benissimo che giusta appunto perchè la $\lambda(\alpha, y)$ dipende da questa integrazione, non è più pienamente arbitraria. Arbitrj se ne hanno ancora, perchè l'integrazione della (22) introdurrebbe qualche nuova funzione arbitraria, però relativamente ad un solo elemento: l'arbitrio relativamente ai due elementi $\alpha, y$ è manifestamente ristretto dal dover la $\lambda$ soddisfare all' equazione (22). E se non è più assolutamente arbitraria la $\lambda$, non lo è nemmeno la $f$, stante la mutua dipendenza delle due equazioni (17), (18). Ma l'equazione esprimente la natura della parete è vincolata alla forma $f$, come si è provato più volte: dunque la natura di questa parete non è assolutamente arbitraria: proposizione ridotta ormai a verità evidente.

12. Tutti i casi trattati finora nella supposizione del binomio delle velocità differenziale esatto, danno per $\lambda$ forme di funzioni che sono integrali particolari della (23) con analoghe determinazioni della $\psi(\alpha)$.

Così il caso della parete rettilinea del Venturoli dà

$$\lambda = \frac{y}{\alpha} \quad ; \quad \psi(\alpha) = \frac{H}{1 + \alpha^2} \quad ; \quad H \text{ costante assoluta.}$$

Siegue quello della parete iperbola conica, intorno al quale io scrissi aver dato pel primo le formole delle velocità e della pressione. Ora il signor Tardy mi avverte che il D'Alembert mi avrebbe prevenuto anche in questo: trattandosi di un punto storico di poca importanza, io ne abbandono ben volontieri la discussione. Per un tal caso abbiamo

$$\lambda = \frac{\alpha}{my} - \frac{n}{m} \quad ; \quad \psi(\alpha) = H \text{ costante assoluta.}$$

Metto per terzo il caso ch' io analizzai verso il fine della Nota rammentata al principio di questa Memoria, e che mi parve osservabile come primo esempio di una parete espressa da una curva trascendente: in esso

$$\lambda = \frac{1}{m} \log. \frac{\alpha m}{\text{sin. } my} \quad ; \quad \psi(\alpha) = H \text{ costante assoluta.}$$

Può facilmente provarsi come tutte queste diverse combinazioni di valori di $\lambda, \psi(\alpha)$ soddisfanno alla (23).

Nel capitolo seguente farò vedere che nel caso della corrente libera a moto permanente, nel quale non suppongo aver luogo la condizione troppo restrittiva del binomio delle velocità differenziale esatto, la mia soluzione soddisfà, come era di dovere, all' equazione (22).

## CAPO II.

### *Sul moto permanente dell' acqua a due coordinate colla corrente superiormente aperta.*

12. Ritorno sulla soluzione già da me data di questo problema a fine di convalidarla sempre più ed illustrarla, e prepararmi a fare in appresso il medesimo anche per la simile a tre coordinate. Io pongo a queste soluzioni molto interesse, e non veramente perchè siano un mio ritrovato. Si è veduto con quanto impegno ho difeso le soluzioni del Venturoli, alla cui memoria non mi stringe alcuna particolare obbligazione: lo feci perchè persuaso della loro verità e utilità. Egualmente difenderei le due soluzioni per le correnti aperte quando fossero opera d' altri: chè in fine se io ebbi la fortuna di ritrovarle, ciò devesi attribuir, più che ad altro, a un complesso di favorevoli circostanze. Le difendo perchè sento dentro di me, che da esse solamente, in più maniere svolte e maneggiate, dedurremo d' ora innanzi quanto teoricamente potremo dire di più ragionevole relativamente al moto dell' acqua nei canali aperti e nei fiumi.

La soluzione a due coordinate si compendia così. L'asse delle $x$ è orizzontale, quello delle $y$ verticale: i tre elementi del moto per una molecola qualunque, cioè $u$ velocità secondo $x$, $v$ velocità secondo $y$, $p$ pressione, sono dati dalle tre formole finite

$$u = \frac{1}{l}\,(l^2 y - K - g - g\log.\rho)$$

$$v = \frac{1}{l}\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - K - g\log.\rho)^2}\,, \tag{24}$$

$$p = O - \frac{g^2}{l^2}\log.\rho + \frac{1}{2\,l^2}\rho^2$$

essendo $\rho$ una funzione di $x, y$ quale risulta dalla equazione trascendente

$$\sqrt{\rho^2-(l^2y-K-g\log.\rho)^2} - g\,\text{Arc.tan.}\frac{\sqrt{\rho^2-(l^2y-K-g\log.\rho)^2}}{l^2y-K-g\log.\rho} = H - l^2x\,. \tag{25}$$

In queste formole $g$ è la gravità, $l, K, O, H$ sono quattro costanti assolute che non mutano per una stessa corrente, nè cangiando tempo, nè cangiando luogo.

Queste formole si troveranno le stesse delle già date nel Capo I. della mia seconda Memoria, solo ho qui mutato il segno al radicale, perchè colà ho dato al radicale il segno negativo avendo di mira il caso più ordinario delle correnti declivi, qui ho creduto bene lasciarvi sottinteso il segno ambiguo per comprendere tanto la declività quanto l'acclività.

La determinazione delle quattro costanti $l, K, O, H$ deve essere procurata per ciascuna corrente con opportune sperienze od osservazioni, e cogliendo le circostanze più favorevoli per ciascuno dei quattro elementi, presso a poco come usano fare gli astronomi pei sei elementi che entrano a comporre le formole del moto ellittico dei pianeti. Ora che il fenomeno è scritto in calcolo, potrebbe darsi che si ponesse amore anche a queste ricerche; visto che è forse più interessante, come più vicino ai bisogni della vita, lo studio del corso di un fiume che quello del corso di un pianeta.

Le formole (24), (25), che soddisfanno a tutte le condizioni del problema, furono già da me dimostrate due volte, seguendo andamenti analitici affatto diversi, il secondo molto meno lungo del primo. Ora le dimostrerò di nuovo con altro andamento ancora men lungo del secondo, che mi è riuscito perchè ho fatto uso di quelle funzioni inverse, di cui più sopra (equazioni (17, 18)) ho introdotto la considerazione. In ciò fare mi difenderò anche dalle obbjezioni che il signor Bellavitis mi diresse, serbando una compiuta gentilezza, quale sarebbe sempre a desiderarsi nelle dispute scientifiche.

14. La mia soluzione non avea che un punto ove poter essere attaccata, trovandosi in tutto il resto appoggiata a processi di calcolo ben sicuri: ecco qual era. Detta $p(x, y)$ la pressione generica per qualunque molecola del liquido in moto permanente, nella supposizione che le molecole scorrenti alla superficie vi rimangano, abbiamo l'equazione della linea superiore in contatto coll'aria che figura come parete ed è una trajettoria, espressa da

$$\varpi = p(x, y) , \tag{26}$$

significando $\omega$ la pressione atmosferica costante. Da questa equazione io dedussi l'equazione generale per tutte le trajettorie

$$\alpha = p(x, y) , \tag{27}$$

Essendo $\alpha$ la costante generica che muta di trajettoria in trajettoria, e che per la trajettoria alla superficie prende il valor particolare $\omega$.

Il passaggio dalla (26) alla (27), secondo me, è legittimo per quelle ragioni per cui più sopra al n. 6 dissi potersi passare dalla $u = f(x, y)$ alla $\alpha = f(x, y)$: qui la $p$ tiene il luogo della $f$. Al signor Bellavitis pare diversamente: dice ch' io qui mi appoggio a un dato unicamente probabile, ma non dimostrato: giudica in conseguenza che le mie soluzioni non possono riputarsi generali, e crede *in realibus casibus effluvium fieri per trajectorias quarum forma multo complicatior est ea, quæ a parietibus exhibetur*. Questa obbjezione era affatto naturale, visto quanto l'autore avea già detto contro le soluzioni del Venturoli. Ebbene: allorchè più sopra ho difeso le soluzioni del Venturoli pel caso del moto permanente, ho fatto anche la mia difesa onde provar lecito il passaggio dalla (26) alla (27). Non mi so persnadere che l'equazione interna delle trajettorie debba essere più complicata di quella (26) alla superficie. Affinchè ciò potesse avvenire, converrebbe che il valore particolare di $\alpha$ per la parete libera entrasse fra le costanti della equazione generica, e al n. 6 credo di aver provato il contrario. L'autore poi avrebbe dovuto confutare anche gli altri ragionamenti pei quali il signor Bordoni ed io fummo tratti a suppor la pressione costante in ogni trajettoria interna, quantunque mutabile da una trajettoria all'altra: il che equivale a stabilire per un altro verso l'equazione (27).

15. Posta la (27), essa fa riscontro alla (17), stando $p$ al luogo di $f$: quindi a riscontro della (18) useremo l'inversa

$$x = \lambda(y, p) \qquad \text{ovvero} \qquad x = \lambda(y, \alpha) \ . \tag{28}$$

Notai nella seconda Memoria fare un ottimo effetto lo scambiare, anche solo mentalmente, secondo l'opportunità, $\alpha$ con $p$, o $p$ con $\alpha$: cioè ritenere $\alpha$ quando si tratta di considerare la variabilità riguardo al tempo, e ritenere $p$ quando si tratta di provare l'identità di certe equazioni fra le $x, y$ senza $t$ esplicito.

Dalla (28) derivata pel tempo deduciamo la semplicissima

$$u = \lambda_{,} v \ , \tag{29}$$

dove $\lambda_{,}$ indica la derivata parziale di $\lambda(y, \alpha)$ per la $y$. Quand' anche intendessimo $p$ al luogo di $\alpha$, la derivata pel tempo sarebbe ancora la (29). perchè il secondo membro crescerebbe veramente di tutta la parte

$$\lambda'(p) \left( \frac{dp}{dx} u + \frac{dp}{dy} v \right) ,$$

ma questa sarebbe zero, atteso che la derivata della (27) pel tempo ci somministra

$$\frac{dp}{dx}u + \frac{dp}{dy}v = 0 \,. \tag{30}$$

La mia equazione (23), Memoria seconda, Capo I, alla quale sono giunto con processo inattaccabile partendo dalle (13), (19) dello stesso Capo, e che fu riportata più sopra come terza delle (20), ora che la $p$ è sostituita alla $f$, conduce alla

$$u^2 + v^2 = A(p) - 2gy \,, \tag{31}$$

essendo $A(p)$ una funzione della sola $p$ od $\alpha$, e quindi costante riguardo al tempo. Tale equazione, per la (29), diventa

$$v^2 + (\lambda, v)^2 = A - 2gy \,. \tag{32}$$

Rammentiamoci altresì le due (28) (Memoria succitata), ossia le prime due delle (20) (Memoria attuale): avremo

$$u = \psi(p)\frac{dp}{dy} \quad ; \quad v = -\psi(p)\frac{dp}{dx} \,. \tag{33}$$

Inoltre, per la prima delle due equazioni meccaniche (le (1) della Memoria seconda)

$$u' = -\frac{dp}{dx} \,, \tag{34}$$

dove l'apice indica momentaneamente la derivata totale pel tempo $t$.

La $u$ considerata funzione di $x, y$ senza tempo esplicito, ora a motivo della (28) può considerarsi funzione di $y, p$, ovvero di $y, \alpha$: quindi la derivata totale pel tempo della (29) ci darà semplicemente

$$u' = (\lambda, v), v \,, \tag{35}$$

giacchè la parte dovuta alla derivazione per la $p$ svanisce a motivo della (30), come dicemmo anche più sopra.

La (28) derivata parzialmente per $x$ e per $y$, dà

$$1 = \lambda'(p)\frac{dp}{dx} \quad ; \quad 0 = \lambda, + \lambda'(p)\frac{dp}{dy} \,,$$

dalle quali

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{\lambda'(p)} \quad ; \quad \frac{dp}{dy} = -\frac{\lambda_1}{\lambda'(p)} . \tag{36}$$

Per tali valori le (33) possono ridursi

$$u = -\frac{\psi(p)}{\lambda'(p)}\lambda_1 \quad ; \quad v = -\frac{\psi(p)}{\lambda'(p)} . \tag{37}$$

La (34) e la prima delle (36) ci danno

$$u' = -\frac{1}{\lambda'(p)} .$$

Mettiamo questo valore nella (35) insieme col secondo datoci dalle (37), ma pel solo $v$ che forma il secondo fattore, e ponendo per brevità

$$l = \frac{1}{\psi(p)} \tag{38}$$

otterremo l'equazione

$$(\lambda_1 v)_1 = l . \tag{39}$$

Riflettiamo ora che in questa la $l$ non contiene la $y$, per la quale sono nel primo membro indicate due derivazioni parziali: nè ci faccia illusione il potersi intendere un' $y$ insieme colla $x$ compresa nella $p$. Tale ulteriore composizione di $p$ è ora dissimulata (siccome si è detto in un caso simile parlando dell'equazione (22) ), e può la $p$ trattarsi come una variabile semplice, cui, se aggrada di più, può surrogarsi mentalmente la $x$.

Viene da ciò che la (39) è integrabile per la $y$, e ci porge

$$\lambda_1 v = ly + C . \tag{40}$$

$C$ funzione della sola $p$ come la $l$.
In virtù di questa la (32) ci somministra

$$v = \sqrt{A - 2gy - (ly + C)^2} . \tag{41}$$

Qui sotto il radicale volendo far sparire la $y$ che è fuori del binomio quadrato, convien porre

$$C = -\frac{1}{l}(\omega + g) \quad ; \quad \rho^2 = Al^2 - 2g\omega - g^2 , \tag{42}$$

sostituendo così due funzioni indeterminate $\omega(p)$, $\rho(p)$ di $p$ alle altre $C(p)$, $A(p)$ parimenti indeterminate. Dopo qualche riduzione viene

$$\nu = \frac{1}{l}\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - \omega)^2} \,, \tag{43}$$

e la (40) si cambia nella

$$\lambda_1 \nu = \frac{1}{l}(l^2 y - \omega - g) \,, \tag{44}$$

per cui la (29) ci presenta

$$u = \frac{1}{l}(l^2 y - \omega - g) \,. \tag{45}$$

Le (43), (45) ci esprimono di già le velocità $u, v$ per mezzo di formole finite, ma restano a determinarsi le tre funzioni $l(p)$, $\omega(p)$, $\rho(p)$ della sola $p$, e questa stessa $p$ quando volessimo ricordarci della sua ulteriore composizione in $x, y$.

16. A tale intendimento caviamo dalle (43), (44)

$$\lambda_1 = \frac{l^2 y - \omega - g}{\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - \omega)^2}} \,, \tag{46}$$

la quale è essa pure integrabile per $y$, e ci conduce alla

$$\lambda = D - \frac{1}{l^2}\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - \omega)^2} - \frac{g}{l^2}\,\text{Arc. tan.}\,\frac{l^2 y - \omega}{\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - \omega)^2}} \,. \tag{47}$$

Non do il processo di questa integrazione, abbisognando essa unicamente di cognizioni elementari di calcolo integrale, e potendosi altronde verificar subito il risultato mediante la derivazione. La costante $D$ nuovamente introdotta è funzione indeterminata di $p$, come lo sono le $l, \omega, \rho$.

Dalla seconda delle (37) e dalla (38) deduciamo

$$\lambda'(p) = -\frac{1}{l\nu} \,,$$

e quindi per la (43)

$$\lambda'(p) = -\frac{1}{\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - \omega)^2}} \,. \tag{48}$$

Ora dalle (46), (48) possiamo cavare due valori diversi della stessa derivata doppia parziale $\lambda''(y,p)$: ognun vede che a questo fine convien derivare la (46) per $p$, e la (48) per $y$.

Il confronto dei due valori ci presenta l'equazione

$$(49)\quad (l^2y-\omega-g)\,\rho\rho'(p)-\left[\rho^2-g(l^2y-\omega)\right]\left[2yll'(p)-\omega'(p)\right]=l^2(l^2y-\omega)\,.$$

Questa deve verificarsi indipendentemente dall' $y$ apparente, perchè supponiamo che così non sia: non essendovi la $x$ in nessun luogo dell' equazione, potremmo cavarne la $p$ funzione della sola $y$. Pertanto la pressione non varierebbe insieme colla $x$, il che in generale è inammissibile. L'assurdo si vede anche in quest'altra maniera: messa la $\alpha$ per $p$, si dedurrebbe dalla precedente equazione $y$ eguale ad una espressione contenente la sola $\alpha$, quindi costante in ogni trajettoria.

Se la (49) deve verificarsi indipendentemente dalla $y$, ordinandola per le diverse potenze di $y$, i coefficienti di queste diverse potenze saranno separatamente eguali a zero. Si vede a colpo d' occhio che il coefficiente di $y^2$ è $2gl^3l'(p)$. Adunque avremo

$$(50)\qquad l'(p)=0\,.$$

cioè la $l$, di cui già sapeasi che non contiene la $y$, non contiene nemmeno la $p$, ossia è una costante assoluta. Per la (50) la (49) diventa più semplicemente

$$(l^2y-\omega-g)\,\rho\rho'(p)+\left[\rho^2-g(l^2y-\omega)\right]\omega'(p)=l^2(l^2y-\omega)\,,$$

e si scompone nelle due

$$(51)\qquad \begin{aligned}&\rho\rho'(p)-g\omega'(p)-l^2=0\\ &-(g+\omega)\,\rho\rho'(p)+(\rho^2+g\omega)\,\omega'(p)+l^2\omega=0\,.\end{aligned}$$

Questa seconda può scriversi senza alterazione

$$-g\rho\rho'(p)+\rho^2\omega'(p)-\omega\left[\rho\rho'(p)-g\omega'(p)-l^2\right]=0\,,$$

e in virtù della (51) si riduce

$$(52)\qquad g\rho'(p)-\rho\omega'(p)=0\,.$$

Le (51), (52) sono integrabili relativamente a $p$, e danno

$$(53)\qquad \begin{aligned}l^2p&=\frac{\rho^2}{2}-g\omega+B\\ \omega&=K+g\log.\rho\end{aligned}\,,$$

dove $B, K$ sono costanti assolute come $l$.

Così per le (53) le $\omega, \rho$ vengono determinate in funzione di $p$: della $l$ già sappiamo che è una costante assoluta: ed ecco quanto ci eravamo proposto di ottenere al principio di questo numero.

17. A trovare poi la $p$ in funzione di $x, y$, deriviamo la (47) per $p$, troveremo dopo le debite riduzioni

$$\lambda'(p) = D'(p) - \frac{\rho\left[\rho\rho'(p) - g\omega'(p)\right] - (l^2 y - \omega)\left[g\rho'(p) - \rho\omega'(p)\right]}{l^2\rho\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - \omega)^2}},$$

valore che in forza delle (51), (52) diventa intuitivamente

$$\lambda'(p) = D'(p) - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - \omega)^2}},$$

e confrontato coll'altro scritto nella (48) ci porge

$$D'(p) = 0;$$

Dunque $D$ è una costante assoluta come $l, B, K$.

Ora dalla (47), sostituito alla $\lambda$ il suo valore $x$, come ce ne dà facoltà la (28), e ad $\omega$ il valore datoci dalla seconda delle (53), poi messa una lettera nuova $H$, esprimente una costante assoluta, invece di $Dl^2$, deduciamo

$$(54)\quad g\,\text{Arc. tan.}\frac{l^2 y - K - g\log.\rho}{\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - K - g\log.\rho)^2}} + \sqrt{\rho^2 - (l^2 y - K - g\log.\rho)^2} = H - l^2 x.$$

Per far coincidere questa equazione colla (25) non abbiamo che ad osservare come, essendo $X$ qualunque, si ha sempre

$$\text{Arc. tan.}\, X = \frac{\pi}{2} - \text{Arc. tan.}\,\frac{1}{X},$$

e compenetrare $\frac{\pi}{2}$ nella costante indeterminata $H$. È quindi indifferente, quando si voglia cavare $\rho$ in funzione di $x, y$, usare la (25) o la (54). Anzi, osservando l'altra formola identica

$$(55)\qquad \text{Arc. tan.}\, X = \text{Arc. sin.}\,\frac{X}{\sqrt{1 + X^2}},$$

possiamo invece della (54) adottare quest'altra

$$(56)\quad g\,\text{Arc. sin.}\,\frac{l^2 y - K - g\log.\rho}{\rho} + \sqrt{\rho^2 - (l^2 y - K - g\log.\rho)^2} = H - l^2 x.$$

Eliminata $\omega$ fra le (53), e scritta una nuova costante $O$ in luogo del binomio $\frac{B}{l^2} - \frac{gK}{l^2}$, troviamo

$$p = O - \frac{g^2}{l^2} \log. \rho + \frac{1}{2l^2} \rho^2 , \tag{57}$$

che è la terza delle (24). Per avere le prime due delle (24) non abbiamo che a sostituire nelle (43), (46) il valore di $\omega$ espresso dalla seconda delle (53). La $\rho$, funzione implicita di $x, y$, la piglieremo dalla (25), o dalla (54), o dalla (56), come più ci torna a grado. Così le formole della mia soluzione sono dimostrate più brevemente e per la terza volta.

18. Ho promesso sul fine del Capo precedente di provare che la mia soluzione per la corrente superiormente aperta soddisfaceva a quella equazione (22).

Qual è nel caso attuale la funzione $\lambda(\gamma, \alpha)$ tirata in giuoco al n. 11? È quella che risulta dopo l'eliminazione di $\rho$ fra le due equazioni

$$\lambda = \frac{H}{l^2} - \frac{1}{l^2} \sqrt{\rho^2 - (l^2\gamma - K - g \log. \rho)^2} - \frac{g}{l^2} \text{Arc. sin.} \frac{l^2\gamma - K - g \log. \rho}{\rho} \tag{58}$$

$$\alpha = O - \frac{g^2}{l^2} \log. \rho + \frac{1}{2l^2} \rho^2 . \tag{59}$$

Questa equazione (58) si raccoglie dalla (47) ove siasi messo per $\omega$ il suo valore dato dalla seconda delle (53), risovvenendosi di aver posto $Dl^2 = H$, e di poter sostituire, come nel passaggio dalla (54) alla (56), l'Arco di seno all'Arco di tangente. La (59) è la (57) ove nel primo membro si è posta $\alpha$ per $p$.

Siccome dalla (59) si ha (gli apici alti indicano qui derivate per $\alpha$)

$$\rho' = \frac{l^2 \rho}{\rho^2 - g^2} , \tag{60}$$

adottando per comodo le due denominazioni

$$\mu = l^2\gamma - K - g \log. \rho \; ; \; R = \sqrt{\rho^2 - \mu^2} , \tag{61}$$

otteniamo da derivazioni istituite sulla (58)

$$\lambda' = -\frac{1}{R} \; ; \; \lambda_{,} = \frac{\mu - g}{R} \; ; \; 1 + \lambda_{,}^2 = \frac{\rho^2 + g^2 - 2g\mu}{R^2}$$

$$\lambda'' = l^2 \frac{\rho^2 + g\mu}{(\rho^2 - g^2) R^3} \; ; \; \lambda'_{,} = -l^2 \frac{\mu}{R^3} \; ; \; \lambda_{,,} = l^2 \frac{\rho^2 - g\mu}{R^3} ,$$

coi quali valori, fatte le debite riduzioni, l'equazione (22) diventa

$$\frac{2\rho^2 l^2}{\rho^2 - g^2}\psi(\alpha) + (\rho^2 + g^2 - 2g\mu)\psi'(\alpha) = \frac{F'(\alpha)}{\psi(\alpha)} . \tag{62}$$

Ora convien provare che nel caso attuale è

$$\psi(\alpha) = \frac{1}{l} , \tag{63}$$

cosicchè $\psi(\alpha)$ non contiene veramente $\alpha$, è una costante assoluta, e quindi si ha $\psi'(\alpha) = 0$.

A tale effetto caviamo dalla (57), ove si considerino $p, \rho$ funzioni di $x, y$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\rho^2 - g^2}{l^2 \rho}\frac{d\rho}{dx} \quad ; \quad \frac{dp}{dy} = \frac{\rho^2 - g^2}{l^2 \rho}\frac{d\rho}{dy} ,$$

e dalla (56)

$$\frac{d\rho}{dx} = -\frac{l^2 \rho \sqrt{\rho^2 - \mu^2}}{\rho^2 - g^2} \quad ; \quad \frac{d\rho}{dy} = \frac{l^2 \rho(\mu - g)}{\rho^2 - g^2} , \tag{64}$$

per le quali le precedenti si riducono

$$\frac{dp}{dx} = -\sqrt{\rho^2 - \mu^2} \quad ; \quad \frac{dp}{dy} = \mu - g . \tag{65}$$

In conseguenza i valori (33) ci danno

$$u = \psi(p)(\mu - g) \quad ; \quad \nu = \psi(p)\sqrt{\rho^2 - \mu^2} .$$

Si confrontino ora questi cogli scritti nelle formole (24), rammentato il significato di $\mu$ per la prima delle (64), e si vedrà che entrambi ci dimostrano avere $\psi(p)$ o $\psi(\alpha)$ il valore (63).

Pertanto la (62) si riduce

$$F'(\alpha) = \frac{2\rho^2}{\rho^2 - g^2} ,$$

e così la (22) è soddisfatta, giacchè $\rho$ non è che una funzione della sola $\alpha$, come è palese per la (59).

Il valore poi di $\frac{F'(\alpha)}{\Psi'(\alpha)}$, ossia $\frac{2l\rho^2}{\rho^2-g^2}$, in virtù della equazione (24) n. 10 Memoria seconda, deve eguagliar quello del binomio

$$\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}, \tag{66}$$

che in tal caso non è zero, perchè non si verifica il noto differenziale esatto. Proviamo a trovare il valore di un tal binomio servendosi delle prime due formole (24), e delle precedenti (64), e ci persuaderemo che riesce appunto come si è detto. Questo valore verifica eziandio l'equazione (9) Capo I, Memoria prima, dove ho dimostrato che il binomio (66), se non è zero, è però sempre eguale ad una quantità che non muta col tempo. Ognun vede come le formole della mia soluzione ricevono riconferme da tutte le parti: vorrei quindi sperare che un pò alla volta si diffonda la persuasione della loro esattezza.

19. Siamo debitori al signor prof. Bellavitis di una preziosa osservazione: egli è stato il primo ad avvertire che la trajettoria delle molecole nelle correnti superiormente aperte, quale risulta dalla mia soluzione, è una cicloide. Con ciò noi veniamo a poter rivestire di rappresentazioni geometriche alcuni elementi delle formole analitiche, acquistiamo idee intorno alla loro grandezza e piccolezza, il che può giovare per gli sviluppi in serie; insomma, entriamo più addentro nella cognizione del fenomeno. L'autore dopo aver aperta questa veduta e confessato che quel gruppo di cicloidi presenta un'immagine di moto assai bella, esce in una interrogazione: *quid ad praxim?* Abbiate pazienza, rispondo: anche il pendolo di Galileo parve sulle prime una coserella graziosa, ma sterile: tutte le scoperte, quando sono ancora bambine, sembrano buone a nulla: lasciate che si facciano grandi. Io, ringraziando il signor Bellavitis della sua avvertenza, cercherò qui di cavarne profitto.

Supponiamo la corrente declive: in tal caso, come già dicemmo, il radicale nelle formole (24), (25) va preso negativamente: epperò introducendo per comodo quattro nuove lettere in sostituzione di altrettante col porre

$$H = Dl^2 \;;\; \rho = sl^2 \;;\; K + g\log.\rho = \Im l^2 \;;\; g = rl^2 \tag{67}$$

l'equazione (25) diventa

$$r\,\text{Arc. tan.}\frac{\sqrt{\varepsilon^2-(y-\Im)^2}}{y-\Im}-\sqrt{\varepsilon^2-(y-\Im)^2} = D-x\ .$$

Possiamo dare al primo termine di questa il segno negativo scrivendo $\Im - y$

in luogo di $y - \mathfrak{H}$ : allora, cambiato l'arco di tangente in arco di seno mediante la formola (55), e mutati i segni a tutta l'equazione, ci risulta

$$(68) \qquad x - D = \sqrt{\varepsilon^2 - (\mathfrak{H} - y)^2} + r \operatorname{Arc.sin.} \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - (\mathfrak{H} - y)^2}}{\varepsilon} ,$$

che è l'equazione di una cicloide riferita agli assi ortogonali $x, y$. Infatti, veggasi l'equazione di questa curva (Eulero, *Intr. in analysin inf.* T. II, c. XXI, n. 522), e dopo una facile trasformazione di assi, si capirà che $D$ è la retta intercetta sull'asse delle $x$ fra l'origine e la perpendicolare abbassata dal punto di mezzo della curva; $r$ il raggio del circolo generatore; $\varepsilon$ la distanza dal centro del circolo generatore a quel punto sul raggio che si assume per descrittore della curva, distanza che non eguaglia il raggio se non nella cicloide ordinaria; $\mathfrak{H}$ la distanza costante in cui si tiene dall'asse delle $x$ il centro del circolo generatore nel suo moto parallelo al detto asse. Per aver poi presa la differenza $\mathfrak{H} - y$ positiva siamo avvisati che la curva volta all'insù la sua concavità.

Viste le (67), e ricordato ciò che si è detto al n. 13 delle costanti $l, K, O, H$ si capisce che $D, r$ sono costanti assolute che non cambiano di trajettoria in trajettoria; $\mathfrak{H}$ dipende da $\varepsilon$ per mezzo dell'equazione

$$(69) \qquad \mathfrak{H} = M + r \log. \varepsilon ,$$

dove $M$ è costante assoluta sostituita alla quantità $\frac{K}{l^2} + 2r \log. l$ .

Il prospetto poi delle equazioni (24) può mutarsi nel seguente

$$(70) \quad u = -l(\mathfrak{H} - y + r) \; ; \; v = -l\sqrt{\varepsilon^2 - (\mathfrak{H} - y)^2} \; ; \; p = N - gr \log. \varepsilon + \frac{g\varepsilon^2}{2r} ,$$

dove ho ritenuto $l$ per comodo invece del suo valore

$$(71) \qquad l = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

risultante dalla quarta delle (67), ed $N$ è una costante assoluta posta in luogo della quantità $O - 2gr \log. l$ .

La soluzione pertanto è ora presentata dalle formole (70), intesovi sostituito per $\mathfrak{H}$ il suo valore (69), e per $l$ il (71), e consideratavi $\varepsilon$ una funzione di $x, y$ quale risulta dalla (68) dopo avervi messo per $\mathfrak{H}$ il suo

valore (69). Le quattro costanti assolute sono le $D, r, M, N$, delle quali le prime due hanno ora ottenuto una significazione geometrica.

20. Nelle precedenti Memorie sono passato alle seconde integrazioni a fine di ottenere le coordinate $x$, $y$ in funzioni del tempo $t$. Ciò è facilissimo sulle prime due delle (70). La seconda, ove mettasi $\frac{dy}{dt}$ per $v$ è subito integrabile, e quindi subito anche la prima: le formole che risultano possono scriversi

$$(72) \qquad x = h + \varepsilon \sin.(n - lt) - lrt \;\; ; \;\; y = \mathfrak{Y} - \varepsilon \cos.(n - lt) \, ,$$

come è facile verificare *a posteriori*, $h, n$ sono due nuove costanti riguardo al tempo. Da queste derivate pel tempo, le due altre espressioni delle velocità

$$(73) \qquad u = -l\left(r + \varepsilon \cos.(n - lt)\right) \;\; ; \;\; v = -l\varepsilon \sin.(n - lt)$$

ed anche la seguente

$$(74) \qquad v = l(h - x - lrt)$$

che viene dall' eliminare $\varepsilon \sin(n - lt)$ fra la prima delle (72) e la seconda delle (73). Da essa confrontata colla seconda delle (70)

$$(75) \qquad h - x - lrt = -\sqrt{\varepsilon^2 - (\mathfrak{Y} - y)^2} \, .$$

Dalla prima delle (72) si ricava

$$n - lt = \text{Arc. sin.} \frac{x - h + lrt}{\varepsilon} \, ,$$

e per la precedente

$$(76) \qquad n - lt = \text{Arc. sin.} \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - (\mathfrak{Y} - y)^2}}{\varepsilon} \, .$$

Sottraendo a questa, moltiplicata per $r$ la (75), risulta

$$(77) \qquad x + nr - h = \sqrt{\varepsilon^2 - (\mathfrak{Y} - y)^2} + r \, \text{Arc. sin.} \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - (\mathfrak{Y} - y)^2}}{\varepsilon} \, ;$$

che confrontata colla (68) ci fa conoscere come le due nuove costanti $h$, $n$ siano legate con una delle precedenti quattro mediante l'equazione

$$(78) \qquad h - nr = D \, .$$

L'essersi così ottenuta di nuovo l'equazione (68) è una riconferma dei calcoli precedenti: infatti nel processo per giungere alla (77) non abbiamo in sostanza fatto che eliminare il tempo esplicito $t$ fra le due equazioni (72), operazione che si sa dover dare l'equazione della trajettoria.

Le equazioni (73), (74) scritte colle stesse costanti che entrano a comporre le equazioni (24), costanti che abbiamo cambiate ponendo le denominazioni (67), sono

$$u = -\frac{g}{l} - \frac{\rho}{l}\cos.(n - lt)$$

(79)
$$v = -\frac{\rho}{l}\sin.(n - lt)$$

$$v = l(h - x) - gt$$

cui aggiungiamo la

(80) $$n - lt = \text{Arc. tan.}\frac{lv}{g + lu} = \frac{\pi}{2} - \text{Arc. tan.}\frac{g + lu}{lv},$$

che subito si cava dalle prime due.

## CAPO III.

### *Risoluzione dei tre principali problemi per un canale a sponde verticali e parallele.*

Si sa che in un canale a sponde verticali e parallele, non essendovi filone, si può applicare per ogni piano parallelo alle sponde la teorica del Capo precedente. Di quì le ricerche per la risoluzione dei tre problemi: 1.° Determinare la velocità in qualunque punto della superficie; 2.° Determinare la scala delle velocità in altezza, ed anche quella delle pressioni; 3.° Determinare la portata in una sezione verticale perpendicolare alle sponde.

### §. 1.

*Determinare la velocità in qualunque punto della superficie.*

21. Nelle mie precedenti Memorie mi adoperai per dimostrare che il proposto problema si poteva sciogliere per mezzo delle nuove formole con l'esattezza che può desiderarsi nella pratica, quando si conosca la differenza di li-

vello fra due soli punti della superficie, dei quali è nota la distanza orizzontale, e inoltre grossolanamente il tempo impiegato da un galleggiante a passare dalla prima alla seconda stazione.

Questo terzo dato, che in astratto le formole non richiederebbero, è voluto dalla circostanza di dovere fra le infinite radici di una certa equazione trascendente scegliere quella che fa pel caso contemplato. Il signor Bellavitis trovò di che appuntare la mia soluzione, e segnatamente respinse quel genere di prova del quale mi valsi per disporre gli idraulici ad accettare le mie nuove formole, quello di addurre due esperimenti, e di far vedere che col mio metodo i valori calcolati delle velocità riescivano assai vicini agli osservati. Egli disse che una tale coincidenza non conchiudeva niente a favore della mia teorica, giacchè io aveva a mia disposizione infinite radici tra cui scegliere secondo più mi tornava comodo all' intento di far andar d'accordo il valore calcolato coll'osservato. *Minime igitur mirum est si, quum potuerit inter tot solutiones ad voluntatem deligere, aliquam tandem reperuerit, quæ aliquo modo cum facto consentiat* (sua Memoria, pag. 35). E dopo: *facultate concessa a decem ad mille cycloidales undas deligendi, nonne evidentissime patet pronum esse theoriam huic tam arcte circumscriptæ observationi vel ad unguem aptare?* (pag. 38). — Ho riferite le parole del mio oppositore, soggiungo però ch' esse non mi si attagliano molto bene: e se ne persuaderà l'autore stesso se vorrà por mente che per far andar d' accordo i valori calcolati cogli osservati, io non scelsi a capriccio o piuttosto con malizia le radici, ma ne ricevetti l' indicazione da un'altra formola, che le assegnava in via approssimata mediante il tempo di cui sopra si è detto. Pertanto, scrivendo la mia difesa, sulle prime avevo divisato di ritornare su quella mia soluzione e di far toccar con mano come, non essendo le radici scelte ad arbitrio, l'accordo fra il calcolo e l' osservazione conchiudeva realmente a favore della teorica. M' accorsi però che la soluzione stessa poteva essere migliorata; cioè, conservandone i dati e lo spirito, le formole potevano essere rese assai più semplici. Ora dunque l' esporrò a quest'altro modo, e insieme avrò cura di dir quanto basta affinchè il lettore conosca che anche la prima soluzione non meritava il rimprovero che le venne fatto.

Premetto che l' attuale soluzione contiene essa pure una supposizione non affatto rigorosa. Questo estremo rigore per la pratica sarebbe inutile, e ci obbligherebbe a calcoli laboriosissimi, giacchè abbiamo a maneggiare equazioni trascendenti, nè il guadagno corrisponderebbe alla fatica. Ecco i due miglioramenti che io intendo portare colle mie formole al metodo più comunemente in uso. Secondo un tal metodo si fanno passare i galleggianti o le aste ritrometriche da una stazione all' altra, notando il tempo in secondi, e si suppone la

velocità orizzontale costante per tutto quel tratto. Ciò è manifestamente inesatto, perchè se la corrente si accelera, la velocità nella sezione inferiore deve essere maggiore che nella superiore. Io invece supporrò costante fra le due stazioni la velocità verticale, cioè quella piccolissima, in virtù della quale la molecola del fluido alla superficie discende, in tutto il tempo notato, per la differenza di livello del pelo d' acqua alle due stazioni. Ognun vede che con questo cambiamento nella supposizione, avremo a dividere pel tempo, non un tratto di molti metri, ma una piccola frazione di metro. E questa supposizione basta: tutto il resto della mia soluzione è rigoroso. So bene, che anche la velocità verticale non è costante, e che il volerla rigorosamente tale si risolve in volerla nulla: ma l' errore che può venire di qui, si sente da tutti dover essere affatto insensibile. L' altro miglioramento è nell' uso del tempo osservato; i galleggianti e le aste ritrometriche abbracciando molti strati del liquido in profondità, e (quanto ai primi) anche in larghezza, ed eziandio per altre ragioni, non possono mai rappresentare esattamente il moto di una molecola superficiale. Questo difetto è nullo nel mio metodo, perchè il tempo suddetto non vi è impiegato che per una indicazione, e non influisce pei valori dedotti dalle formole: il che si farà chiaro cogli esempj.

22. Suppongo che la corrente declive si muova contro l' origine delle coordinate: allora non solo la $v$, ma anche la $u$ sarà negativa. Siano pertanto $-u$, $-v$ le due velocità orizzontale e verticale per una molecola superficiale $(x, y)$ alla sezione inferiore, dopo il tempo $t$; e $-(u)$, $-(v)$ le corrispondenti velocità alla sezione superiore dove le coordinate sono $x+\Delta$, $y+\delta$, e il tempo corrispondente è $t-T$, significando $T$ il tempo impiegato da una molecola del liquido a passare in superficie da una sezione all' altra.

Se si applica l' equazione (31) alle due sezioni, indi si sottrae un' equazione dall'altra, sapendosi che $A(p)=A(\alpha)$ è costante in una stessa trajettoia, si ottiene la

$$u^2+v^2-(u)^2-(v)^2=2g\delta . \tag{81}$$

La prima delle (24), presa la $u$ negativamente, si applichi parimenti alle due sezioni, e la sottrazione di un' equazione dall' altra ci darà

$$u-(u)=l\delta . \tag{82}$$

L' ultima delle (79) allo stesso modo ci somministrerà

$$v-(v)=l\Delta-gT .$$

Il primo membro di questa, stante la supposizione della velocità verticale costante, è zero, e se ne cava

$$\frac{g}{l} = \frac{\Delta}{T} . \tag{83}$$

La (81) può scriversi

$$(u + (u))\,(u - (u)) + (v + (v))\,(v - (v)) = 2g\partial ,$$

che per essere $v - (v)$ zero, e per la (82) si riduce

$$u + (u) = 2\frac{g}{l} .$$

Questa e la (82) danno poi

$$u = \frac{g}{l} + \frac{l\partial}{2} \quad ; \quad (u) = \frac{g}{l} - \frac{l\partial}{2} . \tag{84}$$

Si applichi ancora alle due sezioni l'equazione (80) ove $u, v$ siano prese negativamente, e la sottrazione al modo solito ci darà

$$lT = \text{Arc. tan.}\frac{lu - g}{lv} - \text{Arc. tan.}\frac{l(u) - g}{lv} .$$

Nel denominatore della frazione sotto il secondo trascendente avrei dovuto mettere $l(v)$, ma ho messo $lv$ per aver supposto $v = (v)$ costante. Se nella precedente mettansi per $lu - g$ , $l(u) - g$ i valori dedotti dalle (84), veniamo a formare la

$$\frac{lT}{2} = \text{Arc. tan.}\frac{l\partial}{2v} ,$$

la quale, posto per $v$ il suo valore

$$v = \frac{\partial}{T} , \tag{85}$$

risultante dalla supposizione di $v$ costante durante il tempo $T$, si riduce

$$\frac{lT}{2} = \text{Arc tan.}\frac{lT}{2} .$$

Fatta quindi

$$\frac{lT}{2} = \xi , \tag{86}$$

il valore di $\xi$ ci verrà dalla risoluzione dell' equazione trascendente

$$\xi = \text{Arc. tan. } \xi \quad ; \tag{87}$$

e la combinazione delle due equazioni (83), (86) ci porgerà

$$l = \sqrt{\frac{2g\xi}{\Delta}} \quad ; \quad T = \sqrt{\frac{2\Delta\xi}{g}} \tag{88}$$

$$\xi = \frac{gT^2}{2\Delta} \, . \tag{89}$$

Ecco il modo di far uso di tutte le addotte formole. L'equazione (87) ha infinite radici; per sapere quale è la radice che fa pel caso nostro, calcoleremo altrimenti la $\xi$ mediante la (89), impiegando il valore del tempo $T$ conosciuto imperfettamente per l' osservazione del galleggiante. Prenderemo fra quelle radici, come la vera, la più vicina al detto valore di $\xi$. Il vero valore di $T$ ci risulterà poi dalla seconda delle (88), e quello di $l$ dalla prima; da ultimo, le $u$, $(u)$ risulteranno note in virtù delle (84), e la $v$ per la (85).

Adunque anche nell' attuale soluzione fa d' uopo scegliere fra le infinite radici della equazione trascendente (87), e il modo di far questa scelta è il medesimo proposto nella mia 2.ª Memoria, cioè di calcolare dapprima $\xi$ approssimativamente mediante un tempo osservato. Abbiamo poi adesso il vantaggio che l' equazione trascendente (87) è più semplice di quella della mia prima soluzione, nè vi è bisogno di trattarla da capo, essendo essa già stata sciolta da Eulero con quella finitezza di lavoro, che questo grand' uomo metteva in tutte le cose sue. Le infinite radici (vedi *Introductio in analysin inf.* T. 2. pag. 318, Prob. IX del capo XXII) sono date dalla serie

$$\begin{aligned} \xi = (2n+1)\,\pi \, , \; & 57\,079\,632\,679 - \frac{1}{2n+1}\,0 \, , \; 63\,661\,977 \\ & - \frac{1}{(2n+1)^3}\,0 \, , \; 17\,200\,817 - \frac{1}{(2n+1)^5}\,0 \, , \; 09\,062\,596 \\ & - \frac{1}{(2n+1)^7}\,0 \, , \; 05\,892\,834 - \frac{1}{(2n+1)^9}\,0 \, , \; 04\,258\,543 - \ldots u \end{aligned} \tag{90}$$

dove $n$ prende tutti i lavori dei numeri interi positivi da zero all' infinito.

23. Per un esempio prendiamo il primo dei due sperimenti ricordati più sopra, pel quale i dati erano

$$\Delta = 175^{m},13 \quad ; \quad \vartheta = 0^{m},094 \quad ; \quad T = 115'' \, .$$

Assunta $g = 9,8088$, la formola (89) ci dà $\xi = 370,36$. Percorro le radici della equazione (87) trovate mediante la formola (90), e che sarebbe bene raccogliere in una tavola: la più vicina al valore di $\xi$ calcolato approssimativamente, è la espressa dal numero $369,135$, che corrisponde ad $n = 117$ : questa pertanto è la radice appropriata al caso attuale. Per essa le formole (88) danno

$$T = 114'',81 \quad ; \quad l = 6,4303 .$$

Ecco qual fu il vero valore del tempo impiegato da una molecola del fluido a passare da una stazione all'altra, minore di $0'',19$ di quello impiegato dal galleggiante. La molecola dunque correva un pochetto più che non il galleggiante, e se ne vede la ragione. In questa corrente, come verrà dimostrato nel paragrafo seguente, la velocità diminuiva alquanto negli strati fluidi sotto la superficie, e il moto del galleggiante dovea risentire qualche piccolissimo ritardo cagionato da tali strati più lenti.

Le due velocità orizzontali $u$, $(u)$ alle due stazioni, calcolate colle formole (84) si trovano

$$u = 1^m,8276 \quad ; \quad (u) = 1^m,2232 ,$$

e la velocità verticale $v$ per la (85)

$$v = 0^m,00081875 .$$

Si vede quanto sia piccola questa velocità verticale, e quanto quindi debba esser piccolo l'errore proveniente dall'averla supposta costante. La velocità assoluta $= \sqrt{u^2 + v^2}$ si ha prontamente da che sono note $u$, $v$, ma stante la somma piccolezza di $v$, non si commette errore sensibile supponendola eguale alla componente orizzontale $u$.

Con questo mio metodo risulta distribuita per le due sezioni superiore e inferiore la velocità che col metodo pratico in uso è veramente una media fra le due. L'operazione può ripetersi per molti tronchi successivi della corrente, e allora le velocità nelle sezioni intermedie, eccettuate le due all'incile e allo sbocco, riescono determinate due volte, e si può prendere un medio. Avverto però che ogni volta conviene cercare la radice $\xi$, giacchè la supposizione sulla costanza della $v$, se non deve dare errore sensibile fra stazioni a distanza non molto grande, potrà darlo sensibile a distanze grandissime. La $\xi$ che fa andar bene le formole del numero precedente per l'osservazione fatta in un tronco della corrente, può essere diversa dalla $\xi$ che le fa andar bene per un altro tronco.

§ 2.

*Determinare la scala delle velocità in altezza, e quella delle pressioni.*

24. Date per un punto qualunque della superficie le velocità secondo i due assi, trovare queste velocità per un punto qualunque sotto il pelo dell'acqua nella stessa sezione verticale: è questo un problema che può sciogliersi mediante la nuova teorica. Già diedi tale soluzione nella mia 2.ª Memoria, ma essa pure, come quella del problema 1.°, può essere migliorata. Questi problemi poi verranno di nuovo sciolti trattando la questione colle tre coordinate, e quelle saranno le formole veramente utili. Intanto giovano le attuali soluzioni nel caso particolare del canale a sponde verticali, in quanto i presenti andamenti analitici più semplici servono a guida e a conferma dei simili da condursi con equazioni più complicate.

Si cercano $u, v$ per un punto nella sezione della corrente elevato di $y$ sull'asse orizzontale delle $x$, mentre si suppongono conosciuti i valori rispettivi $a$, $b$ delle due velocità alla superficie nella stessa sezione, essendo $y + k$ l'altezza del pelo.

Eliminando $\rho$ fra le prime due delle (24), e la (25), dopo avervi preso il radicale negativo e anche le $u, v$ negative, abbiamo

$$H - l^2 x = lv + g \operatorname{Arc.tan.} \frac{lv}{lu - g}$$

$$l^2 y = K + g - lu + g \log. \sqrt{l^2 v^2 + (lu - g)^2} .$$

Si applichino queste anche al punto corrispondente della superficie, e sottratte le equazioni le une dalle altre otterremo

$$(91) \qquad \begin{aligned} 0 &= l(b - v) + g \operatorname{Arc.tan.} \frac{lb}{la - g} - g \operatorname{Arc.tan.} \frac{lv}{lu - g} \\ l^2 k &= l(u - a) - g \log. \sqrt{\frac{l^2 v^2 + (lu - g)^2}{l^2 b^2 + (la - g)^2}} . \end{aligned}$$

Sì fatte equazioni contengono manifestamente la soluzione del problema, giacchè le due incognite $u, v$ potranno determinarsi in funzione della $k$ differenza di livello colla superficie, e degli elementi $a, b, l$ supposti noti a motivo dell'altra soluzione data nel paragrafo precedente. Restano a trattarsi le (91).

25. A tal fine porremo per comodo

$$(92) \qquad r = \frac{g}{l} \quad ; \quad \gamma = a - r \quad ; \quad q = \frac{b - v}{r} ,$$

e le equazioni (91) potranno ridursi alle seguenti

$$(93) \qquad \begin{cases} q = \text{Arc. tan.} \dfrac{v}{u - r} - \text{Arc. tan.} \dfrac{b}{\gamma} \\ u = a + lk + r \log. \sqrt{\dfrac{v^2 + (u - r)^2}{b^2 + \gamma^2}} . \end{cases}$$

Compenetrando nella prima di queste i due archi di tangente, come si è fatto anche al num. 21., poi passando dall'arco alla tangente, essa ci dà

$$\text{tan.}\, q = \frac{\gamma v - b(u - r)}{\gamma(u - r) + b v} ,$$

dalla quale deduciamo

$$(94) \qquad \frac{u - r}{\gamma \cos. q - b \sin. q} = \frac{v}{b \cos. q + \gamma \sin. q} ,$$

ed anche

$$\frac{v^2 + (u - r)^2}{b^2 + \gamma^2} = \frac{v^2}{(b \cos. q + \gamma \sin. q)^2} ,$$

talchè la seconda delle (93) diventa

$$(95) \qquad u = a + lk + r \log. \frac{v}{b \cos. q + \gamma \sin. q} .$$

A render più facile la successiva trattazione di queste equazioni, faremo osservare due cose. Primieramente, che si possono facilitare i calcoli col supporre $a = r$. Questa $r$ è il valor medio dei due (84), e certamente havvi un luogo nella corrente in cui la velocità orizzontale superficiale ha un tal valore, giacchè passa per gradi insensibili dal minore al maggiore di quei due (84): noi supporremo di voler trovare la scala delle velocità in altezza appunto in detto luogo. Vista l'equazione (83), si capisce che una tale supposizione equivale a quella di prendere per la velocità superficiale il valore ottenuto dall'ordinario metodo sperimentale. Il supporre $a = r$, riduce zero la $\gamma$ per la seconda delle (92). Di più: dalla terza delle (92) si capisce che $q$

è un angolo piccolissimo, giacchè assai piccole sono $b$, $v$: potremo quindi, dopo aver sostituite per sin. $q$, cos. $q$ le note serie, trascurare le potenze di $q$ superiori al quadrato, ed anche i prodotti $bq^2$, $bvq$, che sono di un pari ordine di piccolezza. Dopo di ciò si vede facilmente come la (94) riducesi alla

$$u - a = -vq \quad , \tag{96}$$

e come dalla (95), avendosi sulle prime

$$-vq - lk = r \log. \frac{v}{b}$$

si ottenga

$$v = b e^{-\frac{lk}{r}} e^{-\frac{vq}{r}} .$$

Qui nel secondo membro può trascurarsi il secondo fattore, perchè a motivo del coefficiente $b$, se quel fattore si svolgesse in serie, anche il secondo termine sarebbe già di quell'ordine di piccolezza che abbiamo convenuto di trascurare.

Pertanto, richiamata la (96) e la terza delle (92), otteniamo

$$\begin{aligned} v &= b e^{-\frac{lk}{a}} \\ u &= a - \frac{b^2}{a} e^{-\frac{lk}{a}} \left(1 - e^{-\frac{lk}{a}}\right) . \end{aligned} \tag{97}$$

Ecco le due formole di cui andavamo in traccia; esse danno $v = b$, $u = a$ per $k = 0$, ed è manifesto che così doveva essere. Si vede dalla prima che $v$ diminuisce continuamente andando dalla superficie verso il fondo. Anche la $u$ diminuisce andando verso il fondo, ma non continuamente. Essendo facile provare colle note regole che il prodotto $e^{-\frac{lk}{a}} \left(1 - e^{-\frac{lk}{a}}\right)$ acquista un valor massimo per $k = \frac{a}{l} \log. 2$ il quale eguaglia $\frac{1}{4}$, la $u$ discendendo verso il fondo diminuisce sino a che diventa $a - \frac{b^2}{4a}$, poi torna a crescere, ma non potrebbe riguadagnare il valore $a$ della superficie se non per $k = \infty$. Questi decrementi però nella velocità, per cui discende al di sotto del valore $a$ alla superficie, sono tutti assai piccoli a motivo del

fattore $b^2$ nel secondo termine. Il diminuire della velocità andando verso il fondo è una verità che non si accorda col principio torricelliano applicato impropriamente alle correnti. Di qui la ragione per cui gli idraulici diedero tanto peso alle resistenze da me trascurate. La vera ragione del fatto non si potea vedere, perchè il problema non era sciolto bene.

26. Per avere anche la scala delle pressioni in altezza, bisogna dapprima far subire alcuni cangiamenti alla terza delle formole (24). Fatta $u$ negativa nella prima di quelle (24), se ne cava

$$g \log. \rho = lu + l^2 y - k - g \ ,$$

e da essa e dalla seguente

$$\rho^2 = l^2 v^2 + (lu - g)^2 \ .$$

Questi due valori, sostituiti nella terza delle (24), la riducono

$$p = Q - \frac{2g}{l} u - gy + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \ ; \tag{98}$$

avendo posto $Q$ in luogo di $O + \frac{gk}{l^2} + \frac{3g^2}{2l^2}$, quantità assolutamente costante per ogni punto della massa fluida.

La precedente equazione adattata al punto della superficie per cui le coordinate sono $x$, $y + k$, diventa

$$\varpi = Q - \frac{2g}{l} a - gy - gk + \frac{1}{2}(a^2 + b^2) \ .$$

Quindi sottraendo un' equazione dall' altra

$$p - \varpi = gk + \frac{2g}{l}(a - u) + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 - a^2 - b^2) \ ; \tag{99}$$

che è quella dedotta dalle (24) che volevamo preparare. Mettendo in questa per $u$, $v$ i valori (97), otteniamo dopo qualche riduzione

$$p - \varpi = gk - \frac{1}{2} b^2 \left(1 - e^{-\frac{lk}{a}}\right)^2 \ . \tag{100}$$

Ecco la formola che diamo per misurare la scala delle pressioni in altezza, sapendosi che $gk$ sarebbe il valore di $p - \varpi$ pel caso in cui il liquido fosse

fermo. Ricordiamoci che nelle (97), (100) è poi $l = \frac{g}{a}$, e così le formole per la misura di queste scale non contengono che le $a$, $b$ della superficie, e la $k$ che esprime la depressione sotto di essa.

Nella (100) crescono ambi i termini del secondo membro col crescere di $k$, ma il primo ha ordinariamente il vantaggio. Sappiamo però per via di esperimenti che nelle grandi inclinazioni, quando $b$ è forte, la $p - \varpi$ può prendere un valor negativo. In tal caso la formola (100) non è rigorosa, avendo noi trascurati, nella supposizione di $b$ piccola, i termini in cui $b$ era elevata a potenze superiori al quadrato. Ma anche così come è la formola (100) fa vedere teoricamente che la $p - \varpi$ può diventar negativa.

## § 3.

### *Determinazione della portata.*

27. Si sa, e ciò feci vedere nella Memoria 2.ª, che la portata $P$ in una sezione verticale del nostro canale è data dalla formola

$$P = \nu \int_0^{\mu} dy \, . \, u(y) \ ,$$

significando $\nu$ la larghezza del canale, $\mu$ l'altezza del pelo della corrente sul fondo, ed $u(y)$ la velocità orizzontale che varia insieme con $y$.

Siccome è $\mu = y + k$, sostituita la variabile $k$ alla $y$, si ha anche

$$P = \nu \int_0^{\mu} dk \, . \, u(k) \ .$$

Pongasi per $u$ il valore dato dalla seconda delle (97): si eseguisca e si definisca l'integrazione per $k$, si sostituisca ad $l$ il suo valore $\frac{g}{a}$: e dopo alcune riduzioni troveremo

$$P = a\nu \left\{ \mu - \frac{b^2}{2g} \left( 1 - e^{-\frac{g\mu}{a^2}} \right)^2 \right\} \ , \tag{101}$$

formola la quale ci fa vedere che la misura della dispensa data dal prodotto $a\nu\mu$ non deve essere diminuita per mezzo di un coefficiente minore dell'unità, ma sottraendovi un termine.

## CAPO IV.

*Intorno alle formole del moto permamente a tre coordinate.*

La soluzione del problema analitico di determinare il moto dell' acqua nelle correnti superiormente aperte, che formò l'argomento dei due Capi precedenti, può trattarsi più in generale colle tre coordinate, ed è allora che diventa veramente utile per la teorica dei fiumi. Prima però di ritornarvi sopra all'intento di perfezionarla, mi è d' uopo completare la teorica generale rimasta imperfetta nella mia Memoria seconda.

28. In essa ho fatto vedere che pel caso in cui nel liquido in moto si considerino tutte e tre le dimensioni, le trajettorie possono essere curve a doppia curvatura indicate in generale dal sistema delle due equazioni

$$\alpha = f(x, y, z) \quad ; \quad \epsilon = \varphi(x, y, z) , \tag{102}$$

le quali sono le medesime per tutte, restando immutate le forme espresse dalle caratteristiche $f, \varphi$, ma cambiando d' una in altra trajettoria i due parametri $\alpha, \epsilon$, che sono costanti in ciascuna. Ho anche detto che le due equazioni (102) possono considerarsi quelle di due superficie percorse da veli fluidi: che dando ad $\alpha$ due valori particolari, si formano mediante la prima equazione due pareti (come nel caso analogo del moto a due coordinate), e due altre dando due valori particolari alla $\epsilon$: e che queste quattro pareti possono riguardarsi siccome quelle che tengono chiusa la corrente, essendo lambite dalle molecole del liquido che rimangono sempre in esse.

Ho poi dimostrato che la risoluzione analitica della questione può aversi generalmente e pienamente, nella supposizione degli assi delle $x, y$ orizzontali e delle $z$ verticali, per mezzo delle quattro formole

$$\begin{aligned} u &= M\left[f'(y)\,\varphi'(z) - \varphi'(y)\,f'(z)\right] \\ v &= M\left[\varphi'(x)f'(z) - f'(x)\,\varphi'(z)\right] \\ w &= M\left[f'(x)\,\varphi'(y) - \varphi'(x)\,f'(y)\right] \end{aligned} \tag{103}$$

$$p = N - gz - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) , \tag{104}$$

dove $M, N$ sono funzioni di $f, \varphi$, ovvero $\alpha, \epsilon$, senza alcuna delle $x, y, z$ esplicite alle $f, \varphi$; per determinare le quali mostrai doversi verificare anche

le due equazioni

$$(105)\quad \begin{aligned} \frac{N'(f)}{M} &= \varphi'(x)\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)+\varphi'(y)\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right)+\varphi'(z)\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right) \\ \frac{N'(\varphi)}{M} &= -f'(x)\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)-f'(y)\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right)-f'(z)\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right) \end{aligned}$$

Veramente nella citata Memoria invece di queste due ultime ne indicai tre (le (24) del num. 26 di essa Memoria), ma poi in un' *aggiunta*, stampata dopo, feci conoscere che quelle tre si riducevano alla due (105) precedenti. Il che, anche senza ricorrere a quella aggiunta, può vedersi subito: giacchè se si moltiplicano le precedenti (105) una volta rispettivamente per $f'(x)$, $\varphi'(x)$: un' altra volta rispettivamente per $f'(y)$, $\varphi'(y)$: una terza volta rispettivamente per $f'(z)$, $\varphi'(z)$: e tutte tre le volte si sommano: avendo sott' occhio le precedenti (103), si vedono risultare le tre mentovate, cioè le (24) n. 26, Memoria 2.ª

Il sistema delle equazioni (103), (104) soddisfa alle quattro equazioni generali del moto de' fluidi, le tre meccaniche, e quelle della continuità (le (1), (3) del Capo II, Memoria 2.ª), ed anche alle due derivate delle (102) pel tempo, cioè alle

$$(106)\quad \begin{aligned} f'(x)u+f'(y)v+f'(z)w &= 0 \\ \varphi'(x)u+\varphi'(y)v+\varphi'(z)w &= 0 \end{aligned},$$

del che ognuno può persuadersi colla semplice sostituzione.

29. Questa teorica così elaborata a più riprese, e di tanta estensione nelle applicazioni, può essere ancora perfezionata per quella parte che riguarda le equazioni (105) a fine di dedurne alcune conseguenze circa la natura delle pareti conterminanti il fluido analoghe alle già dedotte al num. 11 pel caso del moto in un piano.

Poniamo per abbreviare

$$(107)\quad \begin{aligned} A &= f'(x)\varphi'(y)-\varphi'(x)f'(y) \\ B &= \varphi'(x)f'(z)-f'(x)\varphi'(z) \\ C &= f'(y)\varphi'(z)-\varphi'(y)f'(z) \end{aligned},$$

per le quali denominazioni le (103) risultano

$$(108)\quad u = MC \;;\; v = MB \;;\; w = MA\,.$$

Indicando con semplici apici in alto le derivate per $f$ ovvero $\varphi$, e con apici a basso quelle per $\gamma$ ovvero $\epsilon$, avremo

$$
\begin{aligned}
\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} &= B\left(M' f'(z) + M_1 \gamma'(z)\right) + MB'(z) \\
&\quad - A\left(M' f'(y) + M_1 \gamma'(y)\right) - MA'(y) \\
\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz} &= A\left(M' f'(x) + M_1 \gamma'(x)\right) + MA'(x) \\
&\quad - C\left(M' f'(z) + M_1 \gamma'(z)\right) - MC'(z) \\
\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} &= C\left(M' f'(y) + M_1 \gamma'(y)\right) + MC'(y) \\
&\quad - B\left(M' f'(x) + M_1 \gamma'(x)\right) - MB'(x) \quad .
\end{aligned}
\tag{109}
$$

Se moltiplicheremo queste equazioni rispettivamente per $\varphi'(x)$, $\varphi'(y)$, $\varphi'(z)$ e poi le sommeremo, formeremo da una parte il secondo membro della prima (105), e dall'altra una quantità dove spariscono tutti i sei termini moltiplicati per $M_1$ e quelli moltiplicati per $M'$ si compendiano in virtù delle stesse denominazioni (107). Così ci risulta l'equazione

$$
\frac{N'}{M} = M'(A^2 + B^2 + C^2) + MK \tag{110}
$$

essendo

$$
K = \varphi'(x)\left(B'(z) - A'(y)\right) + \varphi'(y)\left(A'(x) - C'(z)\right) + \varphi'(z)\left(C'(y) - B'(x)\right) \quad . \tag{111}
$$

Per simil modo moltiplicando rispettivamente le (109) per $-f'(x)$, $-f'(y)$, $-f'(z)$, e poi sommandole, vista la seconda (105), giungiamo all'altra equazione

$$
\frac{N_1}{M} = M_1(A^2 + B^2 + C^2) + MH \quad , \tag{112}
$$

essendo

$$
H = -f'(x)\left(B'(z) - A'(y)\right) - f'(y)\left(A'(x) - C'(z)\right) - f'(z)\left(C'(y) - B'(x)\right) \quad . \tag{113}
$$

30. Ora, come al num. 11, diventa utilissimo lo studiare le funzioni inverse delle (102), cioè lo intendere dette equazioni sciolte per $x, y$, talchè si abbiano le due

$$
x = \lambda(z, \alpha, \epsilon) \quad ; \quad y = \mu(z, \alpha, \epsilon) \quad . \tag{114}
$$

Già è manifesto anche qui, che conosciute le forme delle funzioni $\lambda, \mu$, si passa subito dalle precedenti sciolte per $\alpha, \epsilon$ alle (102).

Le (114), ove s'intendano risostituiti ad $\alpha, \varepsilon$ i valori (102) sono equazioni identiche che possono derivarsi per $x, y, z$: così si hanno le sei

$$
\begin{aligned}
1 &= \lambda' f'(x) + \lambda_1 \varphi'(x) \\
0 &= \mu' f'(x) + \mu_1 \varphi'(x) \\
0 &= \lambda' f'(y) + \lambda_1 \varphi'(y) \\
1 &= \mu' f'(y) + \mu_1 \varphi'(y) \\
-{}'\lambda &= \lambda' f'(z) + \lambda_1 \varphi'(z) \\
-{}'\mu &= \mu' f'(z) + \mu_1 \varphi'(z) \quad ,
\end{aligned} \tag{115}
$$

nelle quali due ultime ho indicato con $'\lambda, '\mu$, cioè con un'apice precedente, le derivate delle funzioni $\lambda, \mu$ per la $z$ esplicita alle $f, \varphi$.

Da queste equazioni (115) prese due a due e trattate col metodo elementare della risoluzione di due equazioni lineari a due incognite, si cavano i seguenti risultati.

Posta per abbreviare

$$D = \lambda' \mu_1 - \lambda_1 \mu' \quad ; \tag{116}$$

si ottengono

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{\mu_1}{D} \quad ; \quad f'(y) = -\frac{\lambda_1}{D} \quad ; \quad f'(z) = \frac{'\mu\lambda_1 - '\lambda\mu_1}{D} \\
\varphi'(x) &= -\frac{\mu'}{D} \quad ; \quad \varphi'(y) = \frac{\lambda'}{D} \quad ; \quad \varphi'(z) = \frac{'\lambda\mu' - '\mu\lambda'}{D}
\end{aligned} \tag{117}
$$

Tali valori si pongano nelle (107); ci risulteranno dopo qualche riduzione questi altri notabilissimi

$$A = \frac{1}{D} \quad ; \quad B = \frac{'\mu}{D} \quad ; \quad C = \frac{'\lambda}{D} \quad . \tag{118}$$

Le quantità $A, B, C$ sono in sostanza funzioni delle $x, y, z$, che per la sostituzione dei valori (114) si possono concepire ridotte mentalmente funzioni delle $z, \alpha, \varepsilon$, ovvero $z, f, \varphi$; quindi le sei

$$
\begin{aligned}
B'(z) &= {}'B + B' f'(z) + B_1 \varphi'(z) \\
A'(y) &= A' f'(y) + A_1 \varphi'(y) \\
A'(x) &= A' f'(x) + A_1 \varphi'(x) \\
C'(z) &= {}'C + C' f'(z) + C_1 \varphi'(z) \\
C'(y) &= C' f'(y) + C_1 \varphi'(y) \\
B'(x) &= B' f'(x) + B_1 \varphi'(x) \quad ;
\end{aligned}
$$

si fatti valori sostituiti in quelli (111), (113) di $K$, $H$, li riducono ai seguenti

$$(119)\qquad \begin{aligned} K &= AA' + BB' + CC' + {}'B\varphi'(x) - {}'C\varphi'(y) \\ H &= AA_{,} + BB_{,} + CC_{,} + {}'Cf'(y) - {}'Bf'(x) \end{aligned};$$

nella quale operazione si osserverà che ogni volta si distruggono sei termini, e i coefficienti delle derivate $A'$, $B'$, ec., riproducono le quantità (107).

Avendo sott'occhio le (119), e richiamando le (117), si vedono prontamente le (110), (112) cangiarsi nelle seguenti

$$(120)\qquad \begin{aligned} N' &= \tfrac{1}{2}[M^2(A^2 + B^2 + C^2)]' - \frac{M^2}{D}({}'B\mu' + {}'C\lambda') \\ N_{,} &= \tfrac{1}{2}[M^2(A^2 + B^2 + C^2)]_{,} - \frac{M^2}{D}({}'B\mu_{,} + {}'C\lambda_{,}) \end{aligned};$$

le quali, se si mettono per $A$, $B$, $C$ i valori (118), compajono sotto quest'altra forma

$$(121)\qquad \begin{aligned} N' &= \tfrac{1}{2}\left[\frac{M^2}{D^2}(1 + {}'\mu^2 + {}'\lambda^2)\right]' - \frac{M^2}{D}\left[{}'\left({}'\frac{\mu}{D}\right)\mu' + {}'\left({}'\frac{\lambda}{D}\right)\lambda'\right] \\ N_{,} &= \tfrac{1}{2}\left[\frac{M^2}{D^2}(1 + {}'\mu^2 + {}'\lambda^2)\right]_{,} - \frac{M^2}{D}\left[{}'\left({}'\frac{\mu}{D}\right)\mu_{,} + {}'\left({}'\frac{\lambda}{D}\right)\lambda_{,}\right] \end{aligned}.$$

31. Le equazioni (121) a cui ora siamo giunti, se ben si esaminano dopo aver richiamata la (116), altro non sono se non due equazioni alle derivate parziali di second'ordine fra cinque variabili $z$, $\alpha$, $\epsilon$, $\lambda$, $\mu$ delle quali le ultime due si considerano funzioni delle prime tre, da riguardarsi ora tutte come variabili semplici. Nè vale obbiettare che le $\alpha$, $\epsilon$ stanno per le $f$, $\varphi$, che sono ulteriormente composte in $x$, $y$, $z$: ho già fatto vedere nel caso analogo del num. 11, che tale ulteriore composizione deve essere dissimulata, non apparendone più alcun vestigio. Pertanto le funzioni $\lambda$, $\mu$ di $z$, $\alpha$, $\epsilon$, essendo quali risulterebbero dall'integrazione delle due equazioni (121), non sono assolutamente arbitrarie: possono in verità sussistere in molti modi, ma sono vincolate a soddisfare a dette equazioni: e non essendo esse assolutamente arbitrarie, non lo sono nemmeno le funzioni $f$, $\varphi$ per la dipendenza che abbiamo stabilita fra le equazioni (102), (114). E siccome le equazioni (102) comprendono anche quelle delle pareti, si fa manifesto, qui come al num. 11, non essere assolutamente arbitraria la forma delle pareti, quando

le vogliamo lambite dal liquido nel suo moto permanente espresso dappertutto colle stesse equazioni. Se una delle equazioni alla superficie è opportunamente assegnata in modo che soddisfaccia al legame risultante dalle equazioni (121). come avviene quando la corrente è superiormente aperta, del che nel Capo seguente, l'altra superficie, che nel caso menzionato è quella delle sponde, può essere in più maniere, ma non assolutamente in ogni maniera. Così è provato darsi sponde di fiumi che le correnti non possono lambire, ed allora. come dissi già altrove, si forma una specie di parete dello stesso liquido, vi è rottura di continuità nelle formole rappresentanti il moto, e il fluido interposto fra la parete liquida e la vera, o sta fermo, o si muove con moto staccato da quello della massa principale.

32. Noto alcune equazioni da cui trarremo profitto in appresso. Le (108), e le (118) ci porgono

$$u = {}'\lambda \frac{M}{D} \quad ; \quad v = {}'\mu \frac{M}{D} \quad ; \quad w = \frac{M}{D} \ , \tag{122}$$

e per la terza di queste, le prime due si riducono

$$u = {}'\lambda w \quad ; \quad v = {}'\mu w \ , \tag{123}$$

quali ci sarebbero risultate immediatamente derivando pel tempo le (114): giacchè ne'secondi membri la sola $z$ varia col tempo, le $\alpha$, $\epsilon$ non variano. Nè fa differenza, come può parere a prima giunta, il sostituire alle $\alpha$, $\epsilon$, le funzioni equivalenti $f$, $\varphi$: derivando pel tempo anche riguardo a queste, si aggiungono alcuni termini che poi spariscono in forza delle equazioni (106).

Per questa stessa ragione le derivate totali delle $u$, $v$ pel tempo, dedotte dalle (123), riescono rispettivamente eguali alle $'('\lambda w)w$ , $'('\mu w)w$ . Da un'altra parte, in virtù delle prime due equazioni meccaniche (le (1) del Capo II, Memoria seconda), queste derivate delle $u$, $v$ pel tempo eguagliano rispettivamente $-\frac{dp}{dx}$ , $-\frac{dp}{dy}$, ossia

$$-(p'f'(x) + p_1\varphi'(x)) \quad ; \quad -((p'f'(y) + p_1\varphi'(y)) \ ,$$

giacchè, anche $p(x, y, z)$ può considerarsi ridotta funzione della $z$, $\alpha$, $\epsilon$, mediante la sostituzione dei valori (114). Così, posti per $f'(x)$, $\varphi'(x)$, $f'(y)$, $\varphi'(y)$ i valori (117), si conseguiscono le equazioni

$$p_1\mu' - p'\mu_1 = '('\lambda w)wD \quad ; \quad p'\lambda_1 - p_1\lambda' = '('\mu w)wD \ .$$

Qui nei secondi membri possiamo mettere $M$ in luogo di $wD$, stante la terza delle (122): epperò abbiamo

$$(124) \qquad p_{,}\mu' - p'\mu_{,} = '(\lambda w)M \quad ; \quad p'\lambda_{,} - p_{,}\lambda' = '(\mu w)M \, .$$

Sostituendo anche alla $w$ rimasta il suo valore ora indicato, e riflettendo che $M$ può cavarsi fuori dal segno di derivazione per $z$, perchè non contiene la $z$, ed è solo funzione di $\alpha$, $\varepsilon$, le precedenti diventano

$$p_{,}\mu' \; p'\mu_{,} = '\left(\frac{'\lambda}{D}\right)M^2 \quad ; \quad p'\lambda_{,} - p_{,}\lambda' = '\left(\frac{'\mu}{D}\right)M^2 ,$$

e sciolte rispettivamente alle $p_{,}$, $p'$, avuto d'occhio alla (116), ci porgono

$$(125) \qquad p' = -\frac{M^2}{D}\left[{}'\left(\frac{'\mu}{D}\right)\mu' + '\left(\frac{'\lambda}{D}\right)\lambda'\right] \; ; \; p_{,} = -\frac{M^2}{D}\left[{}'\left(\frac{'\mu}{D}\right)\mu_{,} + '\left(\frac{'\lambda}{D}\right)\lambda_{,}\right] .$$

33. Presentemente, come ho accennato nel caso analogo sulla fine del num. 18, si può provare che le equazioni (121), alle quali siamo giunti percorrendo una strada assai lunga, si deducono prontamente dalla equazione (104). Questa, attesi i valori (122), può scriversi

$$(126) \qquad p = N - gz - \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2}{D^2}(1 + '\mu^2 + '\lambda^2) \; ;$$

deriviamola una volta per $\alpha$, e un'altra volta per $\varepsilon$, riguardando $p(z, \alpha, \varepsilon)$ composta come funzione di questi tre elementi, secondo si è detto di sopra: e mettendo per $p'$, $p_{,}$ i valori (125), ci ritorneranno le equazioni (121).

## CAPO V.

### *Sul moto permanente dell'acqua in un canale superiormente aperto a sponde piane inclinate.*

La soluzione in formole finite di questo grandioso problema, avendo preso in considerazione tutte e tre le coordinate, può vedersi nei Capi II e III della mia seconda Memoria. Qui la riproduco con due notabili miglioramenti. Il primo consiste in ciò che avendo messo in giuoco le funzioni inverse $\lambda$, $\mu$ delle equazioni (114), si troverà abbreviata di due terzi la via per giungere

ai finali risultamenti. E quantunque le formole che ora darò si possano facilmente ridurre alle già date nel luogo citato e viceversa, cosicchè nella sostanza siano le medesime, pure apparentemente compariranno diverse, essendomi ora parso più opportuno l'introdurre due diversi angoli invece di due altri che ne dipendevano, come si capirà in appresso. L'altro miglioramento della teorica sta nell'avere osservato esservi un caso di sponde piane pel quale la soluzione non è compresa nella esposta, e riesce assai più difficile a trattarsi. Però le nostre formole che hanno il vantaggio di essere scritte coi soli trascendenti ordinarj (ciò che non avviene per le altre soluzioni) si applicano al caso più frequente in natura, e bastano da sole ad allargare di molto le nostre idee intorno alla teorica dei fiumi, e a condurci alla spiegazione di fenomeni che finora parvero inaccessibili al calcolo. Di più avremo adesso un criterio a guida delle nostre ricerche quando volessimo ovviare quelle soluzioni più difficili che rispondono ai casi di sponde curvilinee, giacchè non per tutte le sponde indistintamente esse riescono possibili (rivedi il già detto alla fine del num. 31). Senza di ciò perderemmo il tempo in tentativi inutili, come a me pur troppo è avvenuto.

34. Gli assi delle $x$, $y$ sono orizzontali, quello della $z$ verticale. L'equazione generale di un piano riferito a tali assi è

$$(y - \epsilon)\sin.\sigma\cos.\eta + x\sin.\sigma\sin.\eta - z\cos.\sigma = 0 \quad , \tag{137}$$

esprimendo $\sigma$ l'angolo diedro fatto dal piano coll'orizzonte, $\eta$ l'angolo che l'intersecazione del piano coll'orizzonte fa con una parallela all'asse delle $x$, $\epsilon$ la retta orizzontale nel piano $xy$, perpendicolare all'asse delle $x$, e intercetta fra l'origine delle coordinate e la retta d'intersecazione poc'anzi mentovata. Dando l'equazione precedente nella seconda Memoria (num. 28), ho ommesso di avvertire (il che ora trovo conveniente) che l'angolo $\eta$ è rivolto verso la regione delle $x$ positive e delle $y$ negative. Presentemente mi sono persuaso che per l'applicazione pratica giova surrogare ai due angoli $\sigma$, $\eta$ due altri angoli $i$, $j$, che da essi dipendono, dei quali passo a dire la significazione. Il caso che mi propongo esaminare e che ha maggiori riscontri in natura è quello di un letto di fiume colle sponde piane inclinate all'infuori e col fondo alquanto inclinato all'orizzonte. Per formarci un concetto chiaro degli angoli in questo caso, ripeterò quanto ho detto al citato num. 28 della seconda Memoria. S'immagini un piano $P$ rettangolare orizzontale, e lungo un lato di esso infitta una sponda piana inclinata all'infuori, cioè facente col prolungamento mentale in larghezza del piano l'angolo acuto diedro $i$. Paral-

lelamente al lato che è anche intersecazione della sponda col piano $P$, si tiri una retta $L$ alla precisa metà della larghezza del piano $P$, e si prenda momentaneamente per asse delle $x$, essendo quello delle $y$ secondo la larghezza di $P$. Se ora supponiamo il piano $P$ sollevato da una parte nel verso della sua lunghezza sì che faccia coll'orizzonte l'angolo $j$, l'asse orizzontale delle $x$ non sarà più la retta $L$, bensì la projezione di essa sull'orizzonte: l'intersecazione del piano della sponda coll'orizzonte non sarà più parallela all'asse delle $x$, ma (prolungando quel piano mentalmente) si vedrà quell'intersecazione fare coll'asse delle $x$ l'angolo $\eta$ rivolto verso la regione delle $x, -y$. Se poniamo al lato opposto del piano $P$ una sponda simile voltata parimenti all'infuori, avremo in questo piano $P$ inclinato all'orizzonte e portante quelle due sponde, l'immagine del letto di fiume che vogliamo esaminare. Notisi che in questo concetto le due intersecazioni delle sponde col piano $P$ sono fra di loro parallele: invece potrebbero essere convergenti, e questo è il caso, di cui sopra ho toccato, la cui soluzione non è compresa in quella che diamo qui. Però come per breve tempo in ogni fiume il moto si può suppor permanente, così per breve tratto quelle intersecazioni si possono suppor parallele: si capisce che i risultati dedotti dopo aver ammesse tali due supposizioni non devieranno dal vero se non di pochissimo: ed ecco il perchè io credo molta l'importanza della mia soluzione anche per la cognizione intima del fenomeno in quelle correnti, che non sono da noi determinate per mezzo di canali artificiali, ma che prendiamo quali ce le presenta la natura.

35. I due angoli $\eta, \sigma$ dell'equazione (127) dipendono dai due $i, j$ dell'inclinazione della sponda col fondo, e della inclinazione del fondo coll'orizzonte, per le due equazioni

$$\text{(128)} \qquad \text{tan.}\,\eta = \text{sin.}\,j\ \text{cot.}\,i \quad ; \quad \text{cos.}\,\sigma = \text{cos.}\,i\ \text{cos.}\,j \ .$$

Volendone una dimostrazione, chiamiamo per un momento $A$ la retta secondo cui la sponda taglia il piano $P$, $B$ la sua projezione sull'orizzonte, e $C$ l'intersecazione coll'orizzonte del piano della sponda prolungata mentalmente. Le tre rette $A, B, C$ concorrono in un punto; $j$ è l'angolo piano fatto dalle due prime, $\eta$ l'angolo piano fatto dalla seconda colla terza; l'angolo diedro fatto dal piano delle $A, B$ col piano delle $B, C$ è retto; l'angolo diedro fatto dal piano delle $A, B$ con quello delle $A, C$ è $90° - i$: e l'angolo diedro fatto dal piano delle $A, C$ col piano orizzontale delle $B, C$ è $\sigma$: tra i cinque elementi $j, \eta, 90°, 90° - i, \sigma$ si hanno le equazioni (128) per le note formole spettanti ai triangoli sferici rettangoli.

Dalla (127) deduciamo

$$y = \epsilon - x \operatorname{tan.}\eta + z \frac{\operatorname{cot.}\sigma}{\operatorname{cos.}\eta} .$$

Dalle (128) è facile ricavare

$$\frac{\operatorname{cot.}\sigma}{\operatorname{cos.}\eta} = \operatorname{cos.} j \operatorname{cot.} i .$$

Quindi la precedente si muta nella

$$y = \epsilon - x \operatorname{sin.} j \operatorname{cot.} i + z \operatorname{cos.} j \operatorname{cot.} i .$$

E ponendo per comodo

$$m = \operatorname{cot.} i \quad ; \quad n = \operatorname{sin.} j , \tag{129}$$

l'abbiamo sotto la forma

$$y = \epsilon - xmn + zm\sqrt{1 - n^2} . \tag{130}$$

Questa è l'equazione che prendiamo per la seconda delle (102) esprimente col mutare del parametro $\epsilon$ i diversi piani interni percorsi da veli fluidi parallelamente alla sponda. Per l'altra delle (102) assumiamo la

$$\alpha = p(x, y, z) ,$$

dove $p$ è la funzione di $x, y, z$ che esprime generalmente la pressione. Tale equazione è dedotta dalla $\varpi = p(x, y, z)$ che si verifica alla superficie libera, dietro gli stessi ragionamenti che abbiamo recati al num. 14; la $p(x, y, z)$ forma di funzione incognita, ma però legata col resto della teorica, tiene il luogo della $f$ nella prima delle (102).

Le due equazioni (114) sono nel caso attuale

$$x = \lambda(z, \alpha, \epsilon) \quad ; \quad y = \epsilon - mn\lambda + zm\sqrt{1 - n^2} , \tag{131}$$

dipendendo questa seconda dalla (130) ove siasi sostituito per $x$ il suo valore $\lambda$ che vedesi nella prima di queste stesse (131). La funzione $\lambda$ è incognita: in essa $\alpha$, $\epsilon$ equivalgono alle due funzioni $f$, $\varphi$ delle equazioni (102) che rimangono dissimulate per lungo tratto degli andamenti analitici, e non compajono che verso la fine delle soluzioni, siccome si è detto ai num. 11, 31.

e che nel caso attuale riescono determinate in forza delle due equazioni

$$(132) \qquad \alpha = p(x, y', z) \quad ; \quad \beta = y + xmn - zm\sqrt{1-n^2} \, .$$

36. Farò precedere, come al num. 13, il prospetto delle formole finite che danno le tre velocità $u, v, w$ secondo gli assi delle $x, y, z$, e la pressione generica $p$ in funzione delle tre coordinate: esse sono

$$u = \frac{m^2 n\sqrt{1-n^2}}{l\sqrt{1+m^2}\sqrt{1+m^2n^2}}\sqrt{\rho^2-\Omega^2} + \frac{\Omega - g}{l\sqrt{1+m^2n^2}}$$

$$(133) \qquad v = \frac{m\sqrt{1-n^2}}{l\sqrt{1+m^2}\sqrt{1+m^2n^2}}\sqrt{\rho^2-\Omega^2} - \frac{mn(\Omega-g)}{l\sqrt{1+m^2n^2}}$$

$$w = \frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{l\sqrt{1+m^2}}\sqrt{\rho^2-\Omega^2} \, .$$

$$(134) \quad p = O - \frac{g^2}{l^2}\log.\rho + \frac{1}{2l^2}\rho^2 + \frac{gm\sqrt{1-n^2}}{1+m^2}(y + xmn - zm\sqrt{1-n^2})$$

essendo $\Omega$ una lettera introdotta per comodo all'oggetto di designare la quantità

$$(135) \quad \Omega = l^2 z - K - g\log.\rho + \frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2}l^2(y + xmn - zm\sqrt{1-n^2})$$

e $\rho$ una funzione di $x, y, z$ quale risulta dalla equazione trascendente

$$(136) \quad g\,\text{Arc. tan.}\frac{\Omega}{\sqrt{\rho^2-\Omega^2}} + \sqrt{\rho^2-\Omega^2} = H - \frac{l^2 x}{\sqrt{1+m^2}} + \frac{mn}{\sqrt{1+m^2}}l^2 y.$$

Giova avvertire che il radicale $\sqrt{\rho^2-\Omega^2}$ va preso col segno negativo quando la corrente è declive.

In queste formole $m, n$ sono costanti in numeri, date dagli angoli d'inclinazione, giusta le equazioni (129), e $l, K, O, H$ quattro costanti assolute che non mutano nè per cangiar di tempo, nè per cangiar di luogo.

Tali formole comprendono come caso particolare (ed è ben chiaro che così dovea essere) le (24) e (25), ovvero (54), che già trovammo pel canale a sponde verticali: in fatti in quel caso abbiamo $m = 0$, e qualunque sia $n$ ritornano quelle formole, riuscendo altresì $v = 0$. Conviene avvertire che

le $y$, $v$ stanno al num. 13 al posto delle $z$, $w$ in questo luogo. Passeremo alla nuova dimostrazione della soluzione più generale presentata sotto il prospetto che abbiamo esposto, e a tal uopo applicheremo al caso attuale le formole ancor più generali date nel Capo precedente.

37. La $p$ nel caso attuale non è, come generalmente (rivedi il num. 32) funzione di $z$, $\alpha$, $\epsilon$, ma è semplicemente $p = \alpha$ per la prima delle (132), quindi

$$p' = 1 \quad ; \quad p_1 = 0 \quad , \tag{137}$$

e le equazioni (124) diventano

$$-\mu_1 = {}'(\lambda w) M \quad ; \quad \lambda_1 = {}'(\mu w) M \quad . \tag{138}$$

Abbiamo per le seconde delle (114) e delle (131)

$$\mu = \epsilon - mn\lambda + zm\sqrt{1-n^2} \quad . \tag{139}$$

Conseguentemente

$$\mu' = -mn\lambda' \quad ; \quad \mu_1 = 1 - mn\lambda_1 \quad ; \quad {}'\mu = -{}'\lambda mn + m\sqrt{1-n^2} \quad . \tag{140}$$

Di queste la seconda riduce le (138) alle

$$mn\lambda_1 - 1 = {}'(\lambda w) M \quad ; \quad \lambda_1 = {}'(\mu w) M \quad ,$$

tra le quali possiamo eliminare la $\lambda_1$: così otteniamo

$${}'(\mu w) mn - {}'(\lambda w) = \frac{1}{M} \quad ;$$

la quale è integrabile relativamente alla ${}'z$, giacchè $M$ è funzione soltanto di $\alpha$, $\epsilon$. Veniamo pertanto ad avere

$${}'\mu w mn - {}'\lambda w = \frac{z}{M} + B$$

con $B$ funzione soltanto di $\alpha$, $\epsilon$ come $M$.

Ossia per le equazioni (123)

$$vmn - u = \frac{z}{M} + B \quad . \tag{141}$$

La seconda delle (123) e la terza delle (140) ci danno anche

$$v = -\lambda w m n + m w \sqrt{1 - n^2}$$

che per la prima delle (123) diventa

$$v = -umn + mw\sqrt{1 - n^2} \quad , \tag{142}$$

la quale poteva altronde ottenersi subito derivando pel tempo la (130).

Se poniamo per comodo

$$l = -\frac{1}{M\sqrt{1 + m^2 n^2}} \quad ; \quad C = -\frac{B}{\sqrt{1 + m^2 n^2}} \quad , \tag{143}$$

dalle (141), (142) ricaviamo facilmente

$$\begin{aligned} u &= \frac{m^2 n\sqrt{1 - n^2}}{1 + m^2 n^2} w + \frac{lz + C}{\sqrt{1 + m^2 n^2}} \\ v &= \frac{m\sqrt{1 - n^2}}{1 + m^2 n^2} w - \frac{mn(lz + C)}{\sqrt{1 + m^2 n^2}} \end{aligned} \tag{144}$$

L'equazione (104), nella quale $N$ è funzione soltanto di $z$, $\zeta$, ora che $p$ vi eguaglia $\alpha$: posta

$$\frac{1}{2} L = N - \alpha \quad , \tag{145}$$

può scriversi

$$u^2 + v^2 + w^2 = L - 2gz$$

da cui, in forza delle due precedenti (144), deduciamo

$$w = \frac{\sqrt{1 + m^2 n^2}}{\sqrt{1 + m^2}} \sqrt{L - 2gz - (lz + C)^2} \; ; \tag{146}$$

Qui, come nel caso analogo della formola (41), possiamo sotto il radicale eliminare la $z$ che è fuori del binomio quadrato, facendo

$$C = -\frac{1}{l}(\omega + g) \quad ; \quad \rho^2 = Ll^2 - 2g\omega - g^2 \; ; \tag{147}$$

il che torna lo stesso che sostituire alle $C$, $L$, funzioni incognite di $z$, $\zeta$, due nuove simili funzioni $\omega$, $\rho$.

Dopo di ciò le equazioni (144), (146) prendono le forme

$$u = \frac{m^2 n \sqrt{1-n^2}}{l\sqrt{1+m^2}\sqrt{1+m^2n^2}} \sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2} + \frac{l^2z-\omega-g}{l\sqrt{1+m^2n^2}}$$

$$(148)\quad v = \frac{m\sqrt{1-n^2}}{l\sqrt{1+m^2}\sqrt{1+m^2n^2}} \sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2} - \frac{mn(l^2z-\omega-g)}{l\sqrt{1+m^2n^2}}$$

$$w = \frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{l\sqrt{1+m^2}} \sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2} \quad .$$

Ecco già sotto forme finite le tre velocità: in esse però le $l$, $\rho$, $\omega$ sono funzioni incognite di $\alpha$, $\beta$ che resta a determinare. Si veggono comprese in queste formole le (43), (45) pel caso di $m = 0$.

38. Passiamo ora ai calcoli che si esigono per completare la soluzione, cioè per determinare le mentovate funzioni $l$, $\rho$, $\omega$ di $\alpha$, $\beta$, ed anche la $p$ in funzione delle $x$, $y$, $z$. A tale effetto osserviamo che la (116) ci dà nel caso attuale a motivo dei valori (140)

$$D = \lambda' \quad .$$

Quindi ricaviamo dalla terza delle (122), e dal valore di $M$,

$$(149)\qquad M = -\frac{1}{l\sqrt{1+m^2n^2}} \quad ,$$

portoci dalla prima delle (143),

$$\lambda' = -\frac{1}{wl\sqrt{1+m^2n^2}} \quad .$$

La prima delle (144) ove mettasi per $u$ il suo valore $'\lambda w$ (equazioni (123)) ci somministra

$$'\lambda = \frac{m^2 n\sqrt{1-n^2}}{1+m^2n^2} + \frac{l^2z-w-g}{lw\sqrt{1+m^2n^2}} \quad .$$

La seconda delle (138), vista la seconda delle (123) e la (149), ci presenta

$$\lambda_{,} = -\frac{'v}{l\sqrt{1+m^2n^2}} \quad ,$$

che per la seconda delle (144) si riduce

$$\lambda_1 = \frac{mn}{1+m^2n^2} - {}'w\,\frac{m\sqrt{1-n^2}}{l(1+m^2n^2)\sqrt{1+m^2n^2}}\,.$$

Ora dalla terza delle (148) abbiamo il valore di $w$, e prontamente ne ricaviamo quello di $'w$, in forza dei quali valori, quelli precedenti di $\lambda'$, $'\lambda$, $\lambda_1$ diventano

$$\lambda' = -\frac{\sqrt{1+m^2}}{(1+m^2n^2)\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}}$$

$$(150)\qquad '\lambda = \frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{1+m^2n^2} + \frac{(l^2z-\omega-g)\sqrt{1+m^2}}{(1+m^2n^2)\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}}$$

$$\lambda_1 = \frac{mn}{1+m^2n^2} + \frac{m\sqrt{1-n^2}\,(l^2z-\omega)}{\sqrt{1+m^2}\,(1+m^2n^2)\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}}\,.$$

Queste equazioni valgono a somministrarci anche a soprabbondanza tutto ciò di che ancora abbisogniamo. Se dalla prima e dalla seconda delle (150) deduciamo i due valori della stessa derivata seconda $'\lambda'$, e li confrontiamo, dopo varie riduzioni che si presentano facilmente, arriveremo all'equazione

$$(151)\qquad l^2(l^2z-\omega) = (l^2z-\omega-g)\rho\rho' + [g(l^2z-\omega)-\rho_1^2]\,(2ll'z-\omega')\,.$$

Qui con un ragionamento simile al già fatto al num. 16, ci persuaderemo che l'ultima equazione deve verificarsi indipendentemente dalla $z$ apparente, cioè per l'annullarsi separatamente dei tre coefficienti di $z^0$, $z$, $z^2$. Se così non fosse, poichè a momenti ci formeremo un'altra equazione affatto simile, è manifesto che dalle due nelle quali i coefficienti delle diverse potenze di $z$ fossero funzioni di $\alpha$, $\epsilon$ non eguali a zero, potremmo dedurre valori di $\alpha$, $\epsilon$ fatti della sola $z$ e costanti, il che è assurdo. Già mostrammo questa assurdità al num. 16, per ciò che riguarda la $\alpha$ ovvero $p$: quanto alla $\epsilon$, basta per convincersene gettare uno sguardo sul suo vero valore dato dalla seconda delle (132).

Il coefficiente di $z^2$ nella (151) si vede a colpo d'occhio essere $2gl^3l'$, e dovendo essere zero, cominciamo ad avere

$$(152)\qquad l' = 0\,.$$

Ciò che resta dell'equazione stessa può scriversi

$$zl^2(l^2-\rho\rho'+g\omega') = (l^2-[\rho\rho'+g\omega')\,\omega + \rho^2\left(\omega' - g\frac{\rho'}{\rho}\right)\,.$$

Il coefficiente di $z$, posto eguale a zero, dà un' equazione per cui si semplifica anche l' equazione rimanente, e per tal modo si hanno le due

$$l^2 - \rho\rho' + g\omega' = 0 \tag{153}$$

$$\omega' - g\frac{\rho'}{\rho} = 0 \ . \tag{154}$$

Presentemente dalla seconda e dalla terza delle (150) ricaviamo i due valori di $\lambda_1$, e paragonandoli fra loro, otterremo dopo varie riduzioni l'altra equazione

$$\frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2} l^2\rho^2 = -(l^2 z - \omega - g)\rho\rho_1 + [\rho^2 - g(l^2 z - \omega)](2ll_1 z - \omega_1) \ . \tag{155}$$

Questa pure per le già addotte ragioni deve avere eguali a zero i coefficienti delle diverse potenze di $z$. Quello di $z^2$ è $-2gl^3 l_1$, quindi

$$l_1 = 0$$

dalla quale e dalla (152) concludiamo che $l$ non contiene nè $\alpha$ nè $\epsilon$, vale a dire è una costante assoluta.

Ciò che resta della (155) può scriversi

$$z\, l_1^2(\rho\rho_1 - g\omega_1) + \rho^2\left[\frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2} l^2 + \omega_1 - g\frac{\rho_1}{\rho}\right] = \omega(\rho\rho_1 - g\omega_1) \ .$$

Qui il coefficiente di $z$ posto eguale a zero dà una equazione, in forza della quale sparisce anche il secondo membro e così si arriva alle due

$$\rho\rho_1 - g\omega_1 = 0 \tag{156}$$

$$\omega_1 - g\frac{\rho_1}{\rho} = -\frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2} l^2 \ . \tag{157}$$

Le equazioni (153), (154) sono a colpo d' occhio integrabili per $\alpha$, e le (156), (157) per $\epsilon$: ne ricaviamo

$$\frac{\rho^2}{2} - g\omega = l^2\alpha + \text{funz. } \epsilon$$

$$\frac{\rho^2}{2} - g\omega = \text{funz. } \alpha$$

$$\omega - g\log.\rho = \text{funz. } \epsilon$$

$$\omega - g\log.\rho = -\frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2} l^2\epsilon + \text{funz. } \alpha \ .$$

Dalle quali veniamo subito a conchiudere le due

$$(158)\qquad \begin{aligned} \frac{\rho^2}{2} - g\omega &= l^2\alpha + E \\ \omega - g\log.\rho &= K - \frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2}\,l^2\epsilon \end{aligned}$$

dove $E$, $K$ sono due costanti assolute.

Pertanto la determinazione delle quantità incognite $l$, $\rho$, $\omega$, che restava a farsi, è ora compiuta. Sappiamo che la $l$ è una costante assoluta, e che $\rho$, $\omega$ sono tali funzioni di $\alpha$, $\epsilon$ quali risultano dalle (158).

Osserveremo che dalle (150) potevasi ricavare una terza equazione, paragonando i due valori di $\lambda'_1$ dedotti dalla prima e dalla terza di esse (150). Essa riesce dopo varie facili riduzioni

$$(159)\qquad (1+m^2)\left[\rho\rho_1 + (l^2 z - \omega)\omega_1\right] + m\sqrt{1-n^2}\left[\rho^2\omega' + \rho\rho'(l^2 z - \omega)\right] = 0$$

ma non conduce a niente di nuovo, perocchè i quattro valori dedotti dalle equazioni (153), (154), (156), (157)

$$(160)\qquad \begin{aligned} \rho' &= \frac{\rho\, l^2}{\rho^2 - g^2} \quad ; \quad \rho_1 = -\frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2}\cdot\frac{g\rho\, l^2}{\rho^2 - g^2} \\ \omega' &= \frac{g\, l^2}{\rho^2 - g^2} \quad ; \quad \omega_1 = -\frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2}\cdot\frac{\rho^2 l^2}{\rho^2 - g^2} \end{aligned}$$

sostituiti nella (159), la rendono identica. È però una operazione che serve a persuaderci dell'esattezza dei calcoli, e a provare come le varie parti della teorica si confermano a vicenda.

Scrivendo $\Omega$ invece della quantità $l^2 z - \omega$,

$$(161)\qquad \Omega = l^2 z - \omega \ ,$$

vediamo dalle (148) dimostrate le (133) dapprima semplicemente enunciate. Se poi poniamo in questa (161) per $\omega$ il suo valore desunto dalla seconda delle (158), sostituito a $\epsilon$ l'equivalente trinomio giusta la seconda delle (132), abbiamo la (135). Quanto alla (134), la ricaviamo subito dalle (158) eliminando fra esse la $\omega$, isolando $\alpha$, scrivendo per designare una costante assoluta la lettera $O$ invece di $-\frac{1}{l^2}(E + gK)$, e ponendo da ultimo per $\alpha$, $\epsilon$

le funzioni equivalenti giusta le equazioni (132). Così di quel prospetto che fu esposto al num. 36 non rimane a dimostrarsi che l'equazione (136).

39. Prendiamo la seconda delle (150) e integriamola per la $z$: l'operazione non richiede che cognizioni elementari di calcolo integrale: il risultato è

$$(162)\qquad \lambda = G + \frac{m^2 n\sqrt{1-n^2}}{1+m^2n^2}\,z - \frac{\sqrt{1+m^2}}{l^2(1+m^2n^2)}\left\{ g\,\text{Arc. tan.}\frac{l^2z-\omega}{\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}} + \sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}\right\},$$

ed è facile la verificazione tornando a derivar questa per $z$. La $G$ introdotta dall'integrazione deve considerarsi, generalmente parlando, come una funzione indeterminata di $\alpha$, $\epsilon$: ma faremo vedere ch'essa eguaglia una costante assoluta come $l$, che cioè non contiene nè $\alpha$ nè $\epsilon$, più un termine colla $\epsilon$ lineare. A tal uopo deriviamo primamente la (162) per $\alpha$, avremo

$$\lambda' - G' = \frac{\sqrt{1+m^2}}{l^2(1+m^2n^2)}\left\{\frac{g\rho^2\omega' + g\rho\rho'(l^2z-\omega)}{\rho^2\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}} - \frac{\rho\rho' + (l^2z-\omega)\omega'}{\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}}\right\};$$

la quantità sotto le parentesi grandi può ridursi alla espressione

$$\frac{\rho^2(-\rho\rho' + g\omega') - \rho^2(l^2z-\omega)\left(\omega' - g\frac{\rho'}{\rho}\right)}{\rho^2\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}},$$

dopo di che, in virtù delle equazioni (153), (154), si vede subito che il secondo membro della precedente equazione riducesi identico col secondo membro della prima delle (150). Di qui concludiamo $G' = 0$, ossia che $G$ non contiene $\alpha$.

Deriviamo altresì la (162) per $\epsilon$, avremo

$$\lambda_1 - G_1 = \frac{\sqrt{1+m^2}}{l^2(1+m^2n^2)}\left\{\frac{g\rho^2\omega_1 + g\rho\rho_1(l^2z-\omega)}{\rho^2\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}} - \frac{\rho\rho_1 + (l^2z-\omega)\omega_1}{\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}}\right\};$$

alla quantità sotto le parentesi grandi può darsi la forma

$$-\frac{\rho^2(\rho\rho_1 - g\omega_1) + (l^2z-\omega)\rho^2\left(\omega_1 - g\frac{\rho_1}{\rho}\right)}{\rho^2\sqrt{\rho^2-(l^2z-\omega)^2}}$$

e quindi per le equazioni (156), (157) la precedente si vede risultare

$$\lambda_1 - G_1 = \frac{m\sqrt{1-n^2}\,(l^2 z - \omega)}{\sqrt{1+m^2}\,(1+m^2n^2)\sqrt{\rho^2 - (l^2 z - \omega)^2}} \ .$$

Sottraggasi questa alla terza delle (150): ci residuerà

$$G_1 = \frac{mn}{1+m^2n^2} \ ,$$

e integrando otterremo

$$G = I + \frac{mn}{1+m^2n^2}\,\epsilon \ , \tag{163}$$

dove $I$ è una costante assoluta, sapendo di già che $G$ non può contenere $\alpha$.

Poniamo questo valore di $G$ nella (162), poniamo anche $x$ per $\lambda$ giusta la prima delle (114), e $\Omega$ per $l^2 z - \omega$ (equazione (161)). Moltiplichiamo tutta l'equazione per $l^2 \frac{1+m^2n^2}{\sqrt{1+m^2}}$, facendo per brevità $H = l^2 \frac{1+m^2n^2}{\sqrt{1+m^2}} I$, e dopo aver sostituito per $\epsilon$ la nota funzione equivalente (seconda delle (132)), sarà affatto ovvio il dedurre l'equazione (136) che restava a dimostrare.

40. Come al num. 20 si può anche qui passare alle seconde integrazioni relativamente al tempo, il che faremo nella ipotesi della corrente declive, cioè prendendo negativo il radicale delle equazioni (148).

La terza di esse ove pongasi $\frac{dz}{dt}$ per $w$, è facilmente integrabile, e ci conduce a trovare

$$l^2 z - \omega = -\rho \cos. \left( k - \frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{\sqrt{1+m^2}}\, lt \right) \ ,$$

come può provarsi derivando di nuovo per $t$. La $k$ costante riguardo al tempo introdotta dall'integrazione è mutabile riguardo al luogo e deve essere considerata una funzione di $\alpha$, $\epsilon$, come parecchie altre di cui sopra si è discorso. Infatti, considerata $k(x, y, z, t)$ funzione di $x, y, z, t$, la sua costanza relativamente al tempo conduce all'equazione

$$k'(x)u + k'(y)v + k'(z)w + k'(t) = 0 \ .$$

ove bisogna intendere per $u, v, w$ sostituiti i valori (148), e da questa e

dalle due (132) possiamo immaginare dedotte $x, y, z$ in funzione di $\alpha, \epsilon, t$, fatta di poi mentalmente la sostituzione dei valori nella forma $k(x, y, z, t)$: allora conviene che $t$ sparisca, altrimenti la $k$, ridotta funzione di $\alpha, \epsilon, t$, non sarebbe più costante riguardo al tempo, essendolo le $\alpha, \epsilon$. Se si pone per comodo

$$\sigma = k - \frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{\sqrt{1+m^2}}\, lt \tag{164}$$

Abbiamo

$$\begin{aligned} l^2 z - \omega &= -\rho \cos.\sigma \\ \sqrt{\rho^2 - (l^2 z - \omega)^2} &= \rho \sin.\sigma \end{aligned} \tag{165}$$

$$w = -\frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{l\sqrt{1+m^2}}\rho \sin.\sigma\ . \tag{166}$$

Quindi le prime due delle (148) diventano

$$\begin{aligned} u &= -\frac{m^2 n\sqrt{1-n^2}}{l\sqrt{1+m^2}\sqrt{1+m^2n^2}}\rho \sin.\sigma - \frac{1}{l\sqrt{1+m^2n^2}}\rho \cos.\sigma - \frac{g}{l\sqrt{1+m^2n^2}} \\ v &= -\frac{m\sqrt{1-n^2}}{l\sqrt{1+m^2}\sqrt{1+m^2n^2}}\rho \sin.\sigma + \frac{mn}{l\sqrt{1+m^2n^2}}\rho \cos.\sigma + \frac{mng}{l\sqrt{1+m^2n^2}} \end{aligned} \tag{167}$$

e dopo aver posto $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}$ per $u, v$, s' integrano e danno

$$\begin{aligned} x &= Q - \frac{m^2 n\sqrt{1-n^2}}{l^2(1+m^2n^2)}\rho \cos.\sigma + \frac{\sqrt{1+m^2}}{l^2(1+m^2n^2)}\rho \sin.\sigma - \frac{gt}{l\sqrt{1+m^2n^2}} \\ y &= R - \frac{m\sqrt{1-n^2}}{l^2(1+m^2n^2)}\rho \cos.\sigma - \frac{mn\sqrt{1+m^2}}{l^2(1+m^2n^2)}\rho \sin.\sigma + \frac{mngt}{l\sqrt{1+m^2n^2}} \end{aligned} \tag{168}$$

dove $Q, R$ sono costanti funzioni di $\alpha, \epsilon$, come poc'anzi si è detto della $k$.

Può osservarsi che i valori di $x, y, z$ somministrati dalle equaz. (168), (165), se vengano posti nella seconda delle (132), lasciano per residuo dopo varie riduzioni l'equazione

$$\epsilon = R + mnQ - \frac{m\sqrt{1-n^2}}{l^2}\omega$$

che stabilisce un vincolo fra $R, Q$; già si sa che $\omega$ è una funzione di $\alpha, \epsilon$ quale risulta dalle (158) eliminata fra esse la $\rho$.

Può anche osservarsi che i valori (166), (167) delle tre velocità soddisfanno, come era di dovere, alla (142).

41. Prepareremo altre equazioni che ci verranno utili per la risoluzione dei problemi del Capo seguente. Dalle (168), fatta per comodo

$$h = Q - mnR \ ,$$

caviamo

$$x - mny = h + \frac{\sqrt{1+m^2}}{l^2}\rho \sin.\sigma - \frac{gt}{l}\sqrt{1+m^2n^2} \ ;$$

fra la quale e la (166) eliminata la quantità $\rho \sin.\sigma$, si ottiene

$$w = \frac{l\sqrt{1+m^2n^2}}{1+m^2}(h - x + mny) - gt\frac{1+m^2n^2}{1+m^2} \tag{169}$$

che corrisponde alla terza delle (79) pel caso più semplice trattato in quel Capo.

Eliminando la stessa quantità $\rho \sin.\sigma$ fra la (166) e la prima delle (167), deduciamo

$$u - \frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{1+m^2n^2}w + \frac{g}{l\sqrt{1+m^2n^2}} = -\frac{1}{l\sqrt{1+m^2n^2}}\rho \cos.\sigma$$

che fa riscontro alla prima delle (79).

Questa e la (166), divise l'una per l'altra, danno

$$\tan.\sigma = \frac{lw\sqrt{1+m^2}}{[lu\sqrt{1+m^2n^2}+g]\sqrt{1+m^2n^2} - lw\,m^2n\sqrt{1-n^2}} \ .$$

E passando dalla tangente all'arco, introducendo l'arco del complemento, come si è fatto al num. 17, e rimettendo per $\sigma$ il suo valore (164):

$$k - \frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{\sqrt{1\pm m^2}}lt = \frac{\pi}{2} - \text{Arc. tan.}\frac{[lu\sqrt{1+m^2n^2}+g]\sqrt{1+m^2n^2} - lw\,m^2n\sqrt{1-n^2}}{lw\sqrt{1+m^2}} \tag{170}$$

che corrisponde alla (80).

Passo a predisporre altre equazioni necessarie alla soluzione del secondo problema.

Dalla terza delle (133) avendovi preso il radicale col segno negativo,

$$\sqrt{\rho^2 - \Omega^2} = -\frac{l\sqrt{1+m^2}}{\sqrt{1+m^2n^2}}w \ ; \tag{171}$$

e dalle prime due delle stesse (133)

$$\Omega = \frac{l(u - mnv)}{\sqrt{1+m^2n^2}} + g \ ,$$

che, messo per $v$ il suo valore dato dalla (142), diventa

$$\Omega = lu\sqrt{1+m^2n^2} - lw\frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{\sqrt{1+m^2n^2}} + g \ . \tag{172}$$

Questa colla precedente (171) somministrano

$$\rho^2(1+m^2n^2) = (1+m^2)l^2w^2 + \left\{[lu\sqrt{1+m^2n^2}+g]\sqrt{1+m^2n^2} - lwm^2n\sqrt{1-n^2}\right\}^2 \ . \tag{173}$$

Per le stesse (171), (172) la (136), introdotto l'arco del complemento, si riduce

$$g\,\text{Arc. tan.}\frac{lw\sqrt{1+m^2}}{[lu\sqrt{1+m^2n^2}+g]\sqrt{1+m^2n^2} - lwm^2n\sqrt{1-n^2}} - lw\frac{\sqrt{1+m^2}}{\sqrt{1+m^2n^2}}$$

$$= H - \frac{\pi}{2} - \frac{l^2x}{\sqrt{1+m^2}} + \frac{mn}{\sqrt{1+m^2}}l^2y \ . \tag{174}$$

Eliminando poi $\Omega$ e $\rho$ fra la (135) e le (172), (173) precedenti, veniamo ad ottenere

$$lu\sqrt{1+m^2n^2} - lw\frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{\sqrt{1+m^2n^2}} = S + \frac{1+m^2n^2}{1+m^2}l^2z + \frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2}l^2(y+mnx)$$

$$-\frac{1}{2}g\log.\left\{(1+m^2)l^2w^2 + [(lu\sqrt{1+m^2n^2}+g)\sqrt{1+m^2n^2} - lwm^2n\sqrt{1-n^2}]^2\right\} \tag{175}$$

avendo posto $S$ in luogo della quantità

$$-K - g + \frac{1}{2}g\log.(1+m^2n^2) \ .$$

## CAPO VI.

*Risoluzione più generale dei problemi del Capo III.*

Terrò le stesse supposizioni ed anche gli stessi andamenti analitici seguiti nel Capo III: e darò formole più generali che comprendono le già trovate in quel luogo.

Non isfuggirà al saggio lettore l'osservazione che la soluzione attuale, essendo ricostrutta da capo sopra fondamenti diversi dai già posti nei Capi II e III, dà e riceve pel menzionato accordo una riconferma, la quale deve aver molto peso nel giudicare la bontà della teorica.

42. Incomincerò dal problema enunciato nel § 1.° di quel Capo III. Prenderò le $u$, $w$ col segno negativo, perchè sappiamo quelle essere veramente tali in una corrente declive che si muove contro l'origine delle coordinate: quanto alla $v$ la lascerò come è, potendo essa risultare positiva e negativa, e solo osserverò, che quando pongasi $u$, $w$ negative, l'equazione (142) diventa

$$v = mnu - wm\sqrt{1-n^2} \quad . \tag{176}$$

L'altra

$$u^2 + v^2 + w^2 = L(\alpha, \epsilon) - 2gz \tag{177}$$

riferita parimenti al num. 37 non soffre alterazione per gli accennati cambiamenti di segno: l'ho qui ricordata dovendone far uso.

Scriviamo pertanto $-u$, $v$, $-w$ per le velocità secondo i tre assi del punto alla superficie nella sezione inferiore avente le coordinate $x$, $y$, $z$; e $-(u)$, $(v)$, $-(w)$ relativamente al punto superficiale nella sezione superiore colle coordinate $x+\Delta$, $y+\tau$, $x+\vartheta$. Qui subito gioverà osservare che $\tau$ può aversi dato per $\Delta$, $\vartheta$, giacchè sottratta la (149) dalla

$$y + \tau = \epsilon - mn(x+\Delta) + (z+\vartheta)m\sqrt{1-n^2}$$

dove $\epsilon$ è come prima per la ragione che i due punti sono nella medesima trajettoria, abbiamo

$$\tau = -mn\Delta + \vartheta m\sqrt{1-n^2} \quad . \tag{178}$$

Applichiamo la (177) alle due sezioni, e ritenendo, come al num. 22, la velocità verticale $w$ costante, ci formeremo per mezzo della sottrazione l'equazione

$$(u + (u))(u - (u)) + (v + (v))(v - (v)) = 2g\vartheta .$$

La (176) scritta due volte per le due sezioni, ci dà, a motivo di $w$ costante,

$$v - (v) = mn(u - (u)) .$$

Quindi la precedente si riduce

$$(u + mnv + (u) + mn(v))(u - (u)) = 2g\vartheta .$$

Dalla (176) caviamo altresì prontamente

$$u + mnv = u(1 + m^2n^2) - wm^2n\sqrt{1 - n^2} ,$$

in forza della quale l'ultima equazione si modifica come segue

$$(179) \quad \{(u + (u))(1 + m^2n^2) - 2wm^2n\sqrt{1 - n^2}\}(u - (u)) = 2g\vartheta .$$

Mutiamo il segno alla $u$ nella prima delle (148), e osserviamo che nel primo termine del suo valore può introdursi la $w$ per effetto della terza di esse (148), e quindi considerarsi il termine come costante: replicata pertanto l'equazione per le due sezioni, ne caveremo sottraendo

$$u - (u) = \frac{l\vartheta}{\sqrt{1 + m^2n^2}} .$$

Divisa per questa la precedente equazione (179), essa si cangia nella

$$(u + (u))(1 + m^2n^2) - 2wm^2n\sqrt{1 - n^2} = \frac{2g}{l}\sqrt{1 + m^2n^2} .$$

E queste due ultime equazioni ci danno

$$(180) \quad \begin{aligned} u &= w\frac{m^2n\sqrt{1 - n^2}}{1 + m^2n^2} + \frac{g}{l\sqrt{1 + m^2n^2}} + \frac{l\vartheta}{2\sqrt{1 + m^2n^2}} \\ (u) &= w\frac{m^2n\sqrt{1 - n^2}}{1 + m^2n^2} + \frac{g}{l\sqrt{1 + m^2n^2}} - \frac{l\vartheta}{2\sqrt{1 + m^2n^2}} \end{aligned}$$

le quali tengono il luogo delle (84). Da esse a motivo della (176) deduciamo

$$(181)\qquad \begin{aligned} v &= \frac{mng}{l\sqrt{1+m^2n^2}} + \frac{mnl\vartheta}{2\sqrt{1+m^2n^2}} - \frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2n^2}\,w \\ (v) &= \frac{mng}{l\sqrt{1+m^2n^2}} - \frac{mnl\vartheta}{2\sqrt{1+m^2n^2}} - \frac{m\sqrt{1-n^2}}{1+m^2n^2}\,w \end{aligned} .$$

La $w$ che entra in queste quattro formole, è come nella (86), assegnata per mezzo della

$$(182)\qquad w = \frac{\vartheta}{T} \;;$$

e per conoscere $T$ notiamo dedursi per via di sottrazione dalla (189) applicata alle due sezioni

$$\Delta - mn\tau = \frac{g}{l}\,T\sqrt{1+m^2n^2}$$

e in appresso per virtù della (178)

$$(183)\qquad T = l\Delta\frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{g} - l\vartheta\,\frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{g\sqrt{1+m^2n^2}} .$$

In vista del fin qui scritto tutto sarebbe noto dietro i semplicissimi dati di $m, n, g, \Delta, \vartheta$, se fosse nota la $l$.

Per far progredire la soluzione sulle tracce già segnate al num. 22, porremo mente che dalla (170) ripetuta per le due sezioni, dopo aver cangiato il segno alle $u, w$, si inferisce la

$$\frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{\sqrt{1+m^2}}\,lT = \text{Arc. tan.}\,\frac{(lu\sqrt{1+m^2n^2}-g)\sqrt{1+m^2n^2} - lwm^2n\sqrt{1-n^2}}{lw\sqrt{1+m^2}} .$$

$$- \text{Arc. tan.}\,\frac{(l(u)\sqrt{1+m^2n^2}-g)\sqrt{1+m^2n^2} - lwm^2n\sqrt{1-n^2}}{lw\sqrt{1+m^2}}$$

Mettiamo in questa in luogo di $u, (u)$ i valori somministrati dalle precedenti (180): vedremo risultarci

$$\frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{\sqrt{1+m^2}}\,lT = 2\,\text{Arc. tan.}\,\frac{l\vartheta\sqrt{1+m^2n^2}}{2w\sqrt{1+m^2}}$$

equazione che, avendo sostituito a $w$ il suo valore (182), ci riconduce la

$$\xi = \text{Arc. tan.}\,\xi$$

già segnata (87), se si faccia

$$\xi = \frac{lT}{2} \cdot \frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{\sqrt{1+m^2}} \quad . \tag{184}$$

Questa è l'equazione che, posto al luogo di $l$ il suo valore cavato dalla (183), cioè

$$l = \frac{gT\sqrt{1+m^2n^2}}{\Delta(1+m^2n^2) - \delta m^2 n\sqrt{1-n^2}} \quad , \tag{185}$$

mutasi nella

$$\xi = \frac{gT^2(1+m^2n^2)}{2\Delta(1+m^2n^2)\sqrt{1+m^2} - 2\delta m^2 n\sqrt{1-n^2}\sqrt{1+m^2}} \tag{186}$$

che fa riscontro alla (89). Essa, come la ricordata, serve al doppio ufficio: 1.° d'indicare fra le molte radici della (87) il vero valore di $\xi$ mediante l'altro di $T$ somministrato approssimativamente dall'esperienza del galleggiante: 2.° di dare, dopo accertato il valore di $\xi$, il vero valore della stessa $T$. Con quest'ultimo si ha $l$ mediante la (185), $w$ mediante la (182), e tutto è finalmente noto.

43. Passo al problema analogo a quello del § 2 del Capo III precedente, per determinare la scala delle velocità in una stessa verticale. Si suppongono pertanto due punti pei quali le coordinate $x, y$ sono le medesime, la terza è diversa, cioè $x+k$ per quello alla superficie, e $z$ per l'altro più depresso, ammettendo note quanto al primo le tre velocità $a, b, c$ secondo i tre assi, e volendosi le corrispondenti $u, v, w$ proprie del secondo.

Prendansi le $u, w, a, c$ col segno negativo, essendo la corrente declive contro l'origine delle coordinate, e le (174), (175) applicate ai due punti ci daranno per via di sottrazione le due equazioni

$$\begin{aligned}
&g\,\text{Arc. tan}\,\frac{lw\sqrt{1+m^2}}{(lu\sqrt{1+m^2n^2}-g)\sqrt{1+m^2n^2}-lwm^2n\sqrt{1-n^2}} - \\
&g\,\text{Arc. tan.}\,\frac{lc\sqrt{1+m^2}}{(la\sqrt{1+m^2n^2}-g)\sqrt{1+m^2n^2}-lcm^2n\sqrt{1-n^2}} + l(w-c)\frac{\sqrt{1+m^2}}{\sqrt{1+m^2n^2}} = 0 \\
&l(u-a)\sqrt{1+m^2n^2} - l(w-c)\frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{\sqrt{1+m^2n^2}} = \frac{1+m^2n^2}{1+m^2}\,l^2k \\
&+ g\log.\sqrt{\frac{(1+m^2)l^2w^2+\left[(lu\sqrt{1+m^2n^2}-g)\sqrt{1+m^2n^2}-lwm^2n\sqrt{1-n^2}\right]^2}{(1+m^2)l^2c^2+\left[(la\sqrt{1+m^2n^2}-g)\sqrt{1+m^2n^2}-lcm^2n\sqrt{1-n^2}\right]^2}}
\end{aligned} \tag{187}$$

le quali contengono manifestamente la soluzione del problema, bastando a determinare le $u, w$, date le quali, è conosciuta anche la $v$ per la (176).

Terremo per la risoluzione delle due equazioni (187) un andamento simile a quello dei num. 24, 25: così porremo per comodo

$$r = \frac{g}{l}\frac{\sqrt{1+m^2n^2}}{\sqrt{1+m^2}} \quad ; \quad q = \frac{c-w}{r}$$

$$\text{(188)} \qquad \begin{aligned} \varsigma &= u\frac{1+m^2n^2}{\sqrt{1+m^2}} - r - w\frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{\sqrt{1+m^2}} \\ \gamma &= a\frac{1+m^2n^2}{\sqrt{1+m^2}} - r - c\frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{\sqrt{1+m^2}} \end{aligned}$$

e quelle equazioni potranno riprodursi sotto la forma

$$\text{(189)} \qquad \begin{aligned} q &= \text{Arc. tan.}\frac{w}{\varsigma} - \text{Arc. tan.}\frac{c}{\gamma} \\ \varsigma - \gamma &= \left(\frac{1+m^2n^2}{1+m^2}\right)^{\frac{3}{2}} lk + r\log.\sqrt{\frac{w^2+\varsigma^2}{c^2+\gamma^2}} \end{aligned}.$$

Come al num. 25, compenetrando i due archi di tangente, la prima di queste ci darà

$$\text{(190)} \qquad \begin{aligned} \text{tan. } q &= \frac{\gamma w - c\varsigma}{\gamma\varsigma + cw} \\ \frac{\varsigma}{\gamma\cos. q - c\sin. q} &= \frac{w}{\gamma\sin. q + c\cos. q} \\ \frac{\varsigma^2+w^2}{c^2+\gamma^2} &= \frac{w^2}{(\gamma\sin. q + c\cos. q)^2} \end{aligned};$$

talchè la seconda delle (189) diverrà

$$\text{(191)} \qquad \varsigma - \gamma = \left(\frac{1+m^2n^2}{1+m^2}\right)^{\frac{3}{2}} lk + r\log.\frac{w}{\gamma\sin. q + c\cos. q}.$$

Qui pure a facilitare la successiva trattazione delle equazioni supporremo che la velocità $a$ alla superficie abbia il valor medio dei due (180),

essendo $c = \frac{\delta}{T}$ come nella (182), cioè

$$a = c\frac{m^2 n\sqrt{1-n^2}}{1+m^2n^2} + \frac{g}{l\sqrt{1+m^2n^2}} \tag{192}$$

il quale, richiamata la (183), si vede essere anche in questo caso quello stesso $\frac{\Delta}{T}$ che è dato dall'ordinario metodo sperimentale.

Il valore (192) di $a$, sostituito nella quarta delle (188), ci dà, come al num. 25, $\gamma = 0$, e come in quel luogo ci è lecito supporre $q$ angolo così piccolo, da poterne trascurare le potenze superiori al quadrato, e i prodotti con $c$, o $w$, ove esso forma tre o maggior numero di dimensioni. Pertanto dalla (190) deduciamo, a riscontro della (96), l'equazione

$$\vartheta = -wq \ . \tag{193}$$

Poniamo per abbreviare

$$s = \left(\frac{1+m^2n^2}{1+m^2}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{lk}{r} \ , \tag{194}$$

osservando che per la (192) e la prima delle (188) abbiamo

$$\frac{l}{r} = \frac{g\sqrt{1+m^2n^2}\sqrt{1+m^2}}{\left[a(1+m^2n^2) - cm^2n\sqrt{1-n^2}\right]^2} \ , \tag{195}$$

e a motivo della (193) la (191) ci somministrerà

$$w = cc^{-s}e^{-\frac{wq}{r}}$$

ove si può trascurare l'ultimo fattore del secondo membro per la ragione già esposta al num. 25: così abbiamo

$$w = ce^{-s} \ . \tag{196}$$

Mettiamo nella (193) il valore di $q$, poi per $\vartheta$ il suo dato della terza delle (188), e finalmente per $w$ quello trovato or ora: ne caveremo

$$u\frac{1+m^2n^2}{\sqrt{1+m^2}} = r + c\frac{m^2n\sqrt{1-n^2}}{\sqrt{1+m^2}}e^{-s} - \frac{c^2}{r}\left(1-e^{-s}\right)e^{-s} \ .$$

Da questa pel noto valore di $r$, per quello di $l$ dedotto dalla (192), e usando di quest'ultima equazione (192) anche pel trasporto di un termine, veniamo a conseguire

$$(197)\quad u = a - \left( c m^2 n \sqrt{1 - n^2} + \frac{c^2 (1 + m^2) e^{-s}}{a(1 + m^2 n^2) - c m^2 n \sqrt{1 - n^2}} \right) \frac{1 - e^{-s}}{1 + m^2 n^2}.$$

Le formole (196), (197) sono quelle che si cercavano per la risoluzione del problema: esse contengono le (97) come caso particolare. Rammentiamo le (194), (195), e ci si farà manifesto come $w$, $u$ siano date per le $a$, $c$ della superficie, e per la depressione $k$ sotto il supremo livello, tutto il resto essendo noto.

Ognun vede che questo problema è qui sciolto soltanto per approssimazione: un altro ve ne sarebbe, quello di determinare la scala delle velocità secondo la larghezza, già toccato al num. 52 della Memoria seconda; problema tutto proprio di questo canale a sponde inclinate, giacchè quando le sponde sono verticali, non si hanno cangiamenti di velocità pel solo cangiare della distanza dalle sponde. La trattazione analitica di esso conduce a singolarità curiose, cioè a risultati opposti secondo si trascurano certe quantità piccole piuttosto che certe altre: io quindi la ommetto, non avendo dati sufficienti a stimare il vero valore di dette quantità. Non volendo nulla trascurare, l'analisi di questi ultimi problemi diventa assai complicata, ed è a sperarsi, che se si diffonda la persuasione della bontà della teorica, vi si abbiano a dedicare i matematici più esperti nel calcolo.

# DELLE FERITE DELLE ARTERIE

## Memoria

DI

LUIGI PORTA.

Letta nell' adunanza del giorno 12 giugno 1851.

Delle ferite delle arterie hanno trattato molti autori da G. L. Petit fino a Béclard. La maggior parte di essi attesero alla recisione, onde scoprire il processo che la natura impiega per l' arresto del sangue e la cicatrizzazione del vaso reciso: ciò che meglio di tutti ha messo in piena luce il celebre Jones. Da lungo tempo ancora è conosciuto, per l'osservazione e l'esperienza sull'uomo ed i bruti, che un'arteria punta o parzialmente tagliata può guarire conservando la propria cavità. Ma il processo di guarigione nei diversi generi di ferite delle arterie è stato appena toccato, o falsamente rappresentato, per cui abbisognava, a mio giudizio, di una dimostrazione. Al quale scopo io ho istituito una serie di esperimenti sulle maggiori arterie dei cani, di cui presento quivi i risultati. Nel mio lavoro io mi sono semplicemente proposto di cercare per la via esperimentale, se e come una grande arteria parzialmente ferita si cicatrizzi mantenendo l'integrità del proprio tubo. Gli esperimenti incominciai la primavera del 1846, e ne feci 60 fino alla state del 1847. Durante il 1850 ho proseguito una seconda serie di 70 esperimenti in conferma ed a correzione dei precedenti: ma io citerò quelli appena che sull'appoggio di una figura segnano le fasi principali del processo della cicatrice. La Memoria è divisa in cinque articoli: di cui i tre primi si riferiscono ai tre generi di ferite di punta, di taglio e d'arma a fuoco operate sulle arterie degli animali: il quarto comprende le osservazioni patologiche sulle ferite delle arterie nell'uomo: ed il quinto articolo contiene in via d'appendice un cenno di esperienze ed osservazioni sulle ferite delle vene. Segue in fine la descrizione delle tre tavole in rame unite alla Memoria (1).

(1) Di tutti gli scrittori sulle ferite delle arterie sono più benemeriti G. L. Petit, Jones e Béclard. La teoria del trombo emessa dal primo e tanto combattuta dappoi racchiudeva una verità fondamentale sul processo di obliterazione dell'arteria ferita, che fa da sola l'elogio dell'autore, perchè, a dire il vero, G. L. Petit era un esimio osservatore, che avea saputo colpire il fenomeno principale, caratteristico e più costante del processo, mentre i suoi op-

## ARTICOLO I.

### *Ferite di punta.*

Esperimento I.

*Ferita di punta dell'aorta ventrale: morte rapida per emorragia.*

Il 14 di maggio 1850 su di un cane mastino di media statura, tagliate le pareti addominali alla regione epicolica sinistra e distaccato il peritoneo lombare senza lacerazione del medesimo, colla guida del dito riconosco e pungo l'aorta mediante un trequarti nudo del calibro di quattro millimetri: emorragia forte soppressa dalla cucitura della ferita esterna. L'animale posto in libertà si sforza di camminare, vacilla, cade, e perdendo successivamente le forze, muore in meno di un'ora. Autossia: integrità del peritoneo lombare; effusione al di sotto di una libbra di sangue estesa dal diaframma alla pelvi: l'aorta sepolta fra i grumi con una ferita della parete anteriore, poco sopra la biforcazione, penetrante, aperta, irregolare, larga una linea: la cavità del vaso vuota. La larghezza della ferita per la soverchia mole dell'istromento ha impedito ogni maniera di trombo e provocato la morte rapida dell'animale per emorragia.

Esperimento II.

*Ferita di punta dell'aorta ventrale: 1 giorno.*

Su di un grosso cane vi ripeto l'indomani l'esperimento precedente usando un trequarti più piccolo e trafiggendo due volte l'arteria: non avendo l'animale

---

pugnatori obbiettavano delle ciarle e dei fatti male osservati, o falsamente interpretati. Jones ha interrogato la natura col mezzo dell'esperienza; ha descritto con maggiore verità e precisione la cicatrizzazione delle arterie recise; e giovandosi delle cognizioni dei tempi, calcolò, oltre l'azione meccanica del trombo ammessa da Petit, le proprietà vitali e la reazione infiammatoria delle pareti dell'arteria. Il suo errore è di avere esagerato gli effetti di questa vedendo da per tutto trasudamenti di linfa e coalito come mezzo di obliterazione delle arterie ferite ed allacciate. Le esperienze di Béclard sulle ferite delle arterie sarebbero più utili e pregevoli, se egli si fosse prefisso uno scopo più chiaro delle medesime, fosse stato più esatto ed avesse operato sopra una scala più grande pel numero ed il tempo degli esperimenti. Nulladimeno l'autore ha mostrato col loro mezzo l'influenza della qualità, direzione ed ampiezza della ferita sulla maniera, il grado ed il pericolo dell'emorragia: ha confermato la facoltà di cicatrizzarsi delle punture e dei tagli delle arterie; e si è studiato di stabilire l'estensione di una ferita di taglio, che è suscettibile di saldatura senza sacrificio della cavità del vaso.

sofferto per l'emorragia, cucita la ferita, viene ucciso dopo 24 ore. Nel cadavere il tubo dell'aorta ventrale pel tratto di quattro centimetri trovasi avviluppato in un cilindro di sangue coagulato e raccolto entro la sua guaina cellulare: ma il preparato si può scorgere chiaramente nella fig. 1 della Tav. I. L'arteria aperta al di dietro presenta tre ferite: due superiori *a*, *b* allo stesso livello, distanti tre millimetri l'una dall'altra, arrecate manifestamente dal primo colpo, che ha passato parte a parte il tubo del vaso: la terza inferiore *c*, dal secondo colpo; le due ferite d'ingresso *a*, *c* sono di forma triangolare come il trequarti; la terza *b* d'uscita è più piccola e lineare: tutte e tre poi hanno un margine interno regolare e recente; sono aperte per lo spazio di un millimetro, ed al fondo, ossia internamente, otturate dal coagulo diffuso del sangue *d d d d*, che si è infiltrato sotto la tonaca cellulare, disgiungendo questa dalle altre tonache del vaso. Una tenta ottusa spinta dal di dentro per le tre ferite passava in mezzo al sangue stravasato sollevando la tonaca cellulare senza che si potesse indovinare l'apertura fatta dal trequarti. Adunque il perduto parallelismo delle ferite di questa tonaca, il sangue rappigliato al di sotto e la coartazione spontanea delle tonache proprie fermarono l'emorragia per la salvezza dell'animale.

### Esperimento III.

*Ferita di punta dell'aorta ventrale: 8 giorni.*

L'agosto 1846 ad un cane barbone avendo perforato l'aorta ventrale in due punti col trequarti di una linea di grossezza, l'emorragia fu mediocre e venne facilmente arrestata dalla sutura della ferita esterna. Ucciso l'animale al quinto giorno, si trova l'ecchimosi lombare appena palese e nessuna traccia riconoscibile di offesa sull'esterno contorno dell'aorta. All'altezza di tre a quattro centimetri della biforcazione a sinistra sulla faccia interna si scoprono i due buchi *a*, *b* (fig. 2, Tav. I) circolari, del diametro ciascuno di due millimetri, e chiusi da un trombo laterale a foggia di turacciolo: il trombo superiore della ferita *a* fa rilievo: invece l'inferiore della ferita *b* è infossato e non raggiunge colla sua base l'interna faccia del vaso. La fig. 3 (Tav. I) presenta lo stesso pezzo maggiore del vero: e la fig. 4 (id.) la stessa arteria di grandezza naturale, veduta per di fuori e spogliata dell'inviluppo cellulare per mostrare i due corpetti dei trombi: l'uno e l'altro della forma e grossezza di un piccolo pisello, di colore rossiccio, sodi e aderentissimi al margine della parete: il superiore *a* è in sito, e l'inferiore *b* essendo stato a forza rimosso, lascia allo scoperto il buco della ferita, che turava.

Esperimento IV.

*Ferita di punta dell'aorta:* 10 *giorni.*

Avendo la state 1850 ferito l'aorta ad un cane col solito mezzo del trequarti, l'animale minacciò di soggiacere per la copia del sangue; ma essendosi poi riavuto, si lasciò in vita dieci giorni. Il pezzo dell'aorta offesa tratto dal cadavere si scorge nelle fig. 5 e 6 (Tav. I). La fig. 5 mostra l'interna cavità del vaso colle due ferite *a*, *b* chiuse dal trombo: la prima *a* d'ingresso è maggiore dell'altra *b* d'uscita: ed in entrambe la base del trombo che le ostruisce, è leggermente infossata. La fig. 6 (id.) offre l'esterno contorno della stessa arteria colle appendici *a b* dei grumi summentovati, le quali fra le maglie della guaina cellulare discendono per più linee.

Esperimento V.

*Ferita di punta dell'aorta:* 20 *giorni.*

In gennajo 1847 ad un giovane cane trafiggo l'aorta ripetutamente nel ventre senza pericolo: uccisione dell'animale dopo 20 giorni. Leggiere echimosi alla regione lombare: le ferite dell'arteria sono due, contrassegnate esternamente da due tubercoletti in forma di lenticchie, sodi e rossicci, ravviluppati dalle maglie cellulari ad un di presso come nelle fig. 5 e 6 (Tav. I.) dell'esperimento precedente. Alla faccia interna del vaso sotto i trombi suddetti si scoprono gl'infossamenti *a*, *b* (fig. 7, Tav. I) distanti cinque millimetri l'uno dall'altro, del diametro ciascuno di un millimetro, o poco più, rivestiti di un sottile epitelio lucido e levigato, generatosi in continuazione alla tonaca intima, il quale epitelio copriva ed era aderentissimo alla base del trombo otturatore della ferita superstite nella tonaca media.

Esperimento VI.

*Ferita di punta della carotide:* 1 *mese.*

Il gennajo 1847 ad un grossissimo cane si ferisce la carotide destra col piccolo trequarti esploratorio. Morto l'animale in capo ad un mese, non si può al di fuori dell'arteria distinguere alcuna alterazione che accenni il luogo offeso. Sulla faccia interna della medesima, guardando attentamente, si scorge l'incava-

tura *a* (fig. 8, Tav. I), di forma circolare, della grandezza di un millimetro, la quale distesa contro la luce appare come una finestra scolpita nella spessezza della parete e chiusa non dal trombo, ma da una pseudo-membrana cellulo-legamentosa nuova, sottile, bianchiccia, continua alla tonaca fibrosa, rivestita esternamente dalla cellulare ed internamente da un tenue epitelio, che restituisce la continuità della tonaca intima. Questo interno epitelio nella figura si vede distaccato e rivolto in giù.

Esperimento VII.

*Ferite di punta della carotide: 2 mesi.*

La state 1850 ad un cane bracco passo parte a parte la carotide denudata in due luoghi mercè un ago lanceolato da cataratta. Il gettito del sangue si arresta da sè innanzi la cucitura della ferita esterna, e l'animale viene poi ucciso di lì a due mesi. Il preparato dell'arteria si può riconoscere nelle fig. 9 e 10 (Tav. I). La fig. 9 porge la faccia interna del vaso aperto, sulla quale appajono i quattro punti *a b c d* appena riconoscibili: e sono i medesimi quattro minime fossette coperte di un epitelio liscio e lucido in continuazione alla tonaca intima, senza traccia di alterazione della parete. La fig. 10 presenta la faccia esterna della stessa arteria spogliata della guaina cellulare, onde mostrare i quattro filamenti *a b c d* dei trombi superstiti, i quali, colle loro radici insinuandosi nell'apertura della tonaca media, la chiudono.

Io ho fatto 30 esperimenti sulle ferite di punta col trequarti, con aghi da cataratta e spilloni sulle principali arterie dei cani, l'aorta, le carotidi, le iliache, le femorali, oltre un gran numero di trafitture coll'agopuntura.

Quando l'istromento da punta è grosso, la ferita che ne risulta sul piccolo cilindro dell'arteria rassomiglia alle ferite di taglio, e per la soverchia sua ampiezza non permettendo la formazione del trombo che al momento la chiuda, può divenire mortale per emorragia, come appunto avvenne nel cane dell'esperimento I: ma una emorragia letale è veramente rara in seguito ad una ferita di punta: che anzi, nelle piccole trafitture il sangue in alcuni secondi si suole fermare da sè.

Queste esili trafitture delle arterie, quali verbigrazia risultano dall'agopuntura, sono suscettibili di un'adesione immediata. Io ne ho riscontrato molte operate in questo modo: quando la ferita è recente offre ancora la traccia della puntura dell'ago, segnata da un punto rosso; ma più tardi la macchia scompare e la parete del vaso si trova chiusa e cicatrizzata sodamente, senza indizio di un'arrecata soluzione di continuità.

In qualche caso di ferita di punta la tonaca cellulare esterna cicatrizza rapidamente, e colla stessa rapidità dai margini della ferita delle tonache proprie si fa un poco di trasudazione di linfa plastica, la quale organizzata in una pseudomembrana ristabilisce la continuità della parete precisamente come la cicatrice delle ferite della pelle (Esp. VI). Questa pseudomembrana si conserva però sottile e trasparente, per cui sparando la parete distesa alla luce, essa appare come un'impannata che vela l'apertura delle tonache proprie e rimane a permanenza: ma col tempo la pseudomembrana della cicatrice quivi descritta si coarta al punto da rendersi quasi impercettibile. Del resto, un coalito mediato delle ferite di punta mercè il trasudamento plastico è assai raro, venendo la maggior parte di esse obliterate dal trombo. Il sangue è facilmente arrestato dalla resistenza delle parti esterne e sopratutto della tonaca cellulare dello stesso vaso offeso; la quale per la sua pieghevolezza declinando dal parallelismo colle altre tonache, frappone il primo ostacolo; per l'una e l'altra delle quali ragioni si fa il trombo laterale a foggia di bottoncino, o di filamento; il quale s'intromette alle labbra della ferita delle tonache proprie, e aderendovi tenacemente forma un turacciolo sodo e resistente, che meccanicamente la chiude; come appunto si osserva negli altri generi di ferite delle arterie, che spiegherò più sotto. In un caso di puntura dell'aorta ventrale col trequarti (Esp. II, fig. I, Tav. I), invece del trombo laterale circoscritto in forma di bottoncino, si è fatto sotto la tonaca cellulare un trombo diffuso per infiltramento, dell'estensione di un pollice e mezzo e della spessezza di una linea, il quale ha fermato l'emorragia. Io non ho riscontrato ne' miei esperimenti altri pezzi analoghi. Ma Jones (1) avverte e rappresenta un trombo diffuso sotto la guaina cellulare della carotide di un cavallo in seguito ad una ferita di taglio. Anche Béclard (2) nell'esperimento III accenna ad un'infiltrazione del sangue nella tela cellulare dell'arteria. In questi ultimi tempi poi Pennock e Goddard di Filadelfia (3) e Todd di Londra (4) hanno osservato lo stesso fenomeno sull'aorta dell'uomo: in seguito a crepatura spontanea delle tonache proprie si è fatta un'infiltrazione diffusa di sangue sotto la tonaca cellulosa di quest'arteria e la ravviluppò in forma di tumore cilindrico per molta estensione.

---

(1) A Treatise on the process ec. Lond. 1803. Chap. II. Sect. I. p. 87, Plate IV, fig. 2.

(2) Recherches et Expériences sur les blessures des artères. Mémoires de la Société d'Émulation. T. 8, Part. II, p. 369, 1817.

(3) Gazette Méd. T. 7, an. 1839 19 jun. N. 3, p. 39.

(4) Med. Chir. Transact., II series vol. 9, an. 1844, p. 301.

Una cicatrice per coalito immediato dei margini di una trafittura, come non lascia marca sulla parete del vaso, non può avere conseguenza alcuna, e deve restituire l'organo alla sua condizione primitiva: parimente la cicatrice che si effettua coll'interposizione del trombo o di un tessuto nuovo, è per gli animali mezzo stabile e sicuro di guarigione, ma pell'uomo questo mezzo, secondo la maggior parte degli autori, è precario e può in seguito condurre all'aneurisma (1).

## ARTICOLO II.

### *Ferite di taglio.*

#### Esperimento VIII.

*Ferite di taglio trasversali dell'aorta: 1 giorno.*

Il 30 di agosto 1846 ad un bel cane ferisco col tanotomo l'aorta ventrale; ma non avendo visto venir sangue, nel sospetto di aver fallito il colpo, il giorno appresso, riaperta la ferita delle pareti addominali collo stesso istromento, colpisco di nuovo l'aorta, e l'animale muore all'istante per emorragia. La fig. 11 (Tav. I) porge il pezzo dell'arteria operata. La ferita inferiore *a*, cagione dell'emorragia letale, è trasversa, della lunghezza di cinque millimetri e aperta: la ferita superiore *b* arrecata dal primo colpo è pure trasversale, lunga tre e poco più larga di un millimetro, e perfettamente chiusa dal trombo laterale formatosi sotto la tonaca cellulare dell'arteria.

---

(1) Avendo istituito un centinajo di esperimenti sull'elettro-puntura delle arterie, ne ebbi questi risultati: 1.° nella più gran parte dei casi le trafitture recenti degli aghi erano aperte senza trombo e senza coagulo; le antiche, o di più settimane, erano cicatrizzate per coalito immediato di tutte e tre le tonache, lasciando una minima ruga appena riconoscibile sulla faccia interna del vaso: 2.° in alcuni casi di ferite più grandi e recenti, ovvero rese ulcerose dalla forza della corrente elettrica, il buco della parete trovavasi obliterato dal trombo laterale in forma di bottoncino o filamento: 3.° in altri casi, invece del trombo esterno qui mentovato, scorgevasi sulla faccia interna dell'arteria un piccolo grumo sanguigno provocato dalla corrente elettrica, ovvero un coagulo linfatico gialliccio, frutto dell'infiammazione, di forma membranacea, della larghezza di qualche millimetro quadrato, fermamente adeso alla tonaca intima, che chiudeva da questo lato la ferita, senza ostruire il lume del vaso: onde in questo ultimo caso era facile conchiudere, che continuando a vivere l'animale, il coagulo interno sarebbe stato assorbito, e la ferita della parete avrebbe finito a cicatrizzarsi per un coalito immediato.

### Esperimento IX.

*Ferita di taglio trasversale della carotide: 3 giorni.*

L' agosto 1846 ad un cane bracco taglio la carotide destra di traverso per tre millimetri col coltello di Beer: il sangue prorompe con impeto, ed è fermato a stento dalla cucitura della ferita esterna: morte al terzo giorno. Sulla carotide operata il luogo della ferita è contrassegnato dal tubercolo *a* (fig. 12, Tav. I), della forma e grossezza di una lenticchia, situato fra la tonaca cellulare e la fibrosa ed agglutinato fermamente a quest' ultima. Sdruscita l'arteria, si scopre sulla faccia interna la ferita *b* (fig. 13 id.) in direzione trasversale, lunga tre e larga un millimetro, con margini regolari, recenti, inalterati, ed il fondo chiuso semplicemente dal trombo esterno.

### Esperimento X.

*Ferita di taglio longitudinale della carotide: 4 giorni.*

Il luglio 1850 trafiggo ad un cane la carotide con un coltello lanceolato: e cucita tosto la ferita esterna, fo togliere di vita l'animale al quarto giorno. La fig. 14 (Tav. I) mostra nello spaccato dell' arteria le due ferite di taglio operate dal coltello, alquanto oblique e lineari; di cui la maggiore *a* d'ingresso ha per turacciolo il trombo laterale; e la ferita *b* d'uscita manca del medesimo e sembra internamente aperta. La fig. 15 (id.) mostra sulla periferia dell'arteria il bottoncino *a* del trombo, che chiude appunto la ferita d'ingresso, e poi il coagulo *b* parimente del sangue; il quale a foggia di pseudomembrana sotto la cellulare si abbarbicava alla faccia esterna della tonaca fibrosa e ne chiudeva la ferita d'uscita. Nella fig. 15 summentovata questa pseudomembrana è staccata e rivolta in su.

### Esperimento XI.

*Ferita di taglio longitudinale dell' arteria iliaca esterna: 10 giorni.*

In giugno 1847 a dì 15 trapassai ad un cane, mediante il tanotomo, la parete addominale della regione iliaca destra fino all' arteria dello stesso nome, la quale si sentiva pulsare distintamente al di sotto. Ucciso in 10 giorni l'animale, non si potè scorgere sull'abito esterno dell'arteria alcuna alterazione; ma attraverso la tonaca cellulare essa offriva sulla parete anteriore la fissura *a* (fig. 16,

Tav. II) lunga tre millimetri, o poco più, di forma lineare, a margini regolari, rivestita internamente dell'epitelio nuovo e chiusa da un tessuto gelatinoso bianco-rossiccio, molle, tenero, semitrasparente, a guisa di pseudomembrana, nuovamente generatosi dai margini della ferita, senza vestigio di trombo. La fig. 17 (id.) presenta lo stesso pezzo ingrandito per dimostrare meglio il tessuto semitrasparente della cicatrice.

### Esperimento XII.

*Ferite di taglio trasversali delle carotidi: 20 e 25 giorni.*

La state 1850 ad un grosso cane ferisco col tanotomo le due carotidi, con cinque giorni d'intervallo l'una dall'altra: morte dell'animale dopo 25 dal primo e 20 giorni dal secondo esperimento. La carotide destra operata la prima si vede aperta nella fig. 1 (Tav. II): essa offre al luogo della ferita la rima trasversale *a* di due millimetri velata da un sottile epitelio continuo alla tonaca intima e aderentissimo alla base del trombo laterale; il quale in forma di bottoncino chiudeva esternamente l'apertura della tonaca fibrosa. La sinistra carotide operata da 20 giorni (fig. 2, Tav. II) presenta le due ferite *a b* parimente ricoperte al di dentro dall'epitelio riprodotto, e al di fuori obliterate da un nodo carnoso bianco, sodo, immedesimato coi loro margini. Nella ferita inferiore *b*, l'epitelio è distaccato.

### Esperimento XIII.

*Ferite di taglio longitudinali delle carotidi: 1 mese.*

Il luglio 1850 avendo ad un cane ferito col coltello lanceolato le due carotidi, il sangue prorompe in tanta copia che minaccia la vita, e forma poi sotto gl'integumenti un voluminoso tumore a foggia di gozzo che si dissipa da sè col pieno ristabilimento dell'animale: morte dopo un mese. I preparati delle arterie si vedono nelle quattro figure 3, 4, 5 e 6 (Tav. II); le figure 3 e 5 offrono i pezzi al naturale: le altre due, 4 e 6, ingranditi. Ciascuna arteria sulla faccia interna del luogo operato ha due rime *a*, *b* (fig. 3 e 4), *c*, *d* (fig. 5 e 6) verticali, lineari, ridotte alla metà della primitiva lunghezza, coll'epitelio in corrispondenza riprodotto e leggermente infossato sul bottoncino del trombo; il quale, come un seme di riso, otturava il buco della tonaca fibrosa. Il nodo del trombo era palese nelle ferite *a*, *b* (fig. 3) e nella ferita d'uscita *d* (fig. 5); ma la ferita d'ingresso *c* (fig. 5 e 6) della carotide sinistra mancava del trombo

ed era chiusa invece da una sottile pseudomembrana cellulo-legamentosa nuova riprodottasi fra i margini disgiunti della ferita della tonaca fibrosa e rappresentante il vero tessuto della cicatrice, ad un di presso come nelle fig. 16 e 17 della Tav. I vedute al di fuori ed appartenenti all'Esperimento XI.

### Esperimento XIV.

*Ferite di taglio longitudinali delle carotidi: 3 mesi.*

La primavera del 1847 ad un cane levriere ferisco col coltello di Beer le carotidi, fendendo il tubo di entrambe almeno per tre linee: l'emorragia grave è arrestata dalla cucitura della ferita esterna, e l'animale immolato dopo tre mesi. Nel cadavere l'esame esterno lascia nell'incertezza sul luogo operato delle arterie; ma sdruscito il cannello di queste, si scopre internamente la cicatrice *a* (fig. 7, Tav. II), *b* (fig. 8 id.) in forma di rima lineare, la quale allargata mercè la stiratura della parete si rende più visibile. Nella carotide sinistra l'epitelio *c* (fig. 8, Tav. II) è stato dopo alcuni giorni di macerazione diviso e ripiegato. In ambedue i pezzi poi il trombo ridotto ad un piccolo nodo bianco e sodo chiudeva il buco superstite della tonaca media, mentre le altre due tonache dell'arteria, la tonaca cellulare esterna e la tonaca intima erano così perfettamente restaurate, che in sè non lasciavano traccia riconoscibile della ferita arrecata.

### Esperimento XV.

*Ferite di taglio delle arterie femorali: 4 mesi.*

Il 28 dicembre 1850 ho fatto col tanotomo delle ferite di taglio alle arterie femorali di una cagna; ed ucciso dappoi l'animale al quarto mese, iniettai a colla e cinabro l'aorta ventrale per le estremità inferiori. Nella preparazione della femorale destra avendo rimosso con diligenza la tonaca cellulare, misi allo scoperto il tubercolo del trombo, che chiudeva la ferita, ed i tre vasellini *a b c*, (Tav. III, fig. 17), i quali dalla tonaca fibrosa coi loro rami scherzavano intorno e sulla superficie del medesimo. La fig. 18 (id.) offre l'altra femorale più grande del vero, rivestita parimente della tonaca cellulare, col trombo *aa* ingrossato, ed i vasellini che da questa tonaca riceveva disegnati a traverso la lente. Quivi adunque i vasi del trombo erano più esili, perchè ad occhio nudo si durava fatica a distinguerli. Nella femorale di un altro cane operata da tre mesi, dopo una felice injezione, la tonaca cellulare si mostrava ricchissima di vasi: rimosso questo inviluppo e posto il trombo denudato sotto al compressore col minimo

ingrandimento di 36 del microscopio, presentava il bello intreccio che si scorge nella fig. 19 della Tav. III. Le radici dei vasi sono rotte per la strappatura della tonaca cellulare, da cui procedevano.

### Esperimento XVI.

*Ferite di taglio longitudinale e trasversale delle carotidi: 6 mesi.*

Il febbrajo 1847, messe a nudo le due carotidi di un cane da caccia, si ferirono contemporaneamente, la destra di traverso col tanotomo, la sinistra pel lungo colla lancetta. Ucciso l'animale dopo sei mesi, si riconobbe sulla carotide destra il corpetto *a* (fig. 9, Tav. II), della forma e grossezza di un seme di riso, rivestito dalla cellulare ed immedesimato alla sua base colla tonaca fibrosa: al di sotto verso la faccia interna dell'arteria corrispondeva la fossetta *b* (fig. 10, id.) capace appena della capocchia di uno spillo, tappezzata al naturale dalla tonaca intima e chiusa al fondo dal corpetto del trombo summentovato. A sinistra non si potè in alcun modo riconoscere fuori dell'arteria il luogo ferito: ma in seguito alla spaccatura, subito apparve sull'interna faccia del vaso la ruga longitudinale *a* (fig. 11, Tav. II), lunga un pajo di millimetri e leggermente infossata: la medesima era rivestita al naturale della tonaca intima; ma dispiegata contro la luce, si mostrava semitrasparente coi margini ancora disuniti della tonaca media: rimossi l'inviluppo cellulare dalla faccia esterna e l'epitelio dalla faccia interna, non appariva una traccia chiara del trombo come nella ferita precedente: ed invece il campo della soluzione di continuità della tonaca fibrosa era redintegrato da un tessuto bianco, elastico, resistente, legamentoso, che quasi si confondeva col tessuto naturale della stessa tonaca: ma ne era più sottile, e senza le fibre trasversali che sono proprie di questa. La fig. 12 (id.) presenta lo stesso pezzo ingrandito.

Sulle ferite di taglio ho fatto 40 esperimenti; ma il numero delle incisioni sulle arterie è quasi del doppio, perchè in molti esperimenti, o si ferì il vaso più di una volta, o l'istromento avendolo passato parte a parte, ha lasciato due ferite, l'una d'ingresso e l'altra d'uscita. Le arterie operate furono l'aorta, le carotidi, le iliache e le femorali, adoperando per istromenti il tanotomo, il coltello triangolare di Beer, ovvero il coltello lanceolato. Per l'aorta io ne fissava il cannello col dito contro la colonna vertebrale, e lungo la guida di questo lo feriva al di sotto: per le altre arterie, con un'ansa di filo le rialzava onde fermarle e chiuderle dalla parte del cuore, eppoi le incideva al lato opposto, unendo subito dopo la ferita esterna.

L'incisione di una grande arteria d'ordinario dà una pronta e copiosa emorragia, che si suole appunto arrestare unendo strettamente la ferita della pelle. Le carotidi, sebbene chiuse al di sotto dell'ansa di filo che le rialza, sprizzano addirittura con forza pel riflusso del sangue dal capo. Il sangue poi che si arresta sotto gl' integumenti forma un tumore circoscritto assai voluminoso, il quale, abbandonato a sè, costantemente si dissipa per assorbimento con sorprendente rapidità: talvolta un trombo grosso una melarancia, in alcuni giorni scompare, e dopo lo spazio di un pajo di settimane nel cadavere si trova appena la macchia, e più tardi questa stessa macchia del sangue stravasato, che tingeva i tessuti, smarrisce: tale e tanta è la virtù assorbente del cruore nei bruti. Béclard (1) dice, che Jones in seguito alla ferita trasversale della carotide di un cane dopo 18 giorni ha trovato un aneurisma, che egli non potè mai provocare. Ma Jones (2) nell' esperimento suddetto e nella spiegazione della figura annessa parla semplicemente di un coagulo di sangue aderente alla ferita dell' arteria e cinto al di fuori da una cistide, che aderiva al coagulo ed alle parti sovrapposte senza usare la parola aneurisma. Io ho fatto più volte col tanotomo ed il trequarti la puntura sottocutanea dell' arteria femorale nei cani: ne consegue al momento un tumore pulsante, circoscritto, grosso da una noce ad un mezzo uovo di gallo, il quale si può dire un aneurisma; ma questo tumore tosto perde le sue pulsazioni ed in alcuni giorni si dissipa: esaminando poi la ferita dell'arteria sul cadavere, la medesima si trova chiusa al solito dal piccolo trombo laterale: talvolta al di sopra di questo s' incontra un grosso coagulo tutto solido, rivestito da un inviluppo cellulare a foggia di cistide e rassomigliante ad un aneurisma, sebbene non si possa ritenere per tale, non avendo una cavità centrale comunicante colla cavità dell' arteria. Quando nell' uomo si ferisce un tronco arterioso sotto pelle, si è quasi sicuri di provocare un aneurisma: negli animali la virtù coagulante del sangue è così grande, che una ferita sottocutanea di punta o di taglio, anche delle maggiori arterie, finisce sempre a chiudersi pel trombo senza dar luogo a questa malattia.

Quando s' incidono le grandi arterie nei cani, bisogna fare delle piccole incisioni di due a tre millimetri, o poco più, onde il sangue possa nella sua circolazione tenere aperto il vaso; altrimenti, se la ferita è grande, l' animale muore precipitosamente per emorragia, come appunto nell'Esper.° VIII; ovvero nell'atto che il sangue trabocca dalla ferita si rappiglia dentro e fuori del vaso e ne ostruisce il lume: che è quanto si vuole evitare per raggiungere lo scopo

(1) Op. e l. c.

(2) Op. cit. p. 96, Plate IV, fig. 3.

dell'esperimento. Tutto ciò in generale: ma nei casi particolari la letalità o gravezza dell'emorragia nelle ferite di cui parlo, oltre l'ampiezza, tiene ancora alla direzione del taglio, alla resistenza delle parti circumambienti ed al contegno dell'animale. A cose pari, una ferita longitudinale in un individuo quieto e su di un'arteria cinta da parti che resistono dà un'emorragia più blanda e più facile ad arrestarsi, e viceversa (1). Il trombo laterale, se non è il solo, come voleva G. L. Petit (2), è il mezzo meccanico ordinario, che oblitera la ferita dell'arteria: perfino nelle ferite più esili di punta, visibili appena colla lente, si trova quasi sempre un trombo che ne chiude il fondo. Egli è questo infatti il mezzo più semplice della natura, perchè anche nelle più piccole ferite d'ordinario si fa sprizzo, ed il sangue che esce si coagula. Laonde deve fare meraviglia di trovare ferite delle arterie senza trombo, sebbene queste sieno rare.

Il coagulo che si fa nel canale della ferita esterna rinnita fra la pelle e l'arteria ferma l'onda del sangue e provoca, come dissi nel precedente articolo, il trombo laterale, che si effettua sotto la tonaca cellulare per chiudere la ferita delle tonache proprie. Ma nelle piccole soluzioni la semplice cedevolezza della prima tonaca ed il perduto parallelismo della sua ferita ponno bastare perchè si faccia il trombo al di sotto.

Ho già notato l'esempio raro del trombo diffuso, che si forma sotto la tonaca cellulare in seguito alle ferite di punta e di taglio. Egli è pure raro che il trombo laterale sporga dentro il lume del vaso, come è rappresentato nella fig. 3, Tav. I: esso d'ordinario non si tiene nemmeno a livello, ma resta un po' all'esterno compreso nella spessezza dei margini: che anzi in qualche caso

---

(1) Nell'aorta ventrale dei cani una ferita di una e mezzo a due linee diviene spesso letale. Sopra 12 casi di ferite di punta e di taglio di quest'arteria, in cinque l'animale si è salvato pel trombo laterale, negli altri sette morì per emorragia nello spazio di alcuni minuti a 10 ore colla perdita di sei a venti once di sangue. Calliseu (*Principia systematis chirurgiæ hodiernæ*, Pars. prior, p. 458, Hafniæ 1788) dice: « *Arteriam transcissam tamen absque futura functionis notabili laesione vel suppresso transitu iterum coire posse, docet arteria temporalis transversim divisa, cujus pulsatio sanato vulnere denuo interdum sentiri potest* ». Cosicchè, secondo l'autore, perfino le arterie recise potrebbero saldarsi colla conservazione del lume: ciò che è un errore.

(2) G. L. Petit (*Mém. de l'academie des sciences.* An. 1731, p. 88 — An. 1732, p. 388) chiamava la parte esterna più superficiale del trombo laterale *couvercle;* la parte del medesimo che s'intromette ai margini della ferita *bouchon:* come *buochon* diceva il trombo interno che ostruisce il lume dell'arteria. Il trombo formato dalla parte linfatica del sangue è, secondo l'autore, l'unico mezzo di obliterazione delle ferite parziali delle arterie; il quale per la sua solidità ed aderenza ai margini della ferita arresta l'emorragia e si converte più tardi nel tessuto della cicatrice.

la base del grumo è tutta fuori adesa alla faccia esterna del cannello vascolare. Il trombo laterale per lo più ha la figura di bottone o nodo, della grossezza di un nocciuolo od una lenticchia: sovente esso si prolunga con un' appendice o coda di più linee (fig. 3, Tav. III); ovvero nelle minime ferite è filamentoso (fig. 10, Tav. I), o si presenta talvolta in forma di membrana polposa; la quale interposta alle due tonache cellulare e media copre l'apertura di questa a modo di valvola (fig. 15, Tav. I). Una ferita di taglio longitudinale e trasversale si trova spesso ridotta nel cadavere alla metà o ad un terzo della primitiva lunghezza per semplice coartazione della parete arteriosa, ciò che suole specialmente avvenire quando il trombo laterale non si è introdotto fra i margini interni; avvegnachè l'introduzione è di obice al costringimento spontaneo della ferita. Un trombo laterale di piccola o media mole, d'ordinario, giace al di sotto ed è interamente coperto dalla tonaca cellulare esterna; quando eccede i primi giorni, colla parte sua più superficiale sporge a nudo dalla ferita di questa tonaca: e viceversa in alcuni casi si fa fino da principio così piccolo, che non protrude dalla faccia esterna e rimane nascosto nella spessezza della parete; ma siccome esso riempie il campo della ferita e aderisce fermamente alle sue labbra, basta per la chiusura. L'onda del sangue che scorre entro il vano dell'arteria previene quasi sempre il coagulo interno e non lo permette che all'uscita dalla ferita: ove esso perde il movimento. Nulladimeno si ordisce alcune fiate un grumetto anche nella cavità a foggia di piccola gleba, o di pseudomembrana, la quale copre in totalità od in parte la ferita (fig. 15, Tav. II) e contribuisce efficacemente all'obliterazione della medesima.

Il trombo laterale, il quale a modo di turacciolo chiude la ferita, esaminato dopo qualche settimana, si trova assai rappicciolito, di colore rosso-pallido, di consistenza carnea e tenacemente conglutinato alle parti: esso ha l'aspetto di un corpo organizzato, e pare realmente che la fibrina che lo costituisce, ad imitazione della linfa plastica trasudata dai minimi vasi infiammati, venga attuata dalla flogosi adesiva dei margini e subisca una maniera di organizzazione, come era l'idea di Petit, che il trombo si commutasse in cicatrice; altrimenti, come si potrebbe spiegare, partendo dall'idea del corpo straniero, che il trombo restasse indifferente, eppoi si identificasse coi margini della ferita? Nelle mie esperienze condotte fino ad un anno, trovai che il trombo sussiste a quest'epoca, che invecchiando si riduce ad un piccolo nodo, o cordoncino di colore bianco, sodo e resistente, continuo ai margini della tonaca fibrosa, avviluppato esternamente dalla cellulare ed internamente ricoperto dall'epitelio nuovo. Forse questo corpo più tardi è suscettibile di smaltirsi interamente per atrofia: ma può anche restare a permanenza; e ciò che fa credere alla metamorfosi

organica del trombo si è la tessitura perfettamente fibrosa che negli stadii avanzati esso dimostra al microscopio, ed i minimi vasi sanguigni che riceve dalle due tonache cellulare e media. Quando si esamina il tubercolo del trombo formante la cicatrice nelle prime settimane dopo l'esperimento cogl'ingrandimenti di uno a tre cento del microscopio, si vede prevalere in esso la tessitura granulosa ed il pezzo presentarsi come uno strato di grani di varia forma e del calibro 0,003 a 0,005 L.: qua e là però si scorgono i grani già disposti in filze o linee; più tardi appajono tramezzo a questi delle vere fibre di varia lunghezza; infine il carattere fibroso predomina: e lo sviluppo della tessitura fibrosa in mezzo ai grani dà il miglior criterio per la metamorfosi organica del trombo.

A quest'epoca la veduta dei vasi sanguigni non è sempre possibile, perchè spesse volte l'injezione dei *vasa vasorum* della parte arteriosa operata fallisce. Ma perseverando, l'una o l'altra volta l'injezione riesce in maniera di restarne convinti. I vasi al trombo pervengono, come già dissi, dalla tonaca cellulare e dalla tonaca fibrosa, più spesso e più riccamente dalla prima, come si scorge nelle fig. 18 e 19 della Tav. III (Esp.° XV), ove i vasi, che dalla membrana cellulare rimossa s'intrecciano sulla superficie del trombo appajono ampliati. La tonaca fibrosa impartisce ancora dei minimi vasellini alla base del trombo (fig. 17, id.). Coll'ablazione della tonaca cellulare si strappano via molte propaggini dei vasi summentovati; ma ne rimangono sempre alcuni sul trombo denudato, perchè vi sono tenacemente adesi e lo penetrano. I vasi in discorso sono talvolta così cospicui che si vedono benissimo ad occhio nudo: ma altre volte abbisogna della lente per distinguerli. La fig. 19, Tav. III presenta il disco secco della cicatrice di un'arteria femorale coll'intreccio dei vasi rotti, come apparivano coll'ingrandimento 36 del microscopio. In alcuni pezzi, dopo l'injezione sulla faccia esterna del vaso al luogo della cicatrice o del bottoncino del trombo che la rappresenta, si vede una macchietta rossa, che pare uno stravaso; ma ad un leggiere ingrandimento del microscopio questa macchia si risolve in un elegante intreccio di minimi vasi, i quali dalla tonaca cellulare penetrano la sottoposta cicatrice della parete.

In seguito alle ferite di taglio e di punta delle arterie la parete vascolare che è fuori del campo della lesione si mostra impassibile meglio ancora che in seguito alla legatura. Di fatti le tonache proprie negli esperimenti di sopra non esibirono mai segni d'infiammazione, non iniezione di vasi, non trasudamenti od alterazioni di tessitura: il che prova la poca suscettività dell'organo, ovvero la leggerezza dell'offesa che portano all'arteria le mentovate ferite. Io ho arrecato più volte ad un'arteria (verbigrazia la carotide, la femorale) più ferite

di punta o di taglio, a piccola distanza l'una dall'altra, senza che il vaso mostrasse per ciò di risentirsi maggiormente che per una sola ferita. La reazione fu quasi sempre mitissima e circoscritta ai luoghi offesi.

La tonaca cellulare solamente dà indizio di flogosi: essa si addensa, si fa aderente: ma presto si ristabilisce, e la sua ferita cicatrizza così rapidamente, che dopo qualche giorno sovente non si può più riconoscere. La ferita della tonaca intima si rimargina pure celeramente. Guardando i primi giorni la faccia interna di un' arteria ferita non si scorge in essa rossore, non iniezione vascolare, non trasudamento, ma un leggerissimo gonfiore dei margini della soluzione, e dentro ai medesimi sulla base del trombo si scopre colla lente una vernice di materia gelatinosa, la quale poi intesse una specie di epitelio. Dopo una settimana talvolta la base del trombo è ancora a nudo: altre volte l'epitelio si forma più precocemente e la copre: esso è sulle prime sottilissimo, fragile, lucido e trasparente, ma più tardi consolidandosi finisce a confondersi perfettamente col tessuto naturale della tonaca intima in maniera di non lasciare in questa alcuna traccia della ferita. La tonaca media, al pari delle altre, non subisce per la ferita alterazione di tessitura, ma è la sola che rimanga disgiunta per lunga pezza, ed i cui margini vengano saldati col mezzo meccanico del trombo esterno, ovvero mediante un tessuto di nuova formazione. Nel primo caso, a misura che il turacciolo del trombo si rappiccolisce, anche le labbra della tonaca media si raccorciano, si avvicinano, e la ferita si riduce ad un bucolino o ad una rima (fig. 10 e 11, Tav. II), la quale col tempo, assorbito il trombo per intero, deve chiudersi per un coalito immediato de' suoi margini; ma se il coagulo sanguigno rimane, può ostruire per tutta la vita il forellino superstite della tonaca media.

Il trombo laterale si fa, come già avvisai, in quasi tutte le ferite: sopra un centinajo di casi da me rintracciati, appena in nove io non lo trovai: ed in questi ultimi casi la ferita viene obliterata dal coagulo linfatico. Il trasudamento plastico si può fare con molta celerità, ma non così presto del trombo sanguigno, e quindi nell'assenza di questo debbono nei primi momenti ed innanzi l'essudazione della linfa bastare all'arresto del sangue la resistenza della tonaca cellulare e l'avvicinamento dei margini della ferita delle tonache proprie. La linfa che a bella prima trasuda è gialliccia o rossastra, glutinosa, e forma un cemento; il quale organizzandosi si converte in una pseudomembrana cellulare, che rappresenta il nuovo tessuto della cicatrice. La pseudomembrana si limita alla tonaca media, a cui perciò appartiene; esternamente essa è coperta dalla tonaca cellulare; internamente rivestita dall'epitelio nuovo della tonaca interna ed agglutinata al medesimo. Questa pseudomembrana da

principio è molle, fragile e veramente cellulare; in seguito diviene elastica, resistente, legamentosa: ma non offre le fibre circolari che sono proprie della tonaca media. Il tessuto della cicatrice di questa tonaca quivi descritto è permanente, ma col tempo per la coartazione spontanea dei margini naturali della stessa tonaca può ridursi ad un minimo spazio (fig. 11, Tav. II). Finalmente in alcune ferite si combinano ambedue i mezzi di obliterazione, che val quanto dire, il campo della soluzione parte è chiuso dal trombo sanguigno e parte dal coagulo linfatico: ovvero il primo è ravviluppato dalla linfa trapelata dai margini della ferita. La ferita di taglio di un'arteria cicatrizzandosi non lascia al di fuori altra traccia, che un minimo nodetto rilevato, ed internamente una fossetta, o piccola rima lineare, coi margini ripiegati all'esterno e tappezzati dalla tonaca intiera. Siccome la base del trombo non arriva quasi mai alla faccia interna del vaso, l'epitelio nel riprodursi rimane infossato: ma nei casi più rari, in cui il trombo sporge, anche la cicatrice fa un po' di rilievo sull'interna superficie.

Dall'esposto risulta, che nelle ferite di taglio delle arterie la tonaca cellulare esterna fa coalito immediato de' suoi margini; la tonaca intima si salda per la riproduzione di un tessuto perfettamente analogo al naturale; e la sola tonaca media è tenuta aperta e chiusa dal trombo; ovvero, in mancanza di questo, si rimargina per la riproduzione di un tessuto nuovo cellulo-legamentoso (1). Il qual tessuto negli ultimi stadii ha indubbiamente molta resistenza e può formare una cicatrice stabile dell'arteria; ma siccome manca dell'elasticità naturale alla tonaca fibrosa, non deve fare meraviglia che nell'uomo per esterna violenza, per movimenti smodati delle membra, o per l'urto del sangue possa rompersi o rallentarsi, e dar luogo ad un aneurisma.

La diversa direzione della ferita di taglio non cambia il processo di cicatrizzazione; solo che le ferite trasversali coartandosi trasversalmente finiscono

---

(1) Lancisi, parlando delle ferite delle arterie (*Opera varia*, T. II. *De Aneurismatibus* Propositio XX., p. 222. Venetiis 1739), così si esprime: « *Duæ potissimum sunt causæ, quibus vulneratæ arteriæ coire prohibentur. Distantia nimirum ac distractio labiorum vulneris ac motus sanguinis alterumque arteriarum systole ac diastole* » ... « *Ex his aperte intelligitur arteriarum vulnera curationem facile obstructa cicatrice admissura: si eorum labia inter se admota atque conjuncta probe aptentur ac diutius in eo site contineantur: interim vero una curatur ne sanguis ad affectum partem impellat, ne saltem ut ipsius impetus quoad fieri potest infringatur ac debilitetur: ac enim ratione succus, qui ex tunicarum fibris manat nutritioni idoneus sensim coalescit ac inflictam plagam glutinabit* ». L'autore adunque, per analogia, senza l'appoggio dell'esperienza e dell'osservazione patologica, ha indovinato questa maniera di cicatrice che sopra ho descritto.

con un buco circolare od ovale, mentre le longitudinali terminano con una rima, o fessura verticale parallela all'asse del vaso. Forse in qualche caso queste ultime ferite, ad imitazione delle punture, sono suscettibili di un coalito immediato o diretto delle loro labbra: ma in tutti i pezzi da me esaminati eravi il trombo; ovvero la ferita longitudinale dell'arteria era saldata mediante una tenue striscia di pseudomembrana nuova, la quale rappresentava il tessuto proprio della cicatrice.

## ARTICOLO III.

### *Ferite d'arma a fuoco.*

#### Esperimento XVII.

*Ferita d'arma a fuoco delle arterie femorali: 1 giorno.*

In gennajo 1847, scoperte ad un grosso cane le due arterie femorali alla regione dell'inguine, si toccano con un bottoncino conico di ferro arroventato. A destra l'emorragia è mite: a sinistra, così forte che a stento si può fermare colla cucitura della ferita esterna; si forma da questo lato un vasto tumore sanguigno diffuso a tutta la coscia, e l'animale muore l'indomani. Nel cadavere la femorale presenta un buco circolare con perdita di sostanza, orlo nero e nessuna traccia di trombo. Invece la ferita della femorale destra, della stessa forma e grandezza, è chiusa da un grosso trombo laterale: e questo trombo laterale colla sua base è continuo ad un trombo interno, il quale sopra e sotto la ferita ottura la cavità del vaso pel tratto di due centimetri.

#### Esperimento XVIII.

*Ferita d'arma a fuoco delle carotidi: 6 giorni.*

Sulla fine di luglio 1850, ad un cane di mediocre taglia, denudate le carotidi, si feriscono con un grosso spillone arroventato, uccidendo poscia l'animale al sesto giorno. La fig. 13, Tav. II, presenta il preparato della carotide destra aperta, colla ferita di forma ovale, lunga due millimetri, a margini distinti e chiusa a guisa di turacciolo dalla base del trombo laterale, come meglio si scorge nel pezzo ingrandito della fig. 14 (id.) che le sta accanto. La fig. 15 (id.) è della carotide sinistra, parimente aperta, con due ferite trasversali,

una d'ingresso *b* e l'altra d'uscita *c*, chiuse allo stesso modo dal trombo laterale: il corpo *d* appena al di sopra della ferita qui mentovata è un trombo interno di forma conica, il quale ingombra per una metà il lume dell'arteria.

### Esperimento XIX.

*Ferita d'arma a fuoco delle carotidi: 16 giorni.*

Il 10 di agosto 1850, ad un cane barbone, scoperte le carotidi, si toccano colla punta di un bottoncino di ferro infuocato: la ferita esterna, non ostante la riunione, marcisce ampiamente e l'animale muore consunto dopo sedici giorni. Sulla faccia esterna delle due carotidi il luogo operato è contrassegnato da un nodo della forma e grossezza di una lenticchia, appiattato sotto la tonaca cellulare e fisso al tubo dell'arteria. Spaccata la parete opposta di ciascuna, si scopre dietro al nodo esterno suddetto la fossetta circolare *a* (fig. 16, Tav. II) *b* (fig. 17, id.) del diametro di una linea o poco meno, tappezzata di un nuovo epitelio sottilissimo, levigato e aderente alla base del trombo laterale, il quale faceva turacciolo al foro della tonaca media.

### Esperimento XX.

*Ferite d'arma a fuoco delle carotidi: 50 giorni.*

In novembre 1847, messe a nudo le carotidi di un cane, io le trafiggo rapidamente una dopo l'altra colla punta di un grosso spillone infuocato: a sinistra la ferita riesce piccola e quasi incruenta: a destra, più ampia e susseguita da copiosa emorragia: morte dell'animale dopo cinquanta giorni. Sulla carotide sinistra non si può esternamente precisare il luogo operato; ma sdrucito il tubo dell'arteria e dispiegatane la parete alla luce, si scorge sulla tonaca media il bucolino circolare *a* (fig. 1, Tav. III) capace della testa di uno spillo e vacuo: ossia senza l'ordinario ripieno del trombo e senza linfa, o pseudomembrana, ma chiuso alle due facce dalle altre tonache: esternamente dalla tonaca cellulare leggermente inspessita, ed internamente dal velamento sottile, lucido e trasparente dell'epitelio, il quale nella figura è rimosso. Egli è indubitato, che continuando a vivere l'animale, questo pertugio della tonaca media si sarebbe insensibilmente obliterato per coartazione ed unione immediata dei suoi margini. A destra la ferita circolare *a* dell'arteria (fig. 2, Tav. III) è chiusa al solito dal nodo del trombo laterale grosso una lenticchia, bianco e sodo, rivestito esternamente dalla tonaca cellulare ed alla base dall'epitelio interno rigenerato.

### Esperimento XXI.

*Ferite d'arma a fuoco delle carotidi:* 3 e 6 *mesi.*

L'8 di gennajo 1847, ad un cane mastino, scoperta la carotide destra, si tocca coll'apice ottuso di un bottoncino di ferro arroventato, e tre mesi dopo si ripete lo stesso esperimento sulla carotide sinistra. Ucciso l'animale ai primi di luglio, si trovò che la carotide sinistra operata da tre mesi offriva al luogo della ferita il bottone conico *a* (fig. 3, Tav. III), il quale colla sua appendice continuavasi in basso per quattro o cinque millimetri ravviluppato dalle maglie della guaina cellulare e colla sua base faceva turacciolo al bucolino superstite della tonaca media. La carotide destra operata da sei mesi, aperta, presentava internamente sotto al nodo del trombo la fossetta *a* (fig. 4, Tav. III velata dall' epitelio riprodotto; ed appena al di sopra il piccolo cencio di pseudomembrana *b*, il quale ostruiva in parte il lume del vaso.

### Esperimento XXII.

*Ferita d'arma a fuoco della carotide:* 1 *anno.*

In agosto 1846, ad un grosso cane molosso abbrucio la parete anteriore della carotide destra, come nel caso precedente: morte dell'animale dopo un anno. La carotide offesa vuota di sangue non offriva la minima alterazione delle singole sue tonache e del suo lume. Al luogo operato la tonaca cellulare esterna e la tonaca intima essendosi riprodotte, mostravano la loro naturale continuità; ma la tonaca media presentava ancora un bucolino circolare, del diametro di un millimetro, riempiuto da un tubercoletto bianco e duro, del volume di un seme di miglio; il quale protuberava al di fuori e sulla faccia interna del vaso, non arrivando colla sua base, lasciava una fossetta intonacata dell'epitelio riprodotto. La fig. 5, Tav. III, mostra appunto la faccia interna dell'arteria spaccata coll'epitelio *b* rimosso onde far vedere il buco *a* superstite della tonaca media obliterato dal trombo laterale, e la fig. 6 (id.) presenta lo stesso pezzo ingrandito.

Io ho fatto ventiquattro esperimenti sulle ferite d'arma a fuoco, continuandoli da un giorno ad un anno: non sono andato più oltre pel numero e la durata, perchè sugli esperimenti fatti il tema della ricognizione del processo di cicatrice mi parve esaurito. Onde produrre delle ferite con perdita di sostanza

e gangrena delle arterie, che incitassero le ferite provocate dai projettili delle armi a fuoco, io ho adoperato dei grossi spilloni di ferro del calibro di un millimetro, acuti o smozzati all'estremità, ovvero dei bottoncini dello stesso metallo, di forma conica ed arroventati. Scoperta col taglio delle parti esterne la parete anteriore dell'arteria, la toccava, ovvero lasciava l'istromento per tanti secondi fino a che vedeva sprizzare il sangue. L'esperimento non riesce bene che sulle carotidi e le femorali: queste all'inguine essendo a fior di pelle basta denudarle: ma le carotidi, per la profondità a cui giacciono, bisogna trarle fuora coll'ago di Deschamps, o l'ansa di filo, e tenerle in sospeso durante l'abbruciatura. D'ordinario in alcuni secondi la parete è distrutta ed il sangue sorte con getto proporzionale all'ampiezza della sua ferita. Laonde per la fermata dell'emorragia si debbe praticare una piccola incisione degl'integumenti e cucirla subito strettamente. Come ho detto per le armi di taglio, così per quelle a fuoco sono ad usarsi istromenti gracili che facciano sulla parete dell'arteria piccole ferite, altrimenti se l'apertura è grande ne viene emorragia letale; ovvero, come nell'esperimento XVII, l'arteria è chiusa dal trombo interno; ovvero, essendo essa consumata per ampio tratto in virtù del processo infiammatorio, o gangrenoso, che consegue, viene distrutta e troncata in due monconi: ciò che mi avvenne in più casi. Ecco perchè negli esperimenti di sopra, onde conservare intatto e pervio il cannello dell'arteria e poter indagare il processo di cicatrizzazione della parete offesa, ho arrecato generalmente piccole ferite di uno a tre millimetri. Qualche volta, per la copia del sangue stravasato ed i movimenti dell'arto, la ferita esterna marcisce ampiamente e fa morire l'animale per emorragia consecutiva, o per tabe; ma nella comune dei casi essa va per prima intenzione e si cicatrizza prontamente: ciò che è assai favorevole al processo di cicatrizzazione dell'arteria. L'emorragia che viene da una piccola ferita d'arma a fuoco sovente è lieve e si arresta da sè; ma se la ferita è grandetta, l'emorragia invade con forza, ed il trombo o tumore sanguigno che suole formarsi al di sotto della pelle in seguito alla cucitura, si dissipa con meravigliosa rapidezza fino a non lasciare più macchia di sè. In alcuni cani, ammazzati pochi giorni dopo l'esperimento delle femorali, io ho trovato i vasi linfatici delle fosse iliache turgidi di un liquido rosso veramente sanguinolento.

Un'arma a fuoco esercita una maggiore violenza di un istromento a punta o tagliente e quindi provoca da parte dell'arteria una maggiore reazione. Di fatto, nei primi giorni dell'esperimento la guaina cellulare del vaso pel tratto di più linee è infiammata, inspessita, aderente, con trasudamento plastico al di sotto; e nei casi più gravi il tubo dell'arteria versa linfa nella propria cavità; ovvero infiammandosi più vivamente, marcisce, si mortifica, si divide e

va perso: ciò che non ho mai visto in seguito agli altri due generi di ferite summentovati. In generale però la reazione che consegue le piccole ferite d'arma a fuoco è mite, non oltrepassa il campo dell'offesa e non altera la costituzione del vaso, come argomento, che l'arteria naturalmente inerte si risente pochissimo ad ogni genere di lesioni che non le tolgano la sua qualità di organo cavo, e mentre continua a prestarsi al circolo lavora tacitamente alla cicatrizzazione della sua parete.

Il mezzo di obliterazione delle ferite d'arma a fuoco di un'arteria suol essere il trombo esterno. Nell'esperimento XX, la piccola ferita della carotide fatta dalla punta di uno spillone rovente era vacua e senza traccia di grumo: anche nelle esili ferite che risultano dall'agopuntura elettrica delle arterie, quando per la forza della corrente resta incenerito l'orlo della trafittura, manca talvolta il trombo esterno che le ostruisca: io poi non ho incontrato un caso in cui il buco della parete abbruciata da un'arma a fuoco fosse obliterato dal coagulo linfatico, senza dubbio perchè l'orlo della ferita essendo gangrenoso non può trasudare quella gleba di linfa che in alcuni casi di ferite di punta e di taglio fa le veci, o si associa al trombo esterno, e più tardi organizza la pseudomembrana della cicatrice. Ma il foro della ferita d'arma a fuoco viene chiuso all'istante dal trombo esterno sotto la forma di un bottone o tubercolo, il quale s'incontra in tutti gli stadii della lesione, dal primo giorno fino alle epoche più avanzate, e subisce le metamorfosi che già si dissero nell'articolo antecedente parlando delle ferite di taglio.

Delle tre tonache dell'arteria ferita, la cellulare esterna nei primi giorni si mostra bucata con perdita di sostanza come le altre tonache, e lascia l'apice del trombo a nudo: ma una settimana dopo essa non offre più orma di soluzione di continuità, essendosi perfettamente riprodotta, come suol fare con tutta facilità il tessuto cellulare delle altre parti del corpo. Parimente la tonaca intima perforata e bruciata dal ferro mostra sulle prime alla faccia interna del vaso la base nuda del trombo, ma con molta prestezza si rigenera e dal suo margine avanza un epitelio lucido, sottile e trasparente, il quale repristina la continuità del tessuto formando una ruga o fossetta sulla faccia interna del vaso. La sola tonaca media resta a permanenza chiusa e cicatrizzata dal piccolo nodo del trombo laterale che ne riempie la ferita e s'immedesima colle sue labbra.

Tutte le ferite delle arterie hanno ad un dipresso la stessa maniera di cicatrizzazione, ed il loro tubo, quando la ferita sia piccola, si può facilmente rammarginare senza perdita del proprio lume. La cicatrice ha luogo generalmente per prima intenzione: nelle ferite di punta, perchè più esili, si fa un coalito

immediato per combaciamento diretto dei margini: in quelle di taglio ha luogo alcune volte un coalito mediato per l'interposizione della linfa plastica e l'organizzazione di una pseudomembrana legamentosa nuova fra mezzo ai margini: ma più spesso nelle punture e nei tagli e costantemente nelle ferite d'arma a fuoco la saldatura si fa per l'intromissione del trombo. Adunque in tutte le ferite delle arterie suscettibili di cicatrizzarsi colla conservazione del lume le due tonache cellulare ed intima, per la semplicità della loro struttura, si riproducono al naturale senza lasciare traccia della soluzione di continuità; mentre la tonaca media incapace di riprodurre il proprio tessuto fibroso semplicemente si coarta fino al coalito, ovvero si salda per la metamorfosi organica del trombo, o per la pseudomembrana legamentosa nuova; le quali produzioni rappresentano il tessuto vero ed indelebile della cicatrice.

Nel mio trattato sulla legatura e la torsione, io ho dimostrato, che le arterie in seguito di queste operazioni venendo troncate, si possono cicatrizzare in due maniere: per prima intenzione, ossia per l'infiammazione adesiva, e per seconda intenzione, ossia per la via dell'infiammazione suppurativa. Ora nelle ferite la cicatrizzazione della parete arteriosa non si effettua generalmente che per coalito nelle diverse maniere che spiegai di sopra. Se la ferita dell'arteria marcisse farebbe staccare il trombo e riprodurrebbe nuovamente il sangue fino alla morte del paziente: ovvero obbligherebbe a quei mezzi dell'arte, il tampone, la legatura, ec., che porterebbero per la salvezza l'obliterazione del lume del vaso: come le tante volte succede nell'uomo, il quale salvatosi mercè il trombo esterno dal primo pericolo, al sopravvenire della suppurazione ed ulcerazione dell'arteria soggiace a nuova emorragia, ovvero guarisce coll'obliterazione del vaso ferito mercè il trombo interno. Le stesse ferite d'arma a fuoco che si fanno ad arte sulle arterie dei bruti vanno per prima intenzione: ciò che sembra a prima giunta un paradosso: eppure guarito il taglio delle parti esterne per adesione, le parti al di sotto state tocche dal fuoco vengono assorbite, ed il trombo esterno oblitera la ferita della parete arteriosa a permanenza senza intervento d'infiammazione suppurativa. Io non voglio negare che un'arteria ferita non possa marcire, e per combinazioni fortuite il trombo restare a sito fino a che le granulazioni della tonaca cellulare e delle parti esterne lo abbiano ricoperto: ma questo caso è incerto, o straordinario, mentre una delle prime condizioni perchè la ferita di un'arteria possa saldarsi senza sacrificio del lume, è quello appunto che il processo di cicatrizzazione si faccia per prima intenzione.

## ARTICOLO IV.

### *Osservazioni patologiche sulle ferite delle arterie.*

Molto tempo prima di esperimentare, dalla pratica si sapeva che un' arteria nell'uomo può essere punta, o incisa, e guarire continuando a pulsare, e quindi restando aperta, sebbene questa maniera di guarigione siasi da molti giudicata precaria, perchè talvolta ha condotto all'aneurisma. Già Galeno produsse il caso di un'apertura dell'arteria omerale da salasso guarita colla compressione senza aneurisma consecutivo (1). Laonde Garengeot (2) e Murray (3) ammettevano che la ferita di un'arteria possa chiudersi stabilmente pel coagulo e B. Bell (4) per l'adesione immediata dei margini della ferita; della quale opinione erano pure Alessandro Monrò (5) e Flajani (6).

---

(1) Galen. Sept. Class. Method. medendi. Cap. VII, p. 32. Venetiis apud Juntas 1565. De vulneratæ arteriæ curatione « ... Cum enim medicus qui venam incisurus erat, brachium hominis deligasset, contigit, attolli velut in gibbum arteria; itaque hanc pro vena medicus divisit. Exigua sane incisio erat; sanguis autem flavus et tenuis et fervidus statim ejaculabatur, idque cum quodam veluti saltu. Ac medicus quidem ut erat admodum juvenis et operum artis parum peritus, venam se incidisse putabat. Ego vero cum quodam alio ex iis qui aderant medicis utique seniore, ubi quod accidit adverti, præparato ex emplastrorum genere, quod sanguinem supprimit, medicamento, tum incisionem curiose coniunxi, tum super medicamen ilico imposui, ac spongiam mollissimam extrinsecus super hoc deligavi. Mirante vero qui arteriam inciderat insolitam nostram in hoc casu providentiam: indicavimus homini rem factam, sed postea incisi hominis diversorium exiissemus jussimusque, ne vel solveret nobis absentibus, vel ante quartum diem id aggrederetur; sed ita ut erat deligatum haberet, spongiam duntaxat desuper madefaciens. Postea vero in quarto solventes plane conglutinatam incisuram invenimus, rursus idem medicamen imponere jussimus, tum simili modo deligare nec multis postea diebus solvere. Atque ita percurata est huius hominis incisa arteria, sola omnium quas in cubito incisas vidi: nam reliquis omnibus aneurisma, aliis majus, aliis minus supervenit ». Quest'osservazione stesa da mille e settecento anni sembra recentissima, e dimostra che quando un autore classico scrive delle verità importanti si fa leggere collo stesso interesse in tutti i tempi.

(2) Traité des Opérations. T. III.

(3) In Aneurism. femor. Obs. præs. Murray. Cand. Ardvison 1781.

(4) Principles of Surgery, p. 434.

(5) Alexand. Monro's Works, p. 445.

(6) Collezione di Osservazioni, ec. Roma 1800. T. I. p. 29 e 34.

Quando una grande arteria ferita cessa stabilmente dal sangue, d' ordinario ciò avviene per l'obliterazione del suo lume in seguito al trombo interno effettuatosi spontaneamente pel deliquio, o provocato dai mezzi di cura, in ispecie la compressione. Così nel caso Roveda (1), un colpo di coltello alla parte superiore interna del braccio sinistro avendo offeso l'omerale, produsse un emorragia strabocchevole, la quale si arrestò pel deliquio e l' infermo poi guarì colla perdita del polso per tutta l' estensione dell' arteria dal luogo offeso fino al cubito, certamente a motivo del trombo interno fattosi da sè e senza uso di compressione. Nell'osservazione sesta di Flajani (2) l'emorragia per la puntura dell' arteria omerale venne fermata felicemente col torniehetto lasciato dodici giorni sul braccio; e sebbene l'autore dica essere l'ammalato guarito col ritorno della pulsazione delle arterie, egli è assai probabile che il polso si restituisse appena al carpo, e che il lume dell' arteria omerale nel luogo ferito restasse obliterato. Nei casi di Blagden (3) e di Ford (4) la ferita di questa arteria in seguito a salasso diede occasione ad un aneurisma del cubito, il quale abbandonato a sè, per gradi si rappiccolì, s'indurò, perdette le sue pulsazioni e si dissipò ritornando la pulsazione nelle arterie del carpo, ove era scomparsa: il che prova, essersi il tronco dell' omerale chiuso al luogo del tumore. Ed a questa maniera di guarigione delle ferite delle arterie si riferiscono molti aneurismi traumatici e varici aneurismatiche, che si trovano presso gli autori come esempi di cure riuscite col metodo della compressione. La guarigione generalmente si ottenne mediante l'ostruzione dell' arteria offesa.

Ma spesse fiate ancora la cavità dell'arteria nell' uomo, come negli animali, si conservò aperta; e la piccola ferita della sua parete venne chiusa dal trombo laterale, il quale in alcuni casi per movimenti precoci, o sforzi inopinati del paziente essendosi smosso, ha dato luogo a nuova emorragia od all'aneurisma; ma in altri casi esso ha tenuto benissimo ed ha condotto ad una perfetta guarigione. Antonio Perelli (5), milanese, il gennajo 1832 avendo in rissa toccato un colpo di coltello alla metà della coscia sinistra, con perdita di molto sangue, guarisce: ma alcune settimane dopo al primo muovere dell' arto soggiace all'aneurisma, per cui, legata la femorale, l'ammalato muore e nel cadavere si scopre al sito del tumore un pertugio della parete interna dell' arteria della

(1) Porta. Alterazioni patologiche delle arterie ec., Milano 1845, p. 388.
(2) Op. cit. T. I, p. 19.
(3) Medical Facts and Experiments. V. 2. London 1792.
(4) London Medical Journal. Vol. IX.
(5) Porta, Op. cit. p. 69.

lunghezza di una linea senza traccia di trombo, coll'interna cavità del vaso vuota di sangue ed irrorata di pus. Un contrabbandiere di media età riceve l'agosto 1838 un colpo di fucile a palctoni al terzo inferiore interno della coscia destra fra il muscolo sartorio e la corda del tricipite, e ne ha grave emorragia: ricoveratosi nell'Ospedale di Varese, guarisce della ferita e si crede ristabilito, quando il febbrajo dell'anno appresso, scoperto l'aneurisma del poplite, viene nell' Ospedale maggiore di Milano operato della femorale, e morto dappoi l'infermo, si riconosce all'autossia, che l'arteria poplitea colpita dal projettile ha un foro dell' interna parete della lunghezza di una linea e mezzo con margini distinti e vacuità del lume. Nel Giornale di Desault (1) si trova un caso identico. La ferita risultata da una scarica di fucile alla coscia sinistra, rimarginò in sei settimane, lasciando sotto la cicatrice un piccolo tubercolo sodo ed immobile: quando l'ammalato cominciò a girare intorno, il tubercolo si accrebbe, si rese pulsante e si rivelò per un aneurisma: onde fatta la spaccatura del tumore, si vide in seguito di questa operazione, che la parete dell'arteria avea una ferita ovale di tre linee: l'ammalato è guarito. Un soldato di 30 anni (2) in rissa ha offesa l'arteria ascellare destra dalla punta di una sciabola: l'emorragia forte è arrestata al momento colla compressione; il sangue più non appare e la ferita esterna si cicatrizza: ma la notte dell'ottavo giorno avendo l' ammalato fatto uno sforzo col braccio, sentì un vivo dolore all' ascella, e subito si fece un aneurisma diffuso, pel quale si credette indispensabile l'amputazione. Adunque in tutti questi casi ed in molti altri analoghi, che si possono riscontrare presso gli autori, la piccola ferita dell' arteria venne sulle prime chiusa dal trombo laterale, il quale abbandonato a sè sotto i movimenti precoci dell'arto essendosi distaccato, diede luogo all'aneurisma.

Le osservazioni ed i pezzi patologici di Saviard (3), G. L. Petit (4), Foubert (5), Scarpa e Monteggia (6) hanno dimostrato, che la puntura dell'arteria omerale in seguito al salasso si chiude realmente per mezzo del trombo laterale, appunto come si è dimostrato per le arterie ferite degli animali. Nel caso di G. L. Petit il trombo dopo due mesi era ridotto al volume di una lenticchia, mentre nel pezzo di Monteggia, diffusamente descritto e rappresentato con quattro figure

---

(1) Journal de Chirurgie. Paris 1791, T. 2, p. 36.
(2) Larrey, Clinique Chirurg., T. 2, p. 132.
(3) Recueil d'observat. chirurg. Obs. 61 — Journal des Savans an. 1692.
(4) Académie des Sciences, an. 1735, p. 435.
(5) Mém. de l'Académie de Chirurg. T. VI. in 8.° p. 251.
(6) Scarpa, Sull'aneurisma. Pavia 1804, p. 81 — Monteggia, Istituzioni Chirurgiche, T. II. p. 57.

nella tavola IX dell' opera di Scarpa, il trombo dopo 20 mesi era maggiore di un pisello (fig. 2, id.). Scarpa è il primo autore, il quale nella dimostrazione di questo pezzo inviatogli da Monteggia dice chiaramente, che la tonaca intima sulla faccia interna dell' arteria era cicatrizzata, e che la base del trombo ad uno degl' angoli della ferita trovavasi adesa a questa cicatrice della tonaca intima con deposizioni calcari all' intorno; mentre gli altri scrittori descrivono la condizione dell' arteria, come se questa nel luogo della ferita fosse tuttora bucata e chiusa unicamente dal trombo. Nella paziente di Schuh (1) in seguito a salasso sviluppossi un aneurisma pulsante al cubito, grosso un pugno, il quale abbandonato a sè infiammossi, si aperse in un punto, si evacuò e guarì lasciando alla piegatura del braccio la pulsazione normale dell' arteria omerale. Nel caso di Ledran (2) un colpo di spada alla parte superiore interna del braccio destro ferisce l'arteria omerale ed è cagione di emorragia grave ed echimosi estesa dall'ascella al carpo. Cessato il sangue, si dissipa coi topici emollienti ed astringenti anche l' echimosi, ma pei movimenti del braccio questa ricompare una seconda volta, di maniera che si temeva di dover amputare. Per ultimo il tumore si è risolto, e l' arto pienamente conservato colla pulsazione delle sue arterie e senza bisogno di alcuna operazione, per cui l'autore ritiene che la ferita dell' omerale siasi spontaneamente cicatrizzata.

Nè solo le arterie di secondo e terzo ordine nell' uomo possono in seguito ad una ferita saldarsi per mezzo del trombo laterale senza perdita della propria cavità; ma ciò può avvenire anche dell'aorta, precisamente come abbiamo veduto negli esperimenti sugli animali. Nel caso di Sassard (3) un uomo tocca una ferita di punta al petto; vive sei giorni senza accusare alcun sintomo particolare, eppoi, mentre si volgeva nel letto, muore all' improvviso ed il di lui cadavere mostra, che l' aorta era stata punta alla sua uscita dal cuore. Il trombo laterale ha tenuto fermo pel detto spazio di tempo, e con una quiete prolungata poteva forse salvare l'infermo. Heil racconta (4), che un soldato bavarese per nome Hofmann avendo ricevuto un colpo di coltello al petto con sintomi di offesa del polmone, risanò: e morto alcuni mesi dopo accidentalmente per peripneumonia, appalesò nel cadavere una ferita dell' aorta ascendente, della lunghezza di tre linee, perfettamente chiusa da un piccolo trombo laterale sodo e resistente. L'ammalato

---

(1) Gazzetta Med. di Milano. T. V, 1846. N.° 23, p. 197.

(2) Osservazioni di chirurgia, traduz. ital. Venezia, 1783, T. I. Osservaz. I, p. 184.

(3) Journal de Médecine, Chirurgie et Pharmacie, etc. Juillet-Décembre 1776. T. XLVI. Paris.

(4) Med. Chir. Review. January 1839, tratto da Henke Zeitschrift.

di Guattani (1), Giacomo Paluda milanese, di 38 anni, avea ricevuto un colpo di spada vicino alle apofisi spinose delle vertebre lombari, il quale sebbene non si credesse penetrante, mise cinque settimane a guarire: alcuni mesi dopo l'infermo cominciò a lagnarsi di un dolore vivo alla regione interna dei lombi entro il ventre, che ricorreva di spesso, si calmava coi salassi e dopo otto anni finì colla morte. All'autossia si trovò un aneurisma dell'aorta ventrale (Tav. IV, fig. 2, id.) poco sopra la sua biforcazione aderente ai corpi delle vertebre, di cui l'apertura di comunicazione coll'arteria corrispondeva esattamente alla cicatrice esterna della ferita arrecata. Onde l'autore opina, che la spada abbia potuto pungere l'aorta e dar luogo più tardi al distacco del trombo ed all'aneurisma. I casi di sopra di Sassard e di Heil, come pure gli esperimenti citati di ferite dell'aorta sui bruti, vengono in appoggio di quest'opinione di Guattani.

Nelle osservazioni di Petit, di Foubert, di Monteggia e di Heil il grumo laterale formatosi dopo la puntura avea obliterato perfettamente la ferita dell'arteria, lasciandone pervio il lume, ed è stato saldo fino alla morte, per cui i due primi autori Petit e Foubert non dubitavano punto che la guarigione fosse per essere stabile e sicura. Nel caso Gallini dello Scarpa (2), l'ammalato, guarito benissimo col metodo della compressione, dopo nove mesi, in seguito a percossa, ebbe un flemmone suppurato, ed all'apertura dell'ascesso il trombo dissodato palesemente dall'infiammazione suppurativa si scollò, cagionando un emorragia che persuase all'amputazione dell'arto. Nella relazione di Saviard il tumore al cubito, del volume di una noce e sempre da salasso, dopo essere rimasto stazionario per sedici anni, improvvisamente si sarebbe accresciuto e diffuso, obbligando alla legatura dell'arteria omerale: nell'esame del luogo affetto si riconobbe che il trombo laterale, che faceva turacciolo alla ferita dell'arteria, si era smosso in un punto ed avea provocato il sangue; che esso era esternamente rivestito da una membrana e verso la cavità dell'arteria incavato a foggia di volta. Dall'esito sfavorevole di questi due ultimi casi Scarpa teneva, che questa maniera di guarigione per mezzo del trombo laterale restando aperta l'arteria fosse incerta e destinata a condurre più tardi all'aneurisma. Laonde egli consigliava, in simili casi di trafittura di un tronco arterioso, di passare senza dilazione alla legatura del medesimo. La qual sentenza professata da un uomo tanto autorevole fu di tal peso, che venne adottata dalla

(1) De externis aneurismatibus. Romæ, 1772, p. 102.
(2) Op. e l. cit.

maggior parte dei moderni istitutori. Certamente che le indagini anatomiche delle arterie ferite degli animali conducono ad una conclusione contraria: quando infatti dopo lo spazio di alcune settimane si vede a quale piccolezza sia ridotta la ferita e quale sia la solidità della sua cicatrice per l'introduzione, la metamorfosi e la tenacissima aderenza del trombo, non si può attendere nè presentire, che questa cicatrice sia per rompersi in avvenire e dar luogo all'aneurisma.

Nella considerazione dei pezzi patologici appartenenti all'uomo sono palesemente a distinguersi due casi. Il primo è del piccolo aneurisma circoscritto, saccato, riempiuto in buona parte dal coagulo stazionario con apertura permanente dell'arteria, nel quale il coagulo di un certo volume posto al di fuori del vaso può, sotto le violenze, staccarsi e far crescere il tumore, come appunto nel caso di Saviard, ove l'autore ammette, avere il paziente sempre avuto un aneurisma grosso una noce. Il secondo caso è del piccolo trombo laterale, che s'intromette, fa turacciolo alla ferita, cade col tempo in atrofia, si organizza, s'immedesima colla parete dell'arteria e fa cicatrice, come nei casi citati di Petit, di Foubert, di Monteggia e di Heil, la di cui condizione patologica è perfettamente identica alla condizione delle arterie ferite degli animali; e per analogia poi siamo indotti ad ammettere, che la stessa condizione avesse luogo in più casi di puntura dell'arteria omerale e di varice aneurismatica, che si trovano in buon numero riferiti presso gli autori, ed i quali guarirono felicemente col metodo della compressione. Perchè in questi casi non si debbe credere alla stabilità della cicatrice, quando tanti esempi felici nell'uomo lo provano e le esperienze sugli animali ne danno una soddisfacente dimostrazione? Certamente che la ferita deve essere piccola, perchè un grosso trombo esterno, che facesse obice ad una ferita più estesa senza obliterazione del lume dell'arteria, non potrebbe offrire che un mezzo precario di guarigione. Inoltre nella cura che si intraprende della puntura dell'arteria col metodo della compressione è un errore di accontentarsi del trombo esterno, che si fa a ridosso del vaso ferito, abbandonando poscia l'ammalato. La compressione ed il risparmio dei movimenti dell'arto vogliono essere continuati lungamente fino alla scomparsa od all'ultima riduzione del tumore esterno, che dà la migliore guarentigia della reale cicatrizzazione dell'arteria ferita.

In seguito al salasso la puntura dell'arteria essendo piccola, essa d'ordinario dà luogo all'aneurisma circoscritto, rare volte all'aneurisma diffuso. Se il tumore succede subito, il sacco che lo circoscrive è formato dal tessuto cellulare comune periferico al vaso: se il medesimo avviene tardi o dopo l'uso della compressione, il sacco può essere fatto dalla stessa tonaca cellulare cicatriz-

zata perchè nelle ferite delle arterie questa tonaca si salda rapidamente al di sopra del piccolo trombo laterale che chiude la ferita delle tonache proprie, e quindi al distacco del grumo essa si distende e forma il sacco aneurismatico, come nell'aneurisma spontaneo.

È stato osservato, che le ferite delle arterie che si fanno attraverso le vene guariscono più facilmente, o meno facilmente danno luogo all'emorragia od all'aneurisma, senza dubbio perchè la parete della vena che è unita all'arteria e per l'infiammazione provocata dalla ferita si agglutina più fermamente alla medesima, fa ostacolo all'uscita e diffusione del sangue. Se la vena rimane aperta dal lato dell'arteria, resta una varice aneurismatica stazionaria ed indifferente, come nei due soldati Cadrieux e Ladrancour di Larrey (1) feriti della suclavia l'uno, della carotide l'altro e della vena giugulare, i quali guarirono colla varice pulsante superstite: e gli altri casi citati da Hodgson (2) e Sabatier (3) di varici aneurismatiche dell'inguine e del poplite. La state dell'anno 1827 fu in questo Spedale Civico di Pavia un contadino di mezza età, il quale in seguito ad un colpo di fucile offriva una varice aneurismatica del poplite destro di piccolo volume, molle ed elastica con sibilo distinto e stazionaria da più anni: siccome gl'incomodi erano lievissimi, fu giudicato inutile ogni metodo di cura, ed il paziente dimesso, come era entrato. In questi casi di ferita contemporanea della vena e dell'arteria per l'uso della compressione, sovente avviene, che la vena obliterandosi pel coagulo interno tiene a permanenza chiusa la ferita dell'arteria sottoposta, come Giovanni Burns (4) ci assicura di avere più volte osservato nei cadaveri. Ma questa maniera di guarigione può accordarsi pei luoghi, ove la vena è ad immediato contatto coll'arteria, e non per la piegatura del cubito, ove l'arteria è disgiunta dalla vena mediana basilica per l'intermezzo dell'aponevrosi brachiale e della propria guaina cellulare. Laonde ogni qualvolta si ottenne quivi la guarigione senza obliterazione del lume dell'arteria, sia in caso di semplice ferita, o di varice, si deve ritenere, ciò essere avvenuto come effetto del trombo laterale che ha chiuso direttamente l'apertura della stessa arteria.

Degli ultimi due casi che io ho avuto nella Clinica di varice aneurismatica cubitale da salasso, il primo nella contadina Virtuani Maria di 15 anni, dell'agro pavese, datava da 20 giorni, e fu in gennajo 1847; il secondo nel soldato sardo

---

(1) Clinique Chirurgicale, T. II, p. 139 e 149.
(2) Krankheiten der Arterien ec. A. d. englisch. Hannover, 1817. § 514.
(3) Medicine Operatoire, T. I, p. 417.
(4) Principles of Surgery. Lond. 1838. Vol. I, p. 405.

Angelo Perotti d'anni 22, durava da due mesi, e fu in novembre 1849. In entrambi ho fatto il metodo della compressione con una semplice piramide di dischi e le fettucce circolari di cerotto sul tumore ed intorno al gomito, aggiungendo la fasciatura espulsiva di tutto l'arto per lo spazio di due a tre mesi. Coi quali mezzi la varice e tutti i sintomi che la dimostravano nel frattempo scomparve onninamente senza traccia di tumore superstite, mentre si conservarono il polso al carpo ed alla piegatura del cubito in testimonio della conservata integrità dell'arteria, nè fino al presente vi è stato sentore di recidiva.

Dai casi che sono a mia cognizione di aneurismi e varici aneurismatiche al cubito per salasso ho visto, che in generale la malattia succede alla ferita, perchè si trascura di fare addirittura, o si fa male, o si toglie troppo presto la compressione: onde il trombo laterale non si forma in seno alla ferita del vaso, od il medesimo si distacca e dà poi luogo all'aneurisma. Se invece subito da principio si comprimesse debitamente e si perseverasse sostituendo alla fascia un apparato compressore, egli è più che probabile, per molti casi almeno, che non conseguirebbe alla puntura la complicazione del tumore aneurismatico, quand'anche l'arteria si conservasse permeabile.

## ARTICOLO V.

### *Ferite delle Vene.*

Nel seguito de'miei esperimenti io mi era proposto di riprodurre la varice aneurismatica e scelsi all'uopo la regione della coscia, ove nei cani, dall'arco crurale alla metà dell'arto la vena e l'arteria femorale decorrono parallele, in contatto l'una dell'altra, coperte appena dal fascialata e dalla guaina cellulare comune: passava l'ago di Desehamps, od un'ansa di filo sotto ad entrambe per fissarle, eppoi dall'interno all'esterno feriva parte a parte la vena e la parete corrispondente dell'arteria. Ho usato diversi istromenti, il piccolo trequarti nudo, la lancetta, il tanotomo e dei grossi spilloni infuocati. Alcuni esperimenti fallirono per non aver saputo raggiungere l'arteria: in 16 si ferirono benissimo i due vasi nella maniera indicata; ma con mia sorpresa neppure in un caso sono riuscito nel mio intento, di stabilire una comunicazione morbosa fra la vena e l'arteria: i due vasi si trovarono sempre nel cadavere agglutinati insieme e cicatrizzati separatamente, sebbene si mantenessero pervii e continuassero a prestarsi alla circolazione. È tale negli animali la coagulabilità del sangue e la virtù adesiva dei tessuti feriti, che abbandonando la soluzione di continuità a sè, dobbiamo attenderci con certezza il trombo e la cicatrice.

Le vene vengono nella pratica offese più spesso delle arterie, e le loro ferite guariscono prontamente per la leggerezza del gettito sanguigno ed il facile coalito della parete. Oltre i casi già mentovati di ferita della vena e dell'arteria femorale per la fallita provocazione della varice, io ho fatto 24 esperimenti sulle sole vene con istromenti di taglio e da fuoco per conoscere più davvicino l'influenza della ferita sulla condizione del vaso ed il processo della cicatrice del medesimo. Appena in qualche caso di grave lesione d'arma a fuoco il tubo della vena per la violenza dell'infiammazione si è consumato per diverso tratto e diviso in due monconi. In tutti gli altri le vene comecchè ferite ampiamente per più linee od in più luoghi, hanno conservato l'interezza del proprio cannello e si sono cicatrizzate senza fare un corso di flebite. In qualche caso vicino alla ferita, sulla faccia interna della vena è trapelata della linfa e si è ordito qualche cencio di pseudomembrana: ovvero si è separata in cavità della marcia; ma più spesso l'infiammazione fu adesiva, mite e circoscritta al campo della ferita con poca trasudazione di linfa plastica all'intorno ed un addensamento più o meno palese della guaina cellulare esterna del vaso.

In tutte le ferite delle vene poi è mancato il trombo laterale che si suole quasi sempre riscontrare in grembo alle ferite delle arterie, e la cicatrice si è fatta per l'orditura di una pseudomembrana nuova tra mezzo ai margini della soluzione: cosicchè le vene si cicatrizzano in modo inverso delle arterie: in queste è il grumo laterale, che quasi sempre s'intromette come turacciolo ai margini della ferita: nelle vene manca generalmente il grumo, ed è la pseudomembrana nuova che presenta il tessuto della cicatrice. Le ferite di taglio delle vene offrono talvolta i loro margini così avvicinati, che essi sembrano uniti per un coalito immediato: e forse in qualche caso ciò ha luogo: ma in tutti i pezzi da me esaminati dispiegando leggermente la parete dinanzi alla luce si vedeva una striscia, comunque angusta, di pseudomembrana nuova, che congiungeva i margini della ferita e ne figurava la cicatrice: questo tessuto poi nelle grandi ferite trasversali e d'arma a fuoco con perdita di sostanza è di tale ampiezza da potersi distinguere chiaramente ad occhio nudo. La pseudomembrana in discorso si organizza colla più grande celerità nello spazio di alcuni giorni; essa incomincia dall'epitelio interno e finisce colla membrana cellulare esterna. L'intera pseudomembrana da principio è molle, tenera, gelatinosa, di facile lacerazione; maturando si fa soda e resistente, e l'epitelio, il quale in origine era sottilissimo, lucido e trasparente, viene a confondersi perfettamente colla tonaca intima della vena; ma siccome la membrana della cicatrice anche dopo la sua consolidazione si mantiene più sottile, sperata alla

luce fra i margini disgiunti ed opachi della parete venosa simula un' impannata. Le figure 7, 8 e 9 della Tavola III rappresentano lo spaccato di vene giugulari di cani: la figura 7 offre due ferite longitudinali di taglio *a b* della lunghezza di tre linee: la fig. 8 (id.) due ferite circolari *c d* risultate da un grosso spillone infuocato, il quale passò parte a parte le pareti del vaso; e la fig. 9 (id.) offre due ferite di taglio, una superiore, trasversale *e*, l'altra inferiore obliqua *f*. Tutte queste ferite arrecate da tre a quattro settimane sono cicatrizzate nella stessa maniera; vale a dire mediante una pseudomembrana nuova, albicante e semitrasparente, che s'interpone ai margini della soluzione e li unisce. Ma nella fig. 9 (id.) accanto alle cicatrici *e f* si scorgono i bottoncini *g h*, i quali sono produzioni carnee pullulate per la flogosi dalla faccia interna del vaso.

Tutti i flebotomisti sanno che in seguito alla flebotomia nell'uomo non si fa generalmente trombo entro la ferita della vena; che questa prestamente si cicatrizza per coalito, e che la vena, quando non soggiaccia alla complicazione della flebite, cicatrizzandosi, si conserva intatta. Io ho esaminato nei cadaveri umani molte di queste ferite delle vene, in ispecie del cubito, risultate dal salasso a tutte le epoche imaginabili. Esse trovansi comunemente cicatrizzate per prima intenzione nella stessa maniera delle vene ferite degli animali. Quando la ferita è recente e saldata appena da qualche giorno, avvi echimosi tra la pelle e la vena, e la parete anteriore di queste è ricoperta di un denso strato di linfa plastica, ovvero la linfa forma parecchie volte un tubercolo grosso una lenticchia, gialliccio e sodo, il quale s'intromette, o sovrasta colla sua base ai margini della ferita e fa ad essi l'uffizio di turacciolo o di cemento. Nella fig. 10, Tav. III, si vede il tubercolo *a*, e nella fig. 21 (id.) si vedono i tubercoli *b* e *d*, i quali ricoprono la parte esterna della ferita della vena, ed ambedue i pezzi sono tolti da cadaveri di ammalati salassati da alcuni giorni. La linfa essendo talvolta deposta entro la cavità del vaso vi ordisce dei nuovi prodotti, i quali rivestono e proteggono la soluzione di continuità da questo lato. Ma per l'ordinario il trasudamento si limita alle labbra della ferita della vena, forma un cemento tenue e molle che le congiunge, e più tardi prende l'aspetto di una membrana nuova rappresentante il tessuto della cicatrice. Questo tessuto è in alcuni pezzi così angusto (fig. 12, Tav. III, *a*) che i margini della parete ferita sembrano a prima giunta in un contatto immediato: ma stirando alquanto, si può riconoscere chiaramente che una sottile linguetta di pseudomembrana sta sempre in mezzo ai medesimi: ed in prova, non mi sovvengo, nell'uomo come negli animali, di un pezzo, ove la cicatrice della vena ferita fosse immediata, ossia con agglutinamento diretto dei margini.

La pseudomembrana della cicatrice nella maggior parte delle ferite da salasso è di forma ovale o romboidale (fig. 13 e 14, Tav. III), della lunghezza di due a due linee e mezzo e della larghezza massima di una linea: essa si organizza nello spazio di qualche settimana e si mantiene indelebile sulla parete della vena a similitudine delle cicatrici della pelle. La prima ad organizzarsi è la membrana intima o l'epitelio interno, poi sulla faccia esterna di questo si ordisce la tonaca cellulare esterna. L'epitelio si rigenera così perfettamente, che non differisce dall'epitelio primitivo e si può anche separare colle mollette: ma la seconda pagina della tonaca cellulare esterna rimane più sottile; per cui ad un'epoca qualunque guardando la parete dispiegata del vaso contro la luce, si scorgono distintamente i margini regolari disgiunti della ferita primitiva e la pseudomembrana della cicatrice più grande e semitrasparente che li unisce. Esaminando questa pseudomembrana della cicatrice spogliata delle maglie cellulari esterne al microscopio cogl'ingrandimenti di 180 e 300, fino a 700, si scopre la sua tessitura fibro-granulare assai chiaramente: essa consta cioè di uno strato di grani albicanti, rotondi, ovali ed angolosi del calibro 0. 002 a 0. 005. L.: ed i grani poi sono la maggior parte disposti in linee o filze trasversali ed oblique; cosicchè il tessuto della cicatrice si compone di fibre granulose dirette dall'uno all'altro margine della ferita e di grani intermedii, o addossati alle fibre.

In generale non si fa trombo sanguigno in queste ferite delle vene umane, come suole quasi sempre formarsi nelle ferite delle arterie. Nulladimeno parecchie volte si riscontrano nel cadavere piccoli grumi agglutinati alla faccia interna della cicatrice, varii di forma e grandezza, e fiottanti entro la cavità del vaso, come si vede appunto nella fig. 15 della Tav. III, ove il piccolo trombo *a* sodo e resistente, di forma clavata, della lunghezza di 3 linee, col suo picciuolo aderisce al mezzo della cicatrice *b*, e pende liberamente entro la cavità della vena. Questi trombi debbono in progresso smaltirsi per assorbimento. Ma più volte nelle vene recentemente salassate con moltiplicità di ferite io ho trovato un trombo cilindrico della lunghezza di 6, 10, 15 linee, il quale nel luogo della ferita riempiva perfettamente il tubo della vena (fig. 16, Tav. III, *a b*); e non si può quindi dubitare che in simili casi il vaso resti a permanenza obliterato.

Io ho detto, che di rado nei bruti alle ferite delle vene conseguono infiammazione e suppurazione diffusa, cosicchè in essi le vene non si mostrano gran fatto più infiammabili delle arterie. Ciò che sarebbe in perfetta contraddizione coll'uomo, appo il quale le vene si ritengono dispostissime alla flebite. Il fatto patologico della flebite nell'uomo è così dimostrato, che non ammette dubbio.

Ma non si può del pari negare che il medesimo non sia stato sommamente esagerato e ritenuto più facile e frequente che realmente non è. Nelle ferite accidentali e nelle operazioni cruente le vene vengono offese così di spesso delle arterie, e nulladimeno rare volte esse soggiacciono all'infiammazione diffusa: nella disamina di un gran numero di pezzi, appena in alcuni ho potuto scoprire questa complicazione. In mezzo a tante flebotomie che ogni giorno si praticano, la flebite non si sviluppa che in casi particolari e per circostanze favorevoli a questo accidente. Sopra 150 monconi di amputati da me disseccati, appena in 16 trovai la flogosi suppurata delle vene diffusa fino alla radice dell'arto. Per l'ordinario le maggiori vene recise non sono infiammate e marcite che all'estremità, o pel tratto di qualche pollice al di là della ferita. La stessa flebite del salasso sovente è circoscritta ed innocente, e veramente pochi sono i casi di diffusione della medesima a tutto il sistema venoso dell'arto. Questi fatti non contraddicono la realtà della flebite traumatica diffusa, grave; ma dimostrano soltanto, che essa è stata molto aggrandita dai moderni scrittori, e che gli esempi che si citano sono cavati da una moltitudine di casi dello stesso genere, i quali non avendo presentato la complicazione, di cui parlo, si trasandarono. Larrey (1) avea gran timore della ferita posteriore della vena salassata, come quella che può provocare infiltramenti sanguigni, ascessi e gangrena, il che è esagerato: inoltre io debbo dire, che in un gran numero di flebotomie riscontrate nei cadaveri, pochissime volte ho trovato ferita la parete posteriore della vena, ciò che ridonda in lode dei flebotomisti. Del resto Larrey è della stessa opinione di B. Bell, che le ferite delle vene sono in generale di poco pericolo e che esse rare volte danno luogo a sintomi gravi (2).

---

(1) Op. cit. T. II, p. 112.

(2) B. Bell. A System of Surgery Vol. V, p. 134. Edinb. 1788.

« For these reasons, wounds in the veins heal with more ease and are attended with less danger than wounds of the arteries. Indeed we know, that the largest veins are often much injured and that no bad symptom will ensure; while very troublesome consequences will follow from wounds even of small arteries. In general, therefore, we have no great reason to be afraid of wounds in the veins ».

# DESCRIZIONE DELLE TAVOLE

## TAVOLA I.

Fig. 1. Aorta ventrale di un cane aperta, con tre ferite di punta operate da un giorno, mediante il trequarti. (Esp. II.)

*a:* ferita superiore d'ingresso.

*b:* ferita superiore d'uscita.

*c:* ferita inferiore.

*dddd:* trombo esterno diffuso, della lunghezza di 4 centimetri, formatosi per infiltramento sotto la tonaca cellulare del vaso.

Fig. 2. Aorta ventrale di un cane aperta, con due ferite di punta, operate da cinque giorni col trequarti (Esp. III.)

*a:* ferita superiore chiusa da un trombo che fa rilievo sulla faccia interna del vaso.

*b:* ferita inferiore chiusa da un trombo laterale infossato.

Fig. 3. Rappresenta la figura precedente ingrandita per la più chiara veduta del pezzo.

Fig. 4. Aorta ventrale della figura 2, veduta per di fuori e spogliata dell'inviluppo cellulare per mostrare

*a:* tubercolo del trombo superiore in sito.

*b:* tubercolo del trombo inferiore rimosso dalla ferita che chiudeva.

Fig. 5. Aorta ventrale di un cane aperta con due ferite di punta, operate da dieci giorni col trequarti. (Esp. IV.)

*a:* ferita d'ingresso maggiore.

*b:* ferita d'uscita minore, chiusa come la precedente dal trombo laterale.

Fig. 6. La stessa arteria della figura 5, veduta per di fuori.

*a b:* appendici dei trombi laterali, della lunghezza di due a tre linee, che otturano colle loro bocche le ferite.

Fig. 7. Aorta ventrale di un cane aperta con due ferite di punta, operate da venti giorni mediante il trequarti. (Esp. V.)

*a b:* infossamenti circolari corrispondenti alle cicatrici delle ferite; e le cicatrici formate di un sottilissimo epitelio, il quale copre la base del trombo laterale.

Fig. 8. Carotide destra di un grossissimo cane aperta con una ferita di punta operata da un mese mediante il trequarti esploratore. (Esp. VI.)

*a:* incavatura circolare grande un millimetro, chiusa non dal trombo, ma da una pseudomembrana cellulo-legamentosa nuova, sottile e semitrasparente in continuazione alla tonaca fibrosa. L'epitelio riprodotto si vede distaccato e pendente.

Fig. 9. Carotide di un cane aperta con quattro trafitture operate da due mesi mediante un ago lanceolato da cataratta. (Esp. VII.)

*a b c d:* piccole fossette corrispondenti alle trafitture ricoperte dall'epitelio riprodotto, e chiuse dal trombo laterale.

Fig. 10. La stessa arteria della fig. 9, veduta per di fuori, spoglia della guaina cellulare, coi quattro filamenti *a b c d* dei trombi superstiti, i quali chiudono colle loro radici i buchi delle ferite.

Fig. 11. Aorta ventrale di un cane aperta con due ferite trasversali di taglio arrecate da un giorno mediante il tanotomo. (Esp. VIII.)

*a:* ferita inferiore più grande, aperta e senza trombo.

*b:* ferita superiore più piccola, chiusa dal trombo laterale.

Fig. 12. Carotide di un cane con una ferita trasversale di taglio operata da tre giorni col coltello triangolare di Beer. (Esp. IX.)

*a:* tubercolo del trombo laterale spogliato della guaina cellulare, il quale colla sua base fa turacciolo alla ferita.

Fig. 13. La stessa arteria della fig. 12, veduta internamente.

*b:* ferita trasversale, chiusa semplicemente dal trombo laterale.

Fig. 14. Carotide di un cane aperta con due ferite longitudinali di taglio arrecate da quattro giorni mercè il coltello lanceolato. (Esp. X.)

*a:* ferita d'ingresso più grande, chiusa dal trombo laterale.

*b:* ferita d'uscita più piccola, senza il turacciolo del trombo laterale.

Fig. 15. La stessa arteria della fig. 14, veduta esternamente.

*a:* bottoncino del trombo laterale, che chiude la ferita d'ingresso.

*b:* grumo membranoso, il quale sotto la tonaca cellulare chiude a guisa di valvola la ferita delle tonache proprie senza introdursi fra le labbra: questa membrana fibrinosa non organizzata è staccata e rivolta in su per la veduta della ferita.

Fig. 16. Arteria iliaca esterna di un cane con una ferita longitudinale di taglio fatta da dieci giorni mediante il tanotomo. (Esp. XI.)

*a:* fissura della ferita delle tonache proprie veduta per di fuori dopo la rimozione della tonaca cellulare e chiusa non dal trombo, ma da un tessuto bianco, gelatinoso, nuovo, in forma di pseudomembrana.

Fig. 17. Riproduce la figura precedente ingrandita per dimostrare meglio il tessuto semitrasparente della cicatrice.

## TAVOLA II.

Fig. 1. Carotide destra di un grosso cane, aperta con una ferita trasversale di taglio operata da venticinque giorni mediante il tanotomo. (Esp. XII.)

*a:* rima trasversale della ferita velata da un sottile epitelio, continuo alla tonaca intima e aderentissimo alla base del trombo laterale, il quale fa turacciolo all'apertura.

Fig. 2. Carotide sinistra del cane precedente, con due ferite trasversali di taglio arrecate da venti giorni mercè il tanotomo. (Esp. XII.)

*a:* rima della ferita superiore velata dall'epitelio e chiusa dal trombo.

*b:* rima della ferita inferiore coll'epitelio nuovo distaccato e rivolto in giù.

Fig. 3. Carotide destra di un cane aperta, con due ferite longitudinali di taglio, operate da un mese mediante il coltello lanceolato. (Esp. XIII.)

*a b:* rime verticali lineari delle due ferite velate dall'epitelio riprodotto e chiuse dal trombo.

Fig. 4. Riproduce la figura precedente maggiore del vero per la più chiara veduta del pezzo.

Fig. 5. Carotide sinistra del cane precedente aperta, con due ferite longitudinali di taglio operate da un mese mediante il coltello lanceolato. (Esp. XIII.)

*c:* rima verticale della ferita d'ingresso mancante di trombo e chiusa in vece da una sottile pseudomembrana cellulo-legamentosa.

*d:* rima verticale della ferita d'uscita velata dall'epitelio e chiusa dal trombo.

Fig. 6. Riproduce la figura precedente ingrandita per la più chiara dimostrazione del pezzo.

Fig. 7. Carotide destra di un cane aperta con una ferita longitudinale di taglio di tre mesi operata dal coltello triangolare di Beer. (Esp. XIV.)

*a:* rima verticale della ferita velata dall'epitelio e chiusa dal trombo.

Fig. 8. Carotide sinistra del cane precedente, ferita contemporaneamente e nello stesso modo.

*b:* rima della ferita chiusa dal trombo laterale coll'epitelio nuovo rimosso.

Fig. 9. Carotide destra di un cane, con una ferita trasversale di taglio di sei mesi arreeata dal tanotomo. (Esp. XVI.)

*a:* tubercoletto del trombo laterale superstite, il quale sulla faccia esterna fa turacciolo alla ferita delle tonache proprie dell'arteria.

Fig. 10. Rappresenta la stessa arteria della figura 9, veduta internamente.

*b:* fossetta superstite della ferita velata dall'epitelio e chiusa dal trombo.

Fig. 11. Carotide sinistra del cane precedente, con una ferita longitudinale di taglio, operata da sei mesi mediante la lancetta. (Esp. XVII.)

*a:* ruga longitudinale della ferita spogliata della tonaca intima e chiusa dalla pseudomembrana nuova legamentosa in mancanza del trombo.

Fig. 12. Riproduce la figura precedente ingrandita.

Fig. 13. Carotide destra di un cane aperta con ferita operata da sei giorni mercè un grosso spillone infuocato. (Esp. XVIII.)

*a:* ferita ovale con perdita di sostanza fatta dallo spillone e chiusa dal trombo laterale.

Fig. 14. Riproduce la figura precedente maggiore del vero.

Fig. 15. Carotide sinistra del cane precedente aperta, con due ferite operate da sei giorni mediante uno spillone rovente. (Esp. XVIII.)

*b:* ferita d'ingresso.

*c:* ferita d'uscita chiusa come la precedente dal trombo laterale.

*d:* trombo interno di forma conica, il quale al di sopra delle due ferite ingombra una metà del lume dell'arteria.

Fig. 16. Carotide destra di un cane aperta, ferita da sedici giorni mediante un bottoncino di ferro rovente. (Esp. XIX.)

*a:* fossetta della ferita tappezzata dall'epitelio riprodotto e chiusa dal trombo.

Fig. 17. Carotide sinistra del cane precedente, ferita contemporaneamente e nello stesso modo della destra. (Esp. XIX.)

*b:* fossetta della ferita velata dall'epitelio riprodotto e chiusa dal trombo.

## TAVOLA III.

Fig. 1. Carotide sinistra di un cane, ferita da cinquanta giorni con uno spillone rovente. (Esp. XX.)

*a:* bucolino circolare capace della testa di uno spillo, spogliato dell'epitelio ed aperto per mancanza di trombo e di linfa.

Fig. 2. Carotide destra del cane precedente, ferita nello stesso modo e tempo della sinistra. (Esp. XX.)

*b:* fossetta circolare della ferita velata dall'epitelio e chiusa dal trombo.

Fig. 3. Carotide sinistra di un cane ferita da tre mesi con bottoncino di ferro rovente. (Esp. XXI.)

*a:* appendice conica del trombo laterale che fa turacciolo alla ferita.

Fig. 4. Carotide destra del cane precedente operata da sei mesi nello stesso modo della sinistra. (Esp. XXI.)

*a:* fossetta della ferita velata dall'epitelio e chiusa dal trombo.

*b:* cencio di pseudomembrana nuova che ostruisce parte del lume dell'arteria.

Fig. 5. Carotide destra di un grosso cane, ferita da un anno con bottoncino di ferro rovente. (Esp. XXII.)

*a:* fossetta superstite della ferita chiusa dal trombo e coll'epitelio *b* distaccato e rivolto in giù.

Fig. 6. Riproduce la figura precedente ingrandita.

Fig. 7. Vena giugulare di un cane aperta con due ferite longitudinali di taglio arrecate da tre settimane mediante il tanotomo.

*a b*: ferite cicatrizzate e chiuse dalla pseudomembrana nuova.

Fig. 8. Vena giugulare di un cane da quattro settimane passata parte a parte mercè un grosso spillone rovente.

*c d:* ferite circolari cicatrizzate e chiuse dalla pseudomembrana nuova.

Fig. 9. Vena giugulare di un cane, con due ferite di taglio arrecate da un mese mediante il tanotomo.

*e:* ferita trasversale di taglio chiusa dalla pseudomembrana.

*f:* ferita obliqua di taglio cicatrizzata nello stesso modo.

*g:* bottoncino carneo bilobato pullulato dalla faccia interna del vaso al di sopra della ferita superiore.

*h:* bottoncino carneo pullulato accanto alla ferita inferiore.

Fig. 10. Vena cefalica di un cadavere umano salassata.
*a:* tubercolo di linfa plastica, il quale chiude la ferita del salasso.

Fig. 11. Vena mediana basilica di un cadavere umano con tre ferite da salasso.
*b c d:* tubercoli di linfa plastica, i quali chiudono esternamente le tre ferite del salasso.

Fig. 12. Vena cefalica di un cadavere umano aperta e ferita dal salasso.
*a:* rima angusta della ferita, chiusa dalla pseudomembrana della cicatrice.

Fig. 13. Vena del cubito di un cadavere umano aperta e ferita dal salasso.
*a:* rima della ferita cicatrizzata e chiusa dalla pseudomembrana nuova.

Fig. 14. Vena del cubito di un cadavere umano aperta e ferita dal salasso.
*b:* rima della ferita chiusa dalla pseudomembrana della cicatrice.

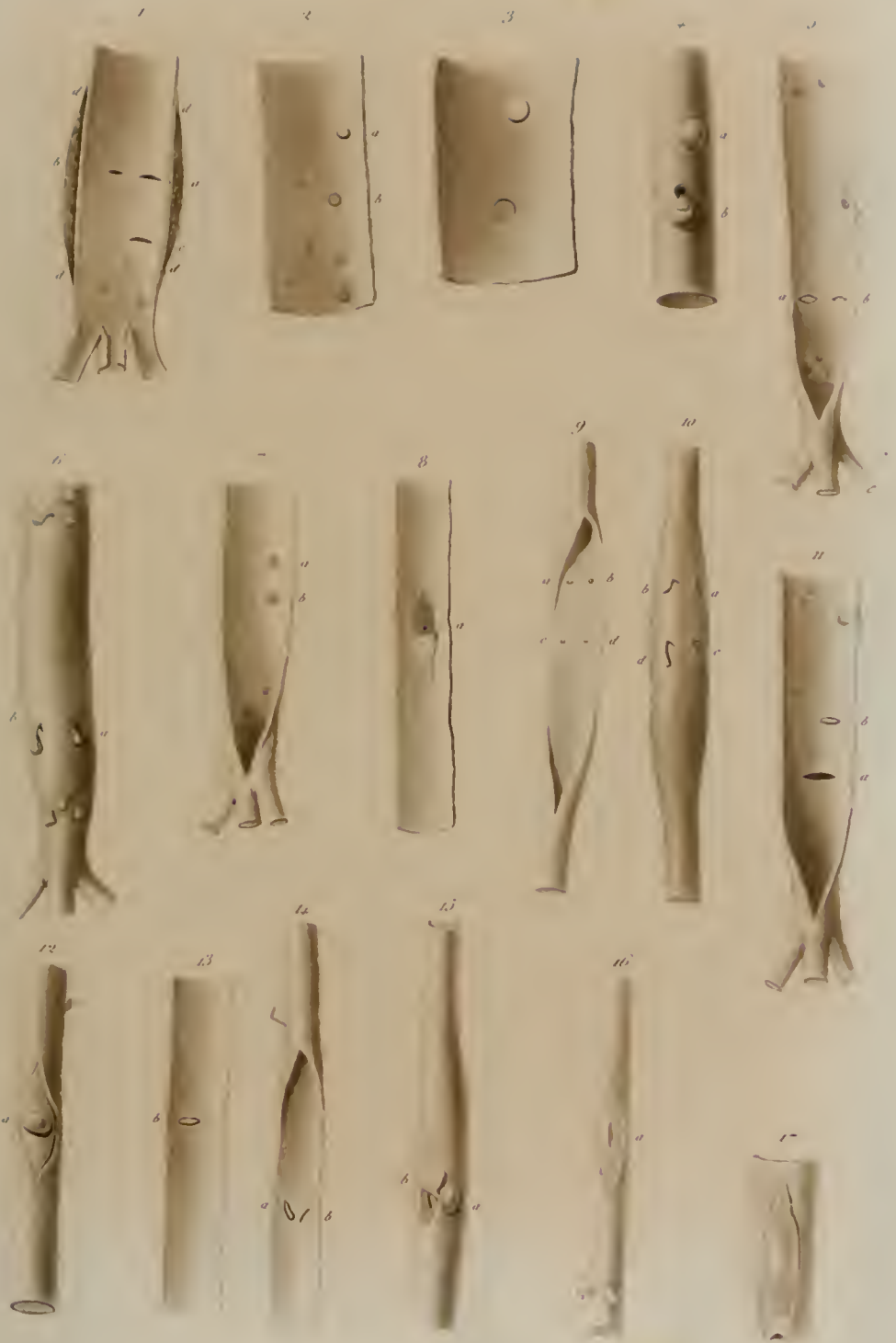
Fig. 15. Vena mediana di un cadavere umano aperta e ferita dal salasso.
*a:* piccolo trombo di forma clavata il quale pende in cavità e s'inserisce col suo peduncolo alla pseudomembrana della cicatrice *b*.

Fig. 16. Vena mediana di un cadavere umano con parecchie ferite da salasso e chiusa interamente dal trombo interno *a b*.

Fig. 17. Arteria femorale destra di una cagna operata col taglio da quattro mesi. (Esp. XV.)
*a b c:* vasellini iniettati a colla e cinabro, i quali dalla tonaca fibrosa vanno coi loro rami al nodo del trombo.

Fig. 18. Arteria femorale sinistra dell'animale precedente operata parimente col taglio da quattro mesi e rappresentata più grande del vero. (Esp. XV.)
*a a:* trombo ingrossato colla superficie gremita di vasi come si vedevano attraverso la lente.

Fig. 19. Disco di una cicatrice dell'arteria femorale di un cane, ferita da tre mesi, colla superficie gremita di vasi, come apparisce coll'ingrandimento 36 del microscopio. (Esp. XV.)


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17

NATURAL HISTORY

1
a
2
a
b
3
b
a
4
5
d
c
6
7
a
8
b
9
a
10
b
11
a
12
13
a
14
15
d
c
b
16
a
17
f

1
a
2
b
3
a
4
a
b
5
a
b
6
7
a
b
8
c
d
9
e
g
h
f
10
a
11
b
c
d
12
a
13
a
14
b
15
b
a
16
a
b
17
a
b
c
18
a
a
19

# SUL GYMNÆTRON CAMPANULÆ *SCHÖN.*

## Nota

DI GASPARE BRUGNATELLI.

Letta nell'adunanza del giorno 7 agosto 1851.

Il curculionite della campanula, *gymnætron campanulæ*, fu scelto dall'esimio illustrator de' Curculioniti, Schönherr, ad esser tipo della seconda stirpe del suo genere *gymnætron*, ed è un ben noto insetto che, com'egli dice, abita in tutta Europa. (Schönherr. *Disposit. Method. Curculionidum.* Lipsiæ, 1826. Sect. 2. Divis. 4.ta — *Gener. et species Curcul.* Vol. IV, pag. 773.)

Esso però non è certo il *curculio campanulæ* di De Geer, e credo anche di Linneo e Fabricio, comunque e Schönherr ed Olivier, nel trattare del comune curculionite della campanula, citino i detti autori come se anch'essi, parlando del loro *curculio campanulæ*, avesser parlato del medesimo curculionite comune (De Geer. *Mém. Insect.* Tom. V, pag. 236, n.° 23. — Olivier. *Entomol.* Tom. V, pag. 106).

Che il curculionite di De Geer non sia il comune vien subito dimostrato dalla loro diversa grandezza. Infatti De Geer ci descrive un piccolo curculionite non guari maggiore di un pulce, e invece ben altra è la mole del curculionite della campanula dall'Olivier figurato e comunemente noto.

Tuttavia quel che Olivier medesimo e gli altri autori ci narrano circa il *curculio* o *gymnætron campanulæ* è desunto da quel che De Geer disse di quell'altro suo curculionite, diverso dal suddetto, benchè egualmente dalla campanula denominato. Olivier dice infatti che il *curculio* o *cionus campanulæ*, com'egli lo chiama, *trovasi sulla campanula, che la larva intacca i bottoni e fiori di questa pianta, non che i gusci che racchiudono i semi.* Or queste son le parole medesime di De Geer, il quale continua dicendo che il *curculionite insinua l'uovo nei bottoni de' fiori prima del loro schiudimento, dopo di che il bot-*

*tone non s'apre più. Però, benchè chiuso, non lascia di crescere, talchè diventa infine come una palla o vescica, ovvero come una galla. La larva ch'esce dell'uovo cresce in un tal bottone così sformato, penetrando nel guscio de' semi di cui essa mangia tutta l'interna sostanza. Subisce le trasformazioni nel medesimo luogo, e nella primavera seguente il curculionite fora il guscio e ne esce;* ma tutt'altri invece sono i costumi del *gymnœtron campanulæ*, come apparirà dalla descrizione che sono per tesserne dietro osservazione che io stesso ne feci.

In primo luogo, per quanto mi consta, il *gymnœtron campanulæ* si trova piuttosto sul verbasco che sulle campanule; anche in questa primavera frequenti furon trovati que' gimnetri sul verbasco, e non mai sulle fiorite campanule non lontane. Siccome però Fabricio ci avverte (*Spec. Inseet.* 1781. Tom. I, pag. 167) che il *curculio campanulæ* si annida ne' pericarpi della *campanula rotundifolia*, e tal campanula, comune ne' paesi settentrionali, non trovasi ne' paesi nostri salvo che sui monti, sembra doversene dedurre che il *curculio campanulæ* di Fabricio e De Geer, veramente proprio di campanula, cioè della *campanula rotundifolia*, abiti le settentrionali regioni, e invece a' climi temperati d'Europa spetti il *curculio*, o *cionus*, o *gymnœtron campanulæ* frequentator del verbasco con altri curculioniti. Le lunghe spighe del verbasco sparse, e, secondo l'espression del Manzoni, *stellate di vivi fior gialli*, sono convegno di moltissimi insetti, e de' soli curculioniti ben circa venti specie diverse (spettanti ai generi *Cionus* Clairvill. *Gymnœtron* Schönherr *Larinus* Schüppel) ne' contorni di Pavia vi raccolse l'egregio dottor Prada, caldo amatore delle scienze naturali, e possessore di una bella collezione di naturali oggetti (1).

Sulla fin di giugno e al principiare di luglio s'incontrano i gimnetri della campanula sui fiorenti verbaschi. La femmina è maggiore del maschio; e dopo l'accoppiamento, venuto il tempo della deposizion delle uova, s'insinua coll'addome in fondo ai fiori per metter l'ova dentro l'ovario che forma parte del loro pistillo.

---

(1) Ecco l'Elenco dei citati curculioniti:

*Cionus scrophulariæ* Fabr.
» *verbasci* Fabr.
» *thapsus* Fabr.
» var. *hortulanus* Gyll.
» *Olivieri* Chevrol.
» *olens* Fabr.
» *spinosulus* Meg.

*Gymnœtron campanulæ* Fabr.
» *graminis* Gyll.
» *plantarum* Dej.
» *? somnulentus* Villa
» *metaraphus* Uttr.
» *linariæ* Panzer
» *pilosus* Besser

*Gymnœtron rostellum* Herbst
» *veronicæ* Germ.
» *beccabungæ* Fabr.
» *labilis* Herbst
» *nanus* Dej.
*Larinus jaceæ* Fabr.
» *carlinæ* Olivier.

Verso la fin di luglio si trovano larve e ninfe di gimnetro ne' frutti del verbasco, ed agli ultimi di luglio, a' primi di agosto, e fin anche alla metà di settembre, come vidi in quest'anno, la ninfa si muta in insetto perfetto, e ciò avvien anche se venga tolta fuori della capsula del verbasco; l'insetto appena formato ha un rosco o carneo colore che poi s'imbruna.

Le capsule di verbasco che danno ospizio ai gimnetri non ne son deformate. Se ne trovano nel luglio di forate e vuote, forse perchè uscitone il gimnetro, ma più probabilmente perchè uscitone un imenottero parassito che visse a spese del gimnetro, e che vidi uscir fuora da alcune delle capsule che ebbi a rompere. Quanto al gimnetro, ciò che mi avvenne al solito di osservare si è che egli stesse chiuso nella capsula del verbasco già indurita e fatta legnosa.

Generalmente queste capsule, fatte come sono di due valve, e inaridite dal calore estivo, si fendono per dar uscita ai loro semi; che se io ne incontrava alcuna non aperta, ciò mi dava speranza che dentro vi fosse il gimnetro. Spesso però la capsula, benchè chiusa, non conteneva altro che i semi, e qualche volta m'avvenne di trovare il gimnetro in capsula già fessa. Ma per lo più, ripeto, nelle piante non isfornite di gimnetri, io li trovava entro le capsule che restavan chiuse, quando già l'altre erano aperte per separazion delle valve.

L'animale occupa l'interna capacità di una valva, alla cui curvità ben s'adatta l'ovale suo corpo, l'altra metà è occupata da una materia gialla e trita, escremento dell'insetto che si sostentò consumando i semi. Per altro alcuna capsula dimostrò alcun residuo de' semi, e dell'interno tramezzo; m'occorse una capsula contenente due gimnetri ad un tempo.

Questi gimnetri, chiusi nelle dette capsule del verbasco, vi comportano gli ardori della state, i rigori del verno, sopiti in tal letargo che sembra anche procedere da quel loro stato di reclusione: al trarli fuori del loro carcere stanno un cotal poco immobili, poi si riscuotono e si danno a camminare: giova a ravvivarli il fiatare sovr' essi. Il gimnetro di primavera è assai più vispo; mantenuto in luogo chiuso non dura a lungo, e muore.

I primi gimnetri che trassi da capsule di verbasco, furon raccolti ai primi di settembre, in tempo caldo, dopo lunga siccità, e da verbaschi situati in luogo arido e solatio; ne raccolsi poi anche nel dicembre e gennajo seguente, dopo forti geli, e nondimeno, tratti fuori delle lor capsule, si riscossero a vita. Da capsule poi conservate in casa li estrassi vivi anche nei mesi seguenti.

La pianta del verbasco, inaridita nell'autunno, cade a terra e si consuma, e in allora i gimnetri devono alfine trovar modo di uscire dai loro carceri e

insinuarsi nella terra, per ritornar poscia alle piante di verbasco novello, e affidar l'ova agli ovarj delle medesime ai tempi della fioritura.

Dalle cose discorse risulta che il *gymnætron campanulæ* non è il *curculio campanulæ* di Linneo, e deve essere altrimenti denominato: e che quest'insetto ne dimostra, nel perfetto suo stato, un singolare esempio d'incarcerazione e torpore.

# SULL' OMONIMIA DE' FIUMI

## DELL'ITALIA SETTENTRIONALE E DI QUELLI DELLA FRANCIA

## Memoria

DELL' INGEGNERE ELIA LOMBARDINI

Letta nell' adunanza del giorno 11 dicembre 1861.

Sul terminare dello scorso anno academico, dopo che l'onorevole dott. Rossi ebbe ad intrattenere l'I. R. Istituto colla lettura della prima parte di una erudita Memoria contenente una serie di quistioni istoriche intorno agli antichi Italiani in rapporto ai monumenti recentemente scoperti, diedi un breve cenno di alcune indagini fatte ne' miei studi idrografici, dalle quali risultava la corrispondenza dei nomi di molti fiumi della Francia e di quelli dell'Italia settentrionale, fatto che poteva avere qualche relazione coll' argomento di quella Memoria. In allora l'elenco degli omonimi si limitava a circa quaranta fiumi dell'Italia, ma dietro ulteriori ricerche esso si è accresciuto a molti doppi. Ciò poi che viene a riescire tanto più interessante si è che un numero considerevole di tali nomi gallici o celtici incontrasi in regioni nelle quali dopo i più recenti studi storici sarebbesi escluso il soggiorno di popoli di quella razza.

A fine di porgere qualche idea del grado di confidenza che merita il mio lavoro e della maggior estensione di che può essere tuttavia suscettibile, accennerò innanzi tutto le fonti alle quali ho attinto.

Le grandi e pregevolissime carte topografiche pubblicate dall'I. R. Istituto Geografico pel Regno Lombardo-Veneto e pei Ducati di Parma e Modena, le quali vanno ora estendendosi ai territorj Pontificio e di Toscana, mi sono state di molto giovamento. Avrei soltanto desiderato in esse i nomi di che sono man-

canti molti torrenti e valli, e che potevansi sicuramente ricavare dalle mappe censuarie, le quali in generale servirono alla confezione di quelle carte, in quanto concerne il loro dettaglio. Pel Piemonte e per una parte della Francia mi sono prevaluto della recente carta della Svizzera di Woerl, di quella delle Alpi occidentali pubblicata nel 1831 dal prefato I. R. Istituto Geografico e di un foglio in iscala pressochè eguale della Francia meridionale. Ma pel rimanente della Francia dovetti limitarmi a consultare sole carte generali. Altrettanto ho dovuto fare per le Isole Britanniche, ove ho estese le mie ricerche, siccome sede esse pure della razza celtica, giovandomi però in pari tempo di copiosi dizionarj geografici e di opere sulla navigazione interna di quei paesi.

Qualora mi fosse dato di consultare anche per essi altre carte maggiormente dettagliate, è verisimile che abbia a rinvenire gli omonimi di molti fiumi, i cui nomi sembrano essi pure di origine gallica o celtica. Tali parrebbero per esempio nella Valle del Po, *Nura*, *Lura*, *Panaro*, *Molgora*, *Margorabbia*, *Tresa*, *Melezza*, ec.

Pel confronto dei nomi mi sono in generale attenuto piuttosto al loro suono, che non sia alla loro ortografia, avendo eziandio speciale riguardo ai nomi volgari o dei dialetti, che dovrebbero maggiormente approssimarsi al nome originario.

Nel Prospetto generale qui unito si indicano i nomi gallici cui si contrappongono gli omonimi italiani, con annotazioni a piè di pagina, ove principalmente si accennano anche quelli delle Isole Britanniche e della Spagna settentrionale.

Esaminando ora la regione dell'Italia nella quale s'incontrano que' nomi celtici o gallici, vedesi al di qua dell'Apennino estesa a tutta la Valle del Po ed inoltrarsi per una parte nel Veneto oltre al Tagliamento, e per l'altra al confine della Gallia Cisalpina presso Rimini, dopo il qual punto se ne scorgono alcuni ancora sul litorale dell'Adriatico fino ad Ancona. Per tutta la valle del Po, che termina coll'Adige, tali nomi si vedrebbero applicati anche ai fiumi maggiori; ma avanzandosi nel territorio Veneto si limiterebbero generalmente ai soli influenti secondarj e s'incontrerebbero in minor numero.

Se la cosa si contenesse entro gli estremi preaccennati, potrebbe supporsi che l'origine di tutti que' nomi fosse posteriore all'invasione dei Galli, avvenuta sotto la condotta di Belloveso ai tempi di Tarquinio Prisco. Ma, partendo dalla Lunigiana, e precisamente dalla Magra, e seguendo il versante occidentale dell'Apennino fin dove estendesi la Toscana, troviamo colà pure in numero considerevole nomi di fiumi indubbiamente gallici, de' quali presento un Prospetto parziale in appendice a quello generale summentovato.

Quantunque poi non siensi ritrovati i loro omonimi gallici, pure parrebbero tali anche quelli dei seguenti fiumi della Toscana: *Greve*, *Agna*, *Graina*, *Farma*, *Sterza*, *Trezza*, *Malena*, *Levisane*, *Resco*, *Roglio*, *Pesa*, ec.

Mentre perciò si può dire che tanto per la valle del Po, quanto per la Toscana, i nomi della più parte de' fiumi che costituiscono il sistema idraulico di quei paesi sono gallici o celtici, inoltrandosi invece al di là del confine di questa verso il Tevere nell'Italia meridionale, essi cessano del tutto, meno qualche rara eccezione da considerarsi siccome accidentale.

Per tal modo verrebbe provato che indubbiamente la Toscana è stata un tempo occupata da una popolazione celtica. E ciò sembra aver avuto luogo, non già per semplice conquista, ma per immigrazione, colla contemporanea espulsione dei precedenti abitatori di quel paese, in guisa da cancellarsi quasi ogni traccia dei nomi de' luoghi e dei fiumi, che vennero di poi dati dai nuovi occupanti.

Quei popoli rozzi non potevano penetrare colà dalle regioni donde partirono senza seguire la via più facile di terra quale si è la valle del Po, che dovrebbe essere stata occupata per la prima. La valle della Sieve, ove maggiormente frequenti sono i nomi gallici, potrebbe essere quella per la quale essi effettuarono il passaggio dalla Valle del Po alla Toscana.

Consultando le storie, vediamo rendersi potenti gli Etruschi in Italia circa dodici secoli avanti l'era cristiana, contemporaneamente cioè alla guerra trojana, ed occupare la Toscana intorno a quel tempo dopo averne espulsi gli Umbri, che si ritirarono nelle più alte regioni dell'Apennino e sul versante orientale di questo, luoghi che conservarono in parte il nome di Umbria.

Gli Etruschi estesero di poi il loro dominio nella Valle del Po, ove fondarono ragguardevoli città e lasciarono tracce dell'incivilimento che essi vi apportarono insieme alla conquista. Sei secoli circa innanzi l'era cristiana ne vennero quindi espulsi dai Galli colla preaccennata invasione sotto Belloveso, conservandosi per altro nel possesso della Toscana. E siccome si ha la certezza che i nomi gallici dei fiumi di questa non vennero dati dagli Etruschi, ne consegue che o gli Umbri, od i predecessori degli Umbri, dovessero essere di razza celtica (*).

Tutti gli storici concorrono ad indicarci gli Umbri siccome un popolo potente che aveva estesa la sua dominazione oltre l'Apennino nella Valle del Po. Gli

(*) Qualora la mia proposizione non si ammettesse in questi termini, dirò che gli Umbri, od i predecessori degli Umbri, erano della stessa razza di que' popoli che diedero il nome alla più parte dei fiumi della Francia e della valle del Po.

eruditi per altro, all'appoggio di iscrizioni attribuite agli Umbri, escluderebbero ora l'idea che essi fossero di razza celtica, dacchè il loro linguaggio si approssimerebbe a quello di altri antichi popoli d'Italia. Quando ciò fosse, gli Umbri, che gli Etruschi scacciarono dalla Toscana undici secoli avanti l'era cristiana, avrebbero dovuto alla loro volta, o scacciarne anteriormente la popolazione celtica che li precedette e che diede il nome ai fiumi di quel paese, o sovraporsi ad essa colla conquista in guisa di cancellare uno de' più distintivi caratteri nazionali, quale si è quello del linguaggio.

Estraneo agli studj storici che si richiedono per simili ricerche, lascio agli eruditi la decisione, se fia possibile, di questo punto, il quale risguarda epoche cotanto remote per cui finora non si hanno che semplici congetture. A me basta di avere rilevato un fatto che verrebbe, se non a provare, almeno a dimostrare con ogni verisimiglianza esservi stata nell'Italia settentrionale altra invasione dei Galli o Celti di lunga mano anteriore a quella avvenuta sotto Belloveso e che alla prima possano in gran parte attribuirsi, non solo i nomi de' fiumi e de' luoghi, ma l'origine eziandio di molti popoli de' quali non rimase alcuna memoria positiva, e che taluni chiamarono col nome generico di Aborigeni.

*Prospetto generale dei fiumi omonimi della Francia e dell' Italia settentrionale.*

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici. | Italiani. |
| *Adou.* Agout e Tarn. | *Adana.* Chiese ed Oglio. |
| *Adour.* Pirenei occid. | *Adda.* Po. |
| *Aude.* Pirenei occid. | *Adige.* Adriatico. |
| *Olde.* Alta Loira. | *Audena.* Magra. |
| *Agout.* Tarn e Garonne. | *Agozza.* Tagliamento. |
| *Ain.* Rodano. | *Enna.* Brembo. |
| | *Anio.* Serchio. |
| *Aire.* Arve e Rodano. | *Era.* Arno (1). |
| *Airon.* Loira. | |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici | Italiani. |
| *Are.* Isère. | |
| *Ayr.* Aisne. | |
| *Aisne.* Oise. | *Esino.* Adriat. presso Ancona. |
| | *Esino.* Lario presso Varenna. |
| *Aisse.* L. di Bourget. | *Esse.* Chiana a destra. |
| *Esse.* Mosella. | *Esse.* Id. sinistra. |
| *Ance.* Allier. | *Anza.* Toce. |
| *Ance.* Loira a destra. | *Anza.* Tagliamento. |
| *Ance.* Id. sinistra. | *Anzola.* Ceno e Taro. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| GALLICI. | ITALIANI. |
| *Anze*. Garonna. | *Anzano*. Arno. |
| | *Enza*. Po. |
| | *Ensi*. Evola ed Arno. |
| | *Lanza*. Olona (2). |
| | *Lanza*. Chiarso e Tagliamento. |
| | *Lanzo*. Ombrone marit. |
| *Ardre*. Normandia. | *Arda*. Po (3). |
| *Ardèche*. Rodano. | *Ardo*. Piave, destra. |
| | *Ardo*. Piave, sinistra. |
| *Arnon*. Cher. | *Arno*. Toscana (4). |
| *Larn*. Touré ed Agout. | *Arno*. Milanese. |
| | *Arno*. Sarca e L. Benaco. |
| | *Arnano*. Mersa ed Ombrone. |
| *Aron*. Loira. | *Arrone*. Medit. fra la Fiora e la Marta. |
| *Arros*. Adour. | *Arosio*. Mediter., Riviera di Genova. |
| *Arroux*. Loira. | |
| *Arve*. Rodano. | *Arbia*. Ombrone. |
| | *Arbiola*. Arbia. |
| *Asse*. Durance. | *Assa*. Astico e Bacchiglione. |
| *Asse*. L. Lemano a Nyon. | *Asso*. Orcia ed Ombrone. |
| | *Assola*. Boile e Piave. |
| *Aure*. Eure. | *Aurena*. Alto Po. |
| *Auron*. Evre e Cher. | *Orolo*. Bacchiglione. |
| *Auray*. Oceano, Morbihan. | |
| *Auze*. Allier. | *Ausere*. Cismone e Brenta. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| GALLICI. | ITALIANI. |
| *Ose*. Lot. | *Auser*. *Oser*, antico nome del Serchio(5). |
| *Lauze*. Gimone e Garonne. | *Auza*. Adriat. presso Rimini. |
| *Oise*. Senna. | *Osa*. Medit. fra l'Ombrone e l'Albegna. |
| | *Ozzole*. Senio. |
| *Auzon*. Sorgue, Valchiusa. | *Osone*. Mincio. |
| *Ausson*. Rodano. | |
| *Avence*. Garonna. | *Avanza*. Degana e Tagliamento. |
| *Avençon*. Rodano. | *Avenza*, Lavenza. Mediterraneo. |
| | *Avesa*. Torrentello che attraversa Bologna. |
| | *Avesa*. Adriat. presso Rimini. |
| | *Avis*. Adige. |
| | *Avio*. Oglio superiore. |
| | *Avo*. Bul e Tagliamento. |
| | *Avanella*. Elsa ed Arno (6). |
| *Beuvron*. Yonne. | *Beverone*. L. di Varese. |
| *Bèbre*. Loira. | *Bevera*. Olona. |
| | *Bevera*. Lambro. |
| | *Bevana*. Adriat. Romagna. |
| *Bienne*. Ain e Rodano. | *Biena*. Arbia ed Ombrone. |
| *Bienne*. Lago emissario di quello di Neuchâtel. | |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici. | Italiani. |
| *Boué*. Dip. del Nord. | *Boca*. Lambro. |
| *Bau*. Pirenei. | *Boa*. Cordevole e Piave. |
| | *Boesio*. L. Verbano. |
| *Bréze*. Tarn e Garonna. | *Breggia*. L. Lario. |
| *Brèzon*. Truyère e Lot. | |
| *Boureze*. Dordogna. | |
| *Bréche*. Oise. | |
| *Bricé*. Loira. | *Brìcio*. L. Ceresio. |
| *Briance*. Vienna. | *Brianza*. Colle e territorio del Milanese. |
| *Cèze*. Rodano. | *Ces*. Cismone e Brenta. |
| | *Chiese*, volg. *Ces* e *Sces*. Oglio. |
| | *Sesia*. Po. |
| *Cère*. Dordogna. | *Seria*. Oglio. |
| *Ciron*. Gironda. | *Serio*. Adda. |
| *Sièrre*. L. di Bourget. | *Acquaseria*. L. Lario. |
| *Serre*. Oise. | *Zero*. Marca Trivigiana. |
| *Seran*. Rodano. | *Zerra*. Pianura Bergamasca. |
| *Cher*. Ille et Villaine. | *Cherio*. Oglio. |
| *Cher*. Loira. | *Chero*. Chiavenna e Po. |
| *Cheran*. Fier e Rodano. | *Cherasca*. Dora Baltea. |
| *Chiers*. Mosa. | |
| *Couze*. Dordogna. | *Cosa*. Tagliamento. |
| *Couze*. Allier. | *Cosia*. Lario presso Como. |
| *Couze*. Id. | *Cosio*. Adda super. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici. | Italiani. |
| *Dège*. Allier. | *Dese*. Pianura Trevigiana. |
| *Diège*. Dorgogna. | *Diezze*. Retrone e Bacchiglione. |
| *Deisse*. Sièrre e L. di Bourget. | *Dezzo*. Oglio. |
| *Dorme*. Alta Sonna. | *Orme*. Arno (7). |
| *Dore*. Puy de Dome. | *Dora Baltea*. Po. |
| *Dorin*. Saône. | *Dora Ripaira*. Id. |
| *Doron*. Isère. | |
| *Douron*. Côtes du Nord. | |
| *Dordogne*. Gironde. | *Dardagna*. Panaro. |
| *Dourdon*. Tarn. | |
| *Doubs*. Saône. | *Dobbia*. Sesia. |
| *Doulon*. Allier. | *Dolo*. Secchia. |
| *Doulou*. Lot. | |
| *Dropt*. Garonne. | *Drove*. Elsa ed Arno. |
| | *Trove*. Ambra ed Arno. |
| *Drouenne*. Ain. | *Drovana*. Tresa. |
| *Erdre*. Loira. | *Ledra*. Tagliamento (8). |
| | *Ledro*. Lago inf. del Benaco. |
| | *Ledrone*. Zelline. |
| *Ernée*. Mayenne. | *Erno*. Verbano. |
| | *Lerna*. Panaro (9). |
| *Elz*. Reno a destra nella selva Ercinia. | *Elsa*. Albegna e Mediterraneo. |
| | *Elsa*. Arno. |
| | *Elsa*. Sieve ed Arno. |
| | *Elzana*. Ombrone ed Arno. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| GALLICI. | ITALIANI. |
| — | — |
| *Esteron*. Varo. | *Stirone*. Taro e Po.<br>*Strone*. Oglio.<br>*Strona*. Toce.<br>*Strona*. Ticino.<br>*Strona*. Dora Baltea.<br>*Astrone*. Chiana. |
| *Evre*. Cher. | *Evola*. Arno (10). |
| *Gard*. Rodano. | *Garda*. Lago. |
| *Gardon*. Gard. | *Garda*. Scolo del Bolognese. |
| *Gardonelle*.Dordogna. | *Gardone*. Mella. |
| *Garonne*. | *Carona*. Rio Torto e Po.<br>*Caronna*. Scolo del Pavese.<br>*Carrone*. Mesehio nel Bellunese. |
| *Gave*. Nome generico di fiumi nei Pirenei. | *Gavello*, *Gabellus*, antico nome della Secchia. |
| *Gimone*. Garonna. | *Cismone*. Brenta. |
| *Glane*. Sarine ed Aar. | *Chiana*, *Clanis*, Arno e Tevere. |
| *Gland*. Rodano. | *Gleno*. Dezzo ed Oglio. |
| *Clain*. Lienne e Loire. | |
| *Grône*. Saône. | *Grona*. Tresa. |
| *Guironne*. Lesse e Garonne. | *Gurone*. Po. |
| *Hem*. Oceano; Passo di Calais. | *Ema*. Arno. |
| *Herault*. Mediter. | *Arali*. Livenza. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| GALLICI. | ITALIANI. |
| — | — |
| *Isson*. Marna. | *Izana*. Degano e Tagliamento.<br>*Isso*. Colatore del Cremonese detto anche Lisso. |
| *Isel*, presso Montbeliard. | |
| *Ysse*. Fra la Vesle e la Marna. | |
| *Lam*. Agout. | *Lamone*. Romagna. |
| *Laran*. Adour. | *Lario*. Lago. |
| *Lary*. Dordogna. | *Larice*. Padola e Piave. |
| *Larine*.Louve e Doubs. | *Larron*. Boile, Cismon e Brenta. |
| *Lave*. Lis. | *Lavia*. Pianura Veneta (11) fra il Corno ed il Cormor.<br>*Lavino*. Samoggia e Reno.<br>*Laverda*. Tesina e Bacchiglione.<br>*Lavajana*. Nure e Po.<br>*Lavagna*. Lambro.<br>*Lavezza*. Rodano di Reggio.<br>*Lavizzara*. Val Maggia. |
| *Leyre*. Oceano, dipart. della Gironda. | *Liro*. Adda superiore.<br>*Liro*. Lario.<br>*Liri* o Garigliano. Abbruzzi.<br>*Lirone*, o Nirone, fiumicello del Milanese.<br>*Liera*. Cordevole e Piave. |
| *Lers*. Arriège. | *Lierza*. Piave. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici. | Italiani. |
| *Lèsse.* Mosa. | *Borlezza.* L. d'Isèo. |
| *Leze.* Arriège. | *Lesina.* Adda superiore. |
| | *Lesina.* Brembo. |
| | *Lisina.* Lima e Serchio. |
| *Lis.* Passo di Calais. | *Lis.* Dora Baltea. |
| *Lison.* Doubs. | *Lisone.* Tidone e Po. |
| *Lison.* Bièvre ed Ain. | *Lisone.* Antico colatore del Milanese. |
| *Livenne.* Gironda. | *Livenza.* Veneto. |
| *Loire.* | *Lora.* Rio Cavo e Po. |
| *Loir.* Sarthe. | *Lora.* Astico e Bacchiglione. |
| | *Lora.* Sieve ed Arno. |
| | *Lora.* Agno presso Valdagno. |
| | *Lorina.* Chiese. |
| *Lot.* Garonna. | *Loto.* Chiana. |
| *Main.* Loira. | *Maina.* Mella ed Oglio. |
| *Mayne.* Sarthe. | |
| *Mare.* Loira. | *Mara.* L. Verbano. |
| *Mars.* Dordogna. | *Mara.* L. Ceresio. |
| | *Maira*, o *Mera.* Adda superiore. |
| | *Maira* o *Macra.* Po superiore. |
| | *Mareno.* Soligo e Piave. |
| | *Marano.* Adriatico presso Rimini. |
| | *Marecchia.* Id. |
| | *Marasso.* Bul e Tagliamento. |
| | *Marson.* Anzici e Piave. |
| | *Marodia.* Tagliamento. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici. | Italiani. |
| *Marne.* Senna. | *Marnia.* Arno. |
| *Mauleon* (*Gave de*). Pirenei. | *Molone.* Mella ed Oglio. |
| | *Mallone.* Po. |
| *Meuse.* Mosa. | *Moesa.* Ticino sup. |
| *Meise.* Isle. | *Muzza.* Antico fiume, ora grande canale irriguo del Milanese. |
| | *Muzza.* Fiumicello e scolo del Bolognese. |
| | *Moscia.* Sieve ed Arno. |
| *Nées.* Gave de Pau. | *Nesa.* Serio (12). |
| *Nès.* Idem. | *Nesso.* L. Lario. |
| *Nièvre.* | *Nievole.* L. di Fucecchio ed Arno (13). |
| *Oeil.* Cher. | *Oglio.* Volg. *Oi.* |
| *Olle.* Romanche ed Isère. | *Oja.* Arno superiore. |
| | *Olaro.* Ausore e Cismone. |
| *Ognon.* Vandéa. | *Ogna.* Serio. |
| *Oignon.* Sonna. | *Gogna.* Timonchio e Bacchiglione. |
| | *Agogna.* Po. |
| *Olonne* (*Sables d'*). Vandéa. | *Olona.* Milanese. |
| | *Olana.* Antico ramo del Po (14). |
| *Orbe.* L. di Neufchâtel. | *Orba.* Bormida e Tanaro. |
| *Orbiel.* Aude. | |
| *Orbien.* Pirenei orien. | *Dorba.* Trebbia. |
| *Orb*, *Orbier*, *Orbieux.* Herault. | |
| *Dourbie.* Aveyron. | |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici. | Italiani. |
| *Orle*, Lez e Garonna. | *Orlo*. Evola ed Arno. |
| *Orne*. Oceano. Calvados. | *Orno*. Fiumicello o scolo da cui derivò Colorno. |
| *Orne*. Sarthe. | |
| *Orne*. Moselle. | *Ornigo*. Piave. |
| *Ornin*. Alta Marna. | *Ornico*. Brembo. |
| *Dorne*. Dip. dell'Ardèche (15). | |
| *Ource*. Alta Senna. | *Orcia*. Ombrone marittimo. |
| *Ourcq*. Marna. | *Orco*. Alto Po. |
| | *Orca*. Timonchio e Bacchiglione. |
| *Pau* (*Gave de*). Adour. | *Po*. |
| | *Poja*. Oglio. |
| | *Poaggio*. Olona. |
| | *Podice*. Samoggia e Reno. |
| *Racon*, presso Epinal. | *Racone*. Reno presso Bologna (16). |
| *Reuse*. L. di Neuchâtel. | *Rosia*. Ombrone marit. |
| *Roseille*. Creuse. | *Rusio*. Adda sup. |
| | *Resio*. Oglio sup. |
| *Rhône*. Rhodanus. | *Rodano*. Crostolo e Po. |
| | *Rodano*. Colatore del Cremonese. |
| | *Ronna*. Pecora e Mediterraneo. |
| *Rille*. Senna inferiore. | *Ril*. Oglio. |
| | *Riglio*. Chiavenna e Po. |
| | *Riglio*. Grande colat. del Cremonese. |
| *Rhin*. Rhein. | *Reno*. Di Bologna (17). |
| | *Rino*. Serio. |
| | *Rino*. Dezzo ed Oglio. |
| *Rognon*. Marne. | *Rogna*. Adda sup. |
| *Sambre*. Mosa. | *Sambro*. Setta e Reno (18). |
| *Salambre*. Isle. | *Sambria*. Arno. |
| | *Zambra*. Id. |
| | *Ambra*. Id. |
| | *Ambra*. Ticino superiore. |
| | *Ambria*. Brembo. |
| | *Ambria*. Adda sup. |
| | *Lambro*. Po. |
| | *Lembrio*. Mella ed Oglio. |
| *Sarre*. Mosella. | *Saro*. Dora Baltea. |
| *Sarine*. Aar. | *Sarca*. L. Benaco. |
| | *Sarzana*. Cordevole e Piave. |
| *Sace*. Alta Garonna. | *Sacio*. Adriat. presso Cesena (19). |
| *Savasse*. Isère. | *Savena*. Reno. |
| *Savière*. Emissario del L. di Bourget. | *Saven*. Dora Baltea. |
| *Seiche*. Villaine. | *Secchia*, volg. *Seccia*. Po. |
| | *Sieci*. Arno. |
| *Selle*. Lot. | *Sella*. Reno. |
| *Selle*. Valencienne. | *Sile*. Pianura veneta. |
| *Seille*. Saône. | *Sillaro*. Romagna. |
| *Seille*. Mosella. | *Sillero*. Lodigiano. |
| | *Silane*. Brenta. |
| | *Sillico*. Serchio. |

| NOMI DE' FIUMI | |
|---|---|
| Gallici. | Italiani. |
| *Seimouse.* Sonna. | *Samoggia.* Reno. |
| *Seine.* Parigi. | *Senio.* Romagna. |
| *Seine.* Alta Vienna. | *Ceno, Cenedolo.* Taro. |
| *Seine, Seinette.* Ain e Rodano. | *Zena.* Idice, Romagna. |
| *Sert.* Isère. | *Serta.* Adda. |
| *Sarthe.* | |
| *Sère.* Manica. | *Sieve.* Arno (20). |
| *Sèvre.* Loira. | *Seveso.* Milanese. |
| *Sèvre.* Atlant. alla Rochelle. | |
| *Somme.* | *Somma.* Brembo. |
| *Sor.* Agout. | *Sorra.* Arbia ed Ombrone. |
| *Tarn.* Garonna. | *Taro.* Po (21). |
| *Tarare.* Saône. | *Tarca.* Tresa e Verbano. |
| *Tarnac.* Seugne e Charente. | *Tartano.* Adda sup. |
| | *Tartaro.* Pianura mantovana. |
| *Tannerre*, presso S.t Denis. | *Tanaro.* Po. |
| | *Tanara.* Allasi, Veronese. |
| *Thouré.* Agout. | *Torrite.* Serchio. |
| | *Tora.* Medit. presso Pisa. |
| *Thoron.* Vienna. | *Tora.* Tagliamento. |
| | *Torre.* Friuli. |
| *Tille.* Somme. | *Telo.* L. Lario. |
| *Thiel.* L. di Neuchâtel. | |
| *Tech.* Medit. Pirenei. | *Tesa.* Lago Pasino e Piave (22). |
| | *Tesola.* Degana e Tagliamento. |
| | *Tesina.* Bacchiglione. |
| | *Tesino*, o *Ticino.* |
| *Touche.* Arriège. | *Toce, Tos.* L. Verbano. |
| *Usse.* Rodano. | *Uso*, o *Rubicone.* Adriatico. |
| *Var.* Mediterraneo. | *Vara.* Magra. |
| *Varenne.* Mayne e Sarthe. | *Varo.* Oglio. |
| *Varèze.* Rodano presso Vienna. | *Vararo.* Boesio e L. Verbano. |
| | *Varone.* Lario. |
| *Vaire.* Vienna. | *Varina.* Val d'Aprica ed Adda. |
| *Vence.* Isère. | *Vincio.* L. di Fucecchio ed Arno. |
| *Vence.* Mosa. | |
| *Vençon.* Romanche ed Isère. | *Vincio.* Ombrone ed Arno. |
| *Vincon.* Vienne. | *Vingone.* Arno. |
| | *Vingone.* Chiana. |
| *Vire.* Oceano. | *Virasca.* Liro ed Adda sup. (23) |
| *Vonne.* Senna. | *Giona.* L. Verbano. |

## *Prospetto parziale dei fiumi della Toscana e dei loro omonimi celtici.*

| NOMI DE' FIUMI Italiani. | Gallici o Celtici. |
|---|---|
| *Litorale del Mediterraneo dalla Magra all' Ombrone* | |
| *Darnia.* Tor. Verde e Magra. | V. Arnon, Larn. |
| *Lanzana.* Id. | V. Ance. |
| *Vara.* Magra. | V. Vare, Varèze. |
| *Audena.* Id. | V. Aude. |
| *Avenza.* Medit. | V. Avence. |
| *Auser,* od *Oser,* antico nome del Serchio. | V. Auze. |
| *Anio.* Serchio. | V. Ain. |
| *Torrite.* Id. | V. Thouré, Thoron. |
| *Tora.* Maremme Pisane. | Id. |
| *Orcina.* Id. | V. Ource. |
| *Ronna.* Pecora e Mediterraneo. | V. Rhône. |
| *Valle dell' Ombrone marittimo.* | |
| *Ombrone.* Medit. | *Humber.* Inghilterra. |
| *Lanzo.* Ombrone. | V. Ance. |
| *Arbia.* Id. | V. Arve. |
| *Arbiola.* Arbia. | Id. |
| *Sorra.* Id. | V. Sor. |
| *Biena.* Id. | V. Biénne. |
| *Orcia.* Ombrone. | V. Ource. |
| *Asso.* Orcia. | V. Asse. |
| *Rosia.* Ombrone. | V. Reuse. |
| *Mersa.* Id. | *Mersey.* Ingh. Liverpool. |
| *Arnano.* Mersa. | V. Arnon. |
| *Dall'Ombrone al confine toscano.* | |
| *Osa.* Mediter. | V. Auze. |
| *Elsa.* Albegna e Mediterraneo. | V. Elz. |
| *Oltre il confine tra la Fiora e la Marta.* | |
| *Arrone.* Mediter. | V. Aron. |

| NOMI DE' FIUMI Italiani. | Gallici o Celtici. |
|---|---|
| *Val d'Arno.* | |
| *Arno.* Medit. | V. Arnon. |
| *Zambra.* Arno. | V. Sambre. |
| *Era.* Id. | V. Aire. |
| *Tosola.* Roglio ed Era. | V. Touche. |
| *Vincio.* L. di Fucecchio ed Arno. | V. Vence. |
| *Nievole.* Id. | V. Nievre. |
| *Evola.* | V. Evre. |
| *Ensi.* Evola ed Arno. | V. Ance. |
| *Orlo.* Id. | V. Orle. |
| *Elsa.* Arno. | V. Elz. |
| *Drove.* Id. | V. Dropt. |
| *Ansano.* Arno. | V. Ance. |
| *Orme.* Id. | V. Dorme. |
| *Sugana.* Pesa edArno. | *Suck.* Irlanda f.; Valsugana, Brenta. |
| *Ombrone.* Id. | Humber Ingh. |
| *Elzana.* Ombrone. | V. Elz. |
| *Vincio.* Id. | V. Vence. |
| *Marnia.* Bisenzio ed Arno. | V. Marne. |
| *Vingone.* Arno. | V. Vincou. |
| *Ema.* Greve ed Arno. | V. Hem. |
| *Sambria.* Arno. | V. Sambre. |
| *Sieci.* Id. | V. Seiche. |
| *Sieve.* Id. | V. Sève. |
| *Elsa.* Sieve. | V. Elz. |
| *Stura.* Id. | *Stour.* Ing. Avon (24). |
| *Lora.* Id. | V. Loire. |
| *Moscia.* Id. | V. Meuse. |
| *Ambra.* Arno. | V. Sambre. |
| *Oja.* Id. | V. Olle, Oeil. |
| *Val di Chiana.* | |
| *Chiana.* Clanis. | V. Glane, Clain. |
| *Esse* a destra. | V. Aisse. |
| *Esse* a sinistra. | Id. |
| *Lola.* | V. Lot. |
| *Vingone.* | V. Vincou. |
| *Astrone.* | V. Esteron. |

# NOTE.

(1) *Erc*, f. dell'Inghilterra nel Dewonshire; *Airc*, id. infl. dell'Humber.

(2) Sembra che *Lanza* derivi da *Anza* coll'aggiunta del suo articolo *L'*.

(3) *Arda*, Balkan nella Turchia Europea; *Ard*, L. della Scozia; *Arden*, f. della Siria.

(4) Secondo il Bullet (*Mémoires Celliques*) *arn* in cellico significherebbe *cavità*, *caverna* (Vedi Mazzoni Toselli. *Origine della lingua italiana*. Bologna, 1831).

(5) Sembra che da questo nome sia derivato quello di *Ozzeri* che nella pianura Lucchese bagnata dal Serchio si dà ai più grandi colatori.

(6) Secondo lo stesso Bullet (Mazzoni, Dizionario Gallo-Ital.) *Aven*, *Avon* in Brettone significherebbe *fiume*, *riviera*. Si ha un fiume *Avon* nell'Ingh. e tre se ne hanno nella Scozia. Vi è il f. *Aves* in Portogallo. Forse ne deriverebbe anche il nome di *Aves* dato nel Milanese al primo strato d'acqua sorgente che s'incontra sotto il suolo.

(7) *Dorme* in francese potrebbe derivare da *Rivière d'Orme*, frase usitata in Francia.

(8) *Ledra*, *Ledro* sembrano derivati da Edra, Edro, coll'aggiunta dell'art. *L'*. Edra poi parrebbe derivata da *Erdre* colla sincope della prima *r*, come vedremo praticato per altri nomi.

(9) V. là nota precedente.

(10) *Evre* sincopata, come alla Nota (8) si sarebbe convertita in *Eve*, derivandone il diminutivo *Evola*.

(11) Sembra che anche questi nomi derivino da *Aven*. Vedi nota (6).

(12) *Ness*: fiume e lago dell'Alta Scozia sulla direzione del gran canale Caledonico da cui trae il nome *Invernes*.

(13) Giusta la nota (8), *Nièvre* si sarebbe sincopata e convertita in *Nieve*, da cui sarebbesi derivato il diminutivo *Nievola* o *Nievole*.

(14) In contatto di questo ramo del Po ed a metà circa del suo corso havvi un borgo detto *Medelana*, che sembra derivare da *Media Olana*. Si potrebbe per avventura argnire che anche *Mediolanum* derivasse da *Media Olona*, per la circostanza che il fiume di tal nome a circa la metà del suo corso venne diverlito verso questa città. Ma siccome vi sono in Francia parecchi luoghi col nome di Milan e Melan, pare più naturale la derivazione da quei nomi gallici che non sia l'altra con modo latino.

(15) Vedi la nota (7) per la derivazione di *Dorne* da *Orne*.

(16) Il Mazzoni, opera cit., deriverebbe *Ravone* da *Avon*, riviera, e da *Ar*, articolo gallico sincopato in *r*.

(17) *Ren* in Brettone significherebbe *corrente* (Mazzoni, Dizionario Gallo-Ital.)

(18) Sembra che la radicale gallica sia *Ambro*, *Ambro*, convertita in Sambra e Lambro, coll'aggiunta degli articoli gallici sincopati *S*, *L*.

(19) Questi nomi sarebbero derivati da *Aven*, *Avon*, coll'aggiunta dell'articolo sincopato *S* (nota (6)) (Mazzoni, oper. precit.)

(20) La conversione di *Sevre* in *Sève* ed in *Sieve* sarebbe analoga a quelle di *Evre* e di *Nièvre* di cui alle note (10) e (13).

(21) Secondo il Bullet, *Tur* in gallico significherebbe impetuoso, e *Tur-Tur* ne sarebbe superlativo in quella lingua (Mazzoni, Dizionario precitato). Il *Turtaro* della pianura mantovana e veronese sarebbe però tutt'altro che *impetuosissimo*. Se *Dan* significa pure *corrente* e *Tur impetuoso*, il nome di *Turtano* troverebbesi meglio applicato al Torrente della Vallellina.

(22) *Tees* = Inghil. nel Cumberland.
*Teith* o *Teath* = Scozia.
*Tejo* o *Tago* = Portogallo.
*Tesino* = Territorio nel Tirolo italiano in Val Malève, infl. del Brenta.

(23) *Wear*, f. d'Inghilterra presso Durham.

(24) *Stour*. Id. Orwel. presso Harwich.
*Stour*. Id. Contea di Kent.

# NOTA AGGIUNTA

Letta nell'Adunanza del giorno 15 maggio 1842 dell'I. R. Istituto.

Allorchè presentai a questo Corpo accademico un Prospetto degli omonimi de' fiumi dell'Italia settentrionale e della Francia, notai come dovesse esser di qualche importanza il fatto da me accennato che molti di que' nomi s'incontravano nella Toscana. Imperciocchè ne inferiva che la loro origine sarebbe stata anteriore all'epoca in che gli Etruschi si impossessarono di quel paese, la quale risale prossimamente ai tempi della guerra trojana. Avendo di poi esaminate alcune carte dell'Asia, ho rilevato che parecchi di quegli omonimi trovansi nella parte media di essa, dal Caucaso al mare del Giappone, e particolarmente nel corso superiore de' grandi fiumi che, traendo ivi la loro origine, si gettano nel mar glaciale, quali sono l'Obi, il Jennissey, il Lena e nel bacino dell'Amur.

Sembra quindi che l'origine di una parte di que' nomi risalga ai tempi remotissimi ne' quali, giusta l'opinione generalmente ricevuta, le popolazioni dell'Asia di mezzo si versarono sull'Occidente.

Non sarebbe per altro tolto con questo, che la più parte di essi nomi avesse a derivare da successive emigrazioni di altri popoli che dall'occidente si gettarono sull'Italia anche anteriormente ai tempi storici.

Lasciando ai dotti la cura di discutere come ciò possa essere avvenuto, in relazione eziandio alla corrispondenza che per avventura vi fosse fra que' nomi e le lingue conosciute, mi limiterò, come di solito, alla semplice esposizione dei fatti, offrendo l'annesso Prospetto che si lega coll'altro di già presentato.

*Ghori.* Influente dell'Amou-Deria e del mare d'Aral. *Gorela.* Jennissey; *Goro*, *Gaurus*, antico ramo del Po.
*Ili.* Lago Tenghis; Ill, Reno.
*Kerin.* Amur; V. Cher, Cherio.
*Hora.* Amur; V. Aure, ecc.
*Lora.* L. Zereh nel Caboul. V. Loir, Lora, ecc.
*Nura.* Al sud dell'Obi, L. Kurgaldshin; Nura, infl. del Po.
*Olan.* China settentrion. *Oulon.* Jennissey. V. Oionne, Olona ed Olana.
*Onghin.* F. mediter. della Mongollia; *Onghe.* Amur; *Ongina*, Po.

*Oium.* Olekna e Lena; *Ouil*, steppe presso la foce dell'Ural; V. Oeil, Oglio, Oi.
*Orkhon.* L. Baikal e Jennissey; *Ourga*, idem; V. Oureq ed Oreo.
*Ourson*, *Ursu.* Amur. V. Ource.
*Ousa.* Petchora e mar Glaciale; *Ousen*, mar Caspio merid.; *Ouzei*, m. d'Aral. V. Auze, Osa.
*Ouda.* M. d'Okhotsk. V. Aude.
*Sinia.* Obi; V. Seine, Senio.
*Shara.* Mar Giallo; V. Sarre.
*Tara.* Irtisch ed Obi; V. Taro.
*Tes.* L. d'Aubsa, f. mediter. V. Tech, Tesa, Tesina e Tesino.
*Tora*, al sud del Caucaso; *Toura.* Obi; *Toro.* Amur; V. Thouré, Tora.
*Tous.* Caspio; V. Touche, Toec o Tos.
*Us.* Jennissey; Ussum. Amur. V. Usse; Uso.

CASO SINGOLARE

# DI VERTEBRE SOPRANNUMERARIE

## ARTICOLATE COLL' OSSO SACRO

Memoria

DI

LUIGI PORTA

Letta nell' adunanza dell' 8 gennajo 1852.

L' embrione umano nel suo sviluppo non procede sempre regolarmente, ma per cagioni d'ordinario sconosciute, declinando dal corso naturale, lascia nel corpo delle imperfezioni, le quali deformano, fanno impotenza, od essendo incompatibili colla vita, si rendono presto o tardi letali. Non avvi organo, o sistema, non tessuto duro o molle del nostro corpo, che non offra esempj di aberrazioni, mancando in totalità od in parte, eccedendo pel numero o la mole, o deviando dalla sede, dalla forma, o dai rapporti naturali. Cosicchè il numero delle anomalie e mostruosità primitive o congenite dell' organismo umano è grandissimo; e le medesime hanno dato luogo ad una scienza speciale, la quale sotto il nome di teratologia le ha raccolte e classificate secondo la qualità o la particolare maniera di formarsi del vizio. Per la verità, non sempre questi vizj disturbano l' economia animale, o fanno sconcezza palese, quando cioè non ledono le funzioni più importanti e giacciono nelle interne parti. Ma quando sono alla superficie, sebbene innocenti, portano quasi sempre delle deformità spiacevolissime, le quali è ventura, se in alcuni casi si ponno correggere mediante la protasi, o la chirurgía operativa. Non è quivi mio scopo di parlare delle anomalie in genere che deturpano il nostro corpo, nè dei mezzi che l'arte adopera per la cura, ma di far conoscere un caso singolare di vertebre soprannumerarie cresciute per vizio congenito dietro la pelvi e l'operazione che io ho intrapreso per la loro demolizione.

Una giovane contadina dell' isola di S. Antonio in Oltrepò, Maria Restelli, di 21 anno, entrò lo scorso maggio nella Clinica chirurgica di Pavia per un voluminoso tumore, il quale portato dalla nascita faceva risalto al di dietro dell' osso sacro. Questo tumore, come si scorge nella tavola I qui unita, era di forma emisferica, dell' altezza di sette, della circonferenza di 20 pollici, situato fra il coccige, l' orificio dell' ano e le tuberosità ischiatiche, rivestito della cute sana e composto palesemente di due parti: primamente, un grande osso di forma triangolare coll' apice sporgente, la base rivolta al bacino e l' angolo superiore della medesima articolato colla faccia posteriore del sacro: il secondo elemento era un tessuto molle, ossia una massa di adipe, che faceva la precipua parte del tumore e gli dava l' abito esteriore del lipoma. L' osso superficialissimo a sinistra avea una tale mobilità, che preso all' apice lo si poteva ripiegare da questo lato fino in contatto della natica corrispondente senza arrecare dolore o molestia all' inferma, mentre a destra l' adipe che lo rivestiva ne limitava il movimento e pareva insinuarsi entro l' escavazione della pelvi spingendo all' avanti verso il pube l' estremità inferiore dell' intestino retto e della vagina. La fanciulla, di media statura, di abito gracile e ben conformata di tutte le sue membra, godeva piena salute; gli organi del basso ventre, del bacino ed il midollo spinale fungevano debitamente; la mestruazione comparsa da più anni era regolare, ed i parenti non offrivano traccia dello stesso, o di altri vizj.

Il male considerato come anomalia di struttura era manifestamente un difetto primitivo di conformazione per sopra numero, trasponimento, o connessione abnorme di un osso ed esuberanza di grasso all' intorno; ma come argomento di patologia chirurgica io lo giudicai e feci denominare nella diagnosi per un osteolipoma congenito della pelvi. Niuno avea osato di mettervi mano, ritenendo il caso inoperabile. Considerata nulladimeno la grande mobilità dell' osso morboso alla sua congiunzione col sacro, la piccolezza della sua faccia articolare, come dimostra la tavola II e la mancanza di fenomeni nervosi, o d' altro genere, che facessero sospettare un rapporto della coda equina del midollo spinale o degli organi della pelvi col tumore, io ho opinato che l' operazione fosse fattibile non solo, ma si potesse forse tentare senza pericolo. D' altronde il vizio faceva una ributtante deformità, era in attualità di cresciuta, poteva divenire inoperabile e letale, e la paziente desiderava ardentemente di esserne liberata.

L' operazione intrapresa il 12 fu semplice e più facile che non si credeva. Con un taglio ellittico parallelo al diametro antero-posteriore del tumore si comprese tutta la pelle superflua che s' intendeva di esportare, si distaccarono

i lembi integumentali fino alle tuberosità ischiatiche ed alla faccia posteriore del sacro; quivi si disarticolò l' osso morboso, eppoi penetrando nell' escavazione della pelvi si demolì il lipoma fino in vicinanza della sua base. Alcune piccole arterie recise si torsero; non si riconobbe alcun nervo; non si offesero parti nobili, e la ferita, della lunghezza di sette pollici, venne riunita colla sutura nodosa. La donna eterizzata risvegliossi al momento della medicatura, ed avendo in seguito passati cinque giorni senza particolari accidenti ci lusingava a ragione del successo, quando improvvisamente per raffreddamento fu assalita da una pleuritide destra acutissima, di cui rimase vittima all' ottavo giorno.

L' esame del tumore e l' apertura del cadavere confermarono pienamente la diagnosi di un' osteolipoma, ossia di un osso morboso soprannumerario pendente dalla pelvi ed avviluppato a destra in una massa di grasso. L' osso principale preparato si vede in piccolo nella tavola II articolato al sacro; nella figura 1 della tavola III isolato e di grandezza naturale. Il medesimo rappresenta una grande vertebra di forma triangolare con un anello giganteseo terminato da una lunga apofisi spinosa: ma il lato posteriore che unisce le due estremità tondeggianti della porzione anulare e figura la base od il corpo dell' osso si compone di due processi ineguali, ricurvi a foggia di piccole clavicole e nel mezzo accavallati e fusi insieme pel tratto di alcune linee: di questi processi il superiore più gracile non era continuo, ma distava di una linea dalla branca corrispondente della porzione anulare, alla quale si univa per un fitto tessuto celluloso. L' articolazione si faceva per un lato da due piccole faccette rivestite di cartilagine, scolpite sull' estremità arrotondata della branca anulare superiore dell' osso nuovo; per l' altro lato, dagli orli destro e sinistro appianati della doccia sacrale vicino alla punta; laddove questa doccia è chiusa naturalmente dal legamento: e le facce erano congiunte per dei fasci di fibre legamentose, i quali vennero recisi all' atto dell' operazione; per cui nell' esame dei pezzi non si trovò che una traccia dei loro monconi. L' osso quivi descritto avea sei pollici di lunghezza alla sua base ed altrettanti o poco meno di altezza dalla metà di questa all' apice dell' apofisi spinosa. Nell' anatomia del tumore si discoprirono in mezzo all' adipe tre altre ossa minori, irregolari, lunghe da dodici a diciotto linee ciascuno, le quali parevano una ripetizione dei processi formanti la base dell' osso maggiore; e tutte queste ossa stavano unite fra loro mediante tenui bendelli legamentosi, come si vede nella figura 1 della mentovata tavola III. L' osso principale offriva la tessitura di un osso misto: rivestito di periostio, avea una corteccia sottile e dura di una tinta rossiccia come le ossa dei bambini; e la parte spongiosa era ricchissima di sangue, diradata ed in alcuni punti mancante: per cui sperato l' osso alla luce

si mostrava in questi luoghi semitrasparente. Le altre piccole ossa apparivano molli e con una corteccia sottilissima e pieghevole: che anzi questa in alcuni punti mancava ed il reticolo interno non era coperto che dal periostio esterno.

Lo scheletro esaminato nelle singole sue parti si trovò normale: la colonna vertebrale senza deformazione nè varietà di numero: invece nella pelvi l'osso innominato sinistro alquanto più piccolo del destro; il diametro antero-posteriore del distretto inferiore crescente di dodici linee; l'osso sacro della lunghezza di cinque pollici, quasi retto e composto di sei; mentre il coccige era atrofico e di due soli pezzi articolati fra loro e coll'apice del sacro nella maniera rappresentata dalle due ultime figure della tavola III. Ma questo apparente difetto del coccige veniva compensato dalla esorbitanza del sacro.

La colonna vertebrale sebbene risulti di una serie di trentadue o trentatre pezzi omologhi, compresi il sacro ed il coccige, ha pochissime aberrazioni primitive. Non contando i mostri acefali e composti, che offrono mancanza di una sezione, o moltiplicità dell'asse vertebrale, per le semplici anomalie le vertebre non presentano che qualche piccola varietà di numero in più od in meno; ed il vizio della spina bifida, ordinaria conseguenza dell'idrorachitide, ovvero dell'ernia primitiva delle meningi e del midollo. Negli animali si osserva talvolta la biforcazione della coda per la doppiezza del coccige, e tutti sanno che nelle lucertole e salamandre si può provocare ad arte questo scherzo. Ma nel genere umano rarissime volte si è trovato traccia di un secondo coccige, e vuolsi considerare come fenomeno straordinario, che in un individuo d'altronde ben costituito, per un'aberrazione eccentrica del processo vegetativo originariamente si producessero delle vertebre gigantesche paragonabili per la mole alle vertebre dei grandi animali mammiferi. In prova di che posso aggiungere, che nell'opera di Geoffroy Saint-Hilaire (1), la più vasta e compiuta di moderna teratologia che si conosca, ove sono recensite migliaja di vizj, di anomalie e di mostruosità congenite d'ogni maniera tanto dell'uomo che dei bruti, non si riscontra un caso che rassomigli al vizio surriferito della Restelli (2).

---

(1) Histoire générale et particulière des anomalies de l'organisation, etc. ou Traité de Tératologie. T. 3. Paris, 1832-1836.

(2) Ecco come il celebre Otto riassume brevemente tutti i vizj congeniti conosciuti della colonna vertebrale e delle vertebre (Lehrbuch der pathologischen Anatomie des Menschen und der Thiere B. I. S. 198. Berlin, 1830).

« La colonna vertebrale, essendo l'elemento più importante dello scheletro unicamente nei mostri più imperfetti manca in totalità e più spesso appena in parte: p. e. negl'acefali dopo la testa manca più o meno della colonna vertebrale secondo che avvi difetto del collo e di una parte del petto e del ventre. D'ordinario nei mostri con anencefalia le vertebre

Questo caso nulladimeno nel sistema del mentovato autore apparterrebbe al secondo ordine della quinta classe degli emiterj (Hémiteries), ossia alle

---

cervicali si trovano imperfettamente sviluppate, od in parte mancanti: in rarissimi casi di uomini ben costituiti si riconobbe il difetto di una vertebra cervicale. Nel vizio della spina bifida e della torsione della colonna, essendo d'altronde il corpo ben conformato, si rinvenne qualche vertebra dorsale o lombare di meno: talvolta l'estremità posteriore della colonna si vide difettare in tutto od in parte: ovvero minore il numero delle vertebre sacrali e coccigee. Ma più rara ancora è la maggioranza nel numero delle vertebre; eppoi l'eccesso è sempre di poco momento, perchè non si è mai riscontrato più di una vertebra eccedente: così in alcuni casi si trovarono 8 vertebre cervicali; e più spesso 13 vertebre dorsali, o 6 lombari nell'uomo: talvolta il sacro ed il coccige hanno una vertebra di più. In molti casi si è osservato nelle vertebre alterazione di volume e di forma. Nei mostri con anencefalia, idrencefalia ed idrocefalo, torsione e fissura della spina le vertebre appajono imperfette, fuse insieme, manchevoli di una metà, abbassate ec.: non di rado la colonna in essi ed anche negli adulti al confronto colle altre parti del corpo è assai corta: in un fanciullo d'altronde ben costituito si scoperse una mezza vertebra dorsale: e la vertebra lombare di un adulto non aveva una delle apofisi oblique e la metà corrispondente dell'anello: in una vacca l'undecima e la duodecima vertebra dorsale erano in parte doppie, offrendo ciascuna due lunghe apofisi spinose: la sesta cervicale di un uomo era contorta a spina: nell'atlante si riscontrarono più volte dei tubercoli abnormi articolati coll'occipite: eppoi la forma di questa vertebra sovente devia dallo stato normale; e le vertebre cervicali inferiori presentano spesso nei loro processi trasversi un secondo foro per un'arteria vertebrale accessoria. L'ultima dorsale imita in alcuni casi la forma delle vertebre lombari; e le apofisi spinose di tutte le dorsali sono nascoste. I processi trasversi delle lombari si mostrano alcune fiate assai lunghi: neppure è raro nell'uomo di trovare dei processi accessorj. L'osso sacro presenta molte varietà per la lunghezza, la larghezza e la sua curvatura: sovente la prima vertebra sacrale ad uno, o ad ambi i lati è disgiunta dalla seconda; ovvero simula la forma di una vertebra lombare. Anche nelle code rigenerate delle lucertole le vertebre non sono mai perfette e sogliono mancare dei processi. Talvolta le vertebre presentano una forma irregolare e varietà di grandezza nelle loro aperture. Una grave e frequente deformità delle vertebre tanto nell'uomo che nei bruti procede dalla così detta spina bifida, idrorachia ed idrorachitide: e qui l'autore numera le anomalie delle vertebre da questo vizio in tutte le sue fasi. Non di rado la colonna vertebrale per disposizione congenita offre delle curvature, o torsioni, di cui se ne conoscono quattro principali, la cifosi, la scoliosi, la lordosi e la rotazione della spina (Achsendrehung) ec.: le quali contorsioni della spina si osservano anche negli animali » ... « La pelvi nei mostri qualche rara volta si è vista mancare parzialmente, v. gr., del sacro, del coccige, di un osso innominato; e viceversa si è trovata talora doppia in totalità, od in parte e nella maniera la più svariata ».

Le aberrazioni congenite delle vertebre sono qui riferite dall'eruditissimo Otto sui testi citati di oltre novanta autori antichi, moderni e di tutte le nazioni: e siccome nella serie di tali aberrazioni non si trova il minimo cenno di un vizio analogo a quello da me sopra descritto, si può da questa prova arguire la rarità del medesimo.

anomalie per aumento di numero, che fa appunto il secondo ordine di detta classe: l'anomalia nel nostro caso era composta, perchè oltre la pluralità si rimarcavano il traslocamento delle parti, la deviazione della forma e la connessione abnorme delle medesime.

Le ossa soprannumerarie formanti il tumore appartenevano al *rachis*, ossia alla colonna vertebrale, da cui aveano mutuata la forma: e considerando che di tutta la colonna il solo coccige era piccolo, atrofico ed in due pezzi invece di tre o quattro che suole avere, e che la catena degli ossi accessorj si articolava verso la metà inferiore del sacro al di dietro e poco sopra il coccige, non si può a meno di riferire l'anomalia a quest'ultimo osso, e di riconoscere che nella Restelli il sacro alla sua punta si biforcava terminando con due coccigi, uno minore in due pezzi al sito naturale, l'altro colossale di quattro pezzi distaccati e deformi al di dietro ed al di sopra del primo; precisamente come spuntano non di rado dei denti e delle dita soprannumerarie accanto alle normali con errore di luogo, di forma e di volume. Ella è osservazione costante che gli organi parassiti e morbosi, i quali per eccesso di vegetazione nascono in seno alla macchina animale, imitano o rassomigliano gli organi naturali che avvicinano, e di cui perciò non sembrano che una ripetizione, onde si direbbe che lo sforzo vegetativo nell'incubazione di questi organi secondarj venga attuato e prenda l'indirizzo o l'impulso dall'organo principale adiacente, il quale predomina e probabilmente si è formato innanzi.

La ridondanza dell'adipe ossia il lipoma era una semplice complicazione od un'associazione dell'osteogenesi facilissima ad avvenire nei vizj congeniti delle ossa, dei vasi, della pelle, ec. Quando la nutrizione eccede in un organo, anche il tessuto cellulo-adiposo periferico vi partecipa e viene a formare un lipoma, che avviluppa o dà corpo al vizio dell'organo vicino. Tutto ciò per la teratologia: ed in quanto alla chirurgia operativa si è visto, che il tumore osseo non avendo che deboli legami colla pelvi e nessuna comunicazione collo speco vertebrale ed i nervi del midollo, potè essere agevolmente demolito ad un dipresso come si demolisce un dito soprannumerario. La complicazione accidentale del lipoma e la sua introduzione nella cavità del bacino resero l'operazione più grave senza togliere alla possibilità del successo, come si sperava e si potrà al certo riuscire in altri casi analoghi.

c
d
a
a
b
d
a
c

# DESCRIZIONE DELLE TAVOLE

## TAVOLA I.

Rappresenta in dimensioni minori del vero la parte deretana del tronco e della pelvi dell' inferma Maria Restelli per la dimostrazione dell' abito esterno della sede e dei rapporti del tumore.

*a a a:* periferia del tumore.

*b:* spina sporgente dell' osso soprannumerario.

*b c c:* parte ossea del tumore.

*d d:* lobi del lipoma formante la parte destra del tumore e penetrante nell' escavazione della pelvi.

## TAVOLA II.

Rappresenta la pelvi della Restelli colle ossa soprannumerarie, tutte minori del vero.

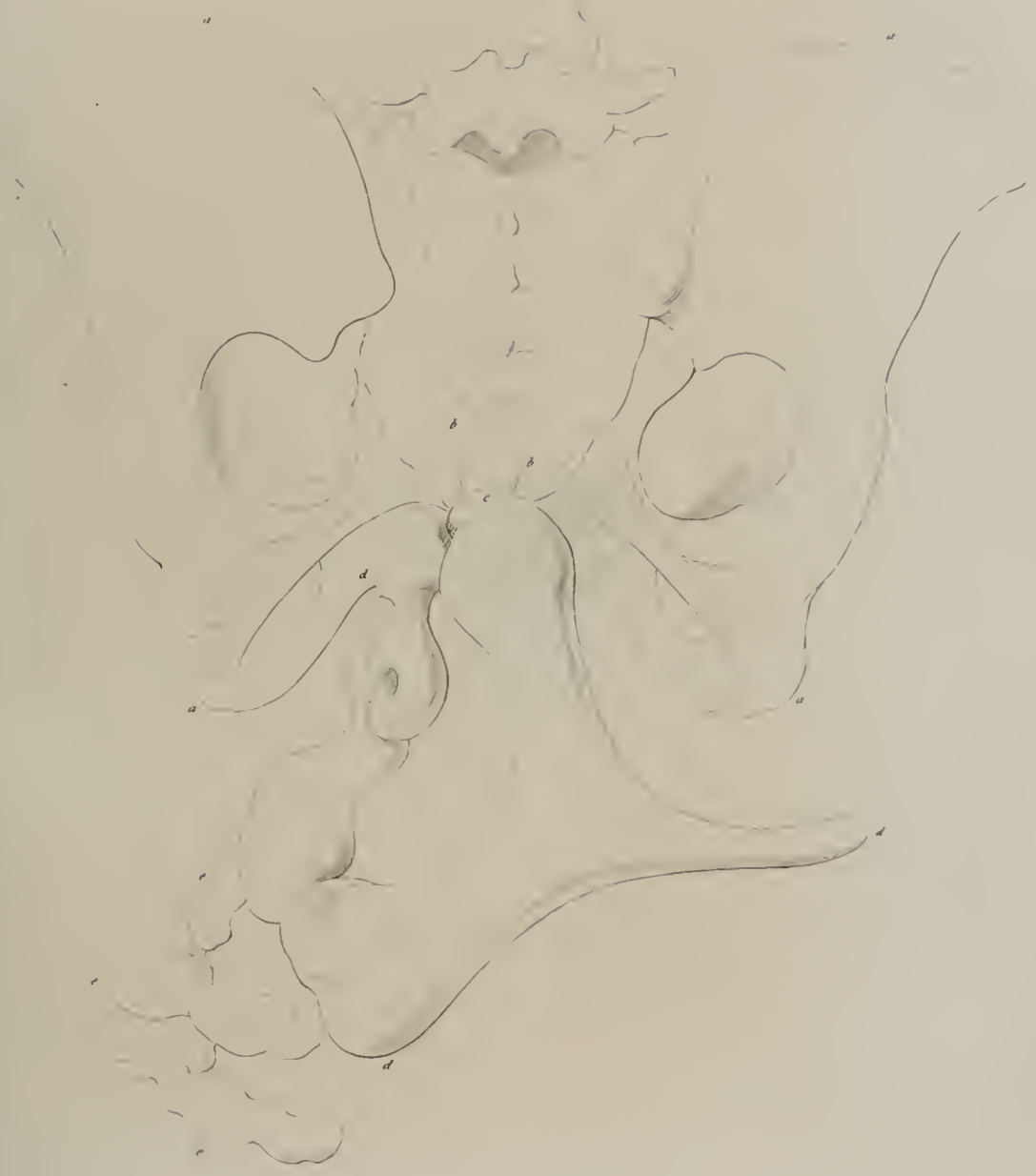
*a a a a:* scheletro naturale del bacino veduto dal di dietro.

*b b:* apertura naturale dell'estremità inferiore dello speco vertebrale chiusa da un legamento.

*c:* articolazione col sacro della grande vertebra soprannumeraria.

*d d d:* grande vertebra soprannumeraria come pendeva dall'osso sacro in seno al tumore.

*e e e:* tre piccole ossa amorfe unite fra loro e col precedente per mezzo di bendellini legamentosi. Queste ossa non erano pendenti come nella figura per renderli meglio ostensibili; ma giacevano a destra in linea orizzontale interamente sepolte nella massa dell'adipe.


a
a
b
b
c
d
a
a
d
e
e
d
e

a
Fig 1
a
b
c
d
a
e
f
Fig 2.
a
a
b
b
Fig. 3.
a
b
c

## TAVOLA III.

Rappresenta la catena delle ossa soprannumerarie ed il coccige articolato colla punta del sacro di grandezza naturale.

Fig. 1. Catena delle ossa soprannumerarie.

*a a a:* grande vertebra della lunghezza ed altezza di sei pollici.

*b c:* processi formanti la base al luogo del corpo dell' osso: questi processi di diversa mole ed incurvati a foggia di piccole clavicole accavalcandosi colla loro estremità interna sono continui e fusi insieme pel tratto di alcune linee: l'inferiore colla sua estremità esterna è pure continuo alla porzione anulare: ma l' estremità esterna del processo superiore non si unisce che per un fitto tessuto celluloso alla branca anulare corrispondente.

*d e f:* tre ossa minori le quali si avvicinano per la forma ai processi che fanno la base dell' osso maggiore. Il pezzo *d* è il più piccolo: *e* il più grande dei tre: e tutti e quattro stanno uniti per mezzo di bendellini legamentosi.

Fig. 2. Coccige veduto dal di dietro.

*a a:* estremità inferiore dell' osso sacro.

*b b:* coccige naturale composto di due pezzi.

Fig. 3. Il pezzo precedente veduto di profilo, onde mostrare il modo di unione del coccige col sacro e le curve, che il primo faceva.

*a:* punta del sacro sporgente in basso e scoperta dal coccige.

*b:* prima vertebra del coccige posta in linea quasi orizzontale, immobilmente saldata colla faccia posteriore dell' estremità inferiore del sacro ed interamente ripiegata all' indietro.

*c:* seconda vertebra coccigea mobile, piegata in giù e formante un angolo ottuso colla prima.

# DI ALCUNE OSSA SOPRANNUMERARIE MEN CONOSCIUTE DEL CRANIO UMANO

## Nota

DEL DOTT. ANDREA VERGA

Letta nell' adunanza 4 marzo 1852.

Il cranio umano offre non di rado dei pezzi ossei soprannumerarj, ordinariamente assai piccoli, chiamati da alcuni *ossa Wormiane*, da altri *ossa delle suture*. Codesti ossicini fanno sempre parte di ossa piane, ed ora trovansi soltanto da un lato, ora da un lato e dall'altro. Se ne trovano frequentemente lungo la sutura lambdoidea, più di rado lungo la sagittale e la squamosa, più di rado ancora se ne incontrano alle ali dell'osso sfenoide e alle ossa della faccia. Tale, se non m'inganno, è lo stato della scienza anatomica relativamente alle ossa soprannumerarie del cranio umano.

Avendo io dovuto, specialmente negli ultimi tre anni, portare la mia attenzione sopra una grande quantità di teschi d'individui morti alla Senavra, trovai nelle ossa formanti la base del cranio degli ossicini soprannumerarj, che se mai furono già avvertiti da altri, ciò che io ignoro, sono però assai rari. Non vi spiaccia pertanto che io qui gli accenni brevemente.

1.° In un teschio d'ignota persona trovai nelle due orbite la lamina piana dell'etmoide divisa per una sutura verticale in due parti, l'anteriore della quale formava una lista parallela all'unguis, della larghezza di circa un quinto della stessa lamina piana. Esso può considerarsi come un osso soprannumerario dell'etmoide. (Tav. 1, fig. 1, *a.*)

2.° Nel teschio di un idiota epilettico, morto di pleuropneumonite a 13 anni, alla punta delle piccole ali dello sfenoide riscontrai ben distintamente da una parte e dall'altra un piccolo osso romboidale. Sarebbe un osso soprannumerario delle piccole ali dello sfenoide. (Tav. 1, fig. 2, *bb.*)

3.° Nel teschio di un maniaco, morto di tubercolosi a 19 anni, avanti alle piccole ali dello sfenoide era da una parte e dall'altra un piccolo osso sopran-

numerario, quasi una terza e minima ala, interessante tutto lo spessore delle apofisi orbitali dell'osso frontale. (Tav. II, fig. 1, *cc.*) Non è raro di trovare ai lati della lamina cribrosa dell'etmoide delle isolette ossee, sparse specialmente lungo il margine interno dell'apofisi orbitale, ma ossa così grandi e simmetriche non ho trovato che in quest'individuo.

4.° Di maggiore sorpresa mi fu il trovar ossa soprannumerarie alla base del cranio, in una sutura che fa corrispondenza alla lambdoidea della vôlta, tra ossa di natura mista. E la mia sorpresa crebbe nel vedere che esse sono forse più frequenti che quelle della stessa sutura lambdoidea, e visibili d'ordinario con una certa simmetria da ambedue i lati. Senza di che io non avrei creduto queste ossa meritevoli di particolare descrizione.

L'osso dell'occipite ha la figura di una lamina romboidale curvata in sè stessa in modo che i suoi due angoli ottusi sieno laterali (Tav. II, fig. 2, *aa.*), e vadano ad incontrare la porzione mastoidea delle ossa temporali, e dei due angoli acuti uno sia superiore-posteriore e vada incontro alla sutura sagittale, formando così parte della vôlta, e l'altro sia anteriore-inferiore e s'unisca al corpo dello sfenoide per costituire il centro della base del cranio (Tav. II, fig. 2 *b*). De' suoi quattro lati i due superiori addentellandosi coi margini posteriori delle ossa parietali formano la sutura occipito-parietale, detta volgarmente *lambdoidea*, e i due anteriori articolandosi colla parte mastoidea e petrosa delle ossa temporali, formano la sutura occipito-temporale (Tav. II., fig. 2, *a b*), ch'io chiamerei *mista* per essere dentata nei tre quinti posteriori e *sui generis* nel quinto anteriore; oppure la direi *interrotta*, perchè lascia fra i tre quinti posteriori e il quinto anteriore una fenditura, chiamata *lacera-posteriore* (Tav. II, fig. 2, c), che dà passaggio alla maggior parte del sangue che ritorna dal cranio e a nervi di alto interesse. Il quinto anteriore di questa sutura occipito-temporale, che dicesi comunemente *sutura per armonia*, a me, come ho detto, pare una sutura *sui generis*, una sutura *ad incastro* o per *incuneamento*, giacchè l'apofisi basilare dell'osso occipitale a' suoi lati forma un margine sottile ed aspro, una crestolina irregolare che s'insinua in una fossa pur aspra ed irregolare che le vien mandata incontro dall'apice delle rôcche temporali (1).

È appunto in questa sutura *ad incastro* o per *incuneamento* che io trovai i nuovi ossicini che ora mi pregio di segnalare all'attenzione degli onorevoli Colleghi. Ed io credo siano costituiti da quello stesso margine aspro e sottile dell'apofisi basilare ossificatosi a parte e rimasto isolato tra l'apice della rôcca temporale e l'apofisi basilare dell'osso occipitale, che è quanto dire tra ossa di natura mista (Tav. II, fig. 2, *dd'*).

---

(1) L'apice della rôcca temporale dagli anatomici è piuttosto nominato che descritto. Non so chi v'abbia notata la disposizione di cui io parlo. Vedi (Tav. II, fig. 2, *e.*)

Vedendo quanto siano frequenti le ossa soprannumerarie lungo le suture dell'osso occipitale (giacchè, da quanto io ho detto e dirò, risulta che se ne trovano con particolare preferenza tanto a' suoi margini posteriori o parietali che ai margini anteriori o temporali, massime in vicinanza agli angoli acuti), bisogna inferire che se, come vogliono alcuni, tali ossa dipendono da un errore di ossificazione, l'osso occipitale sia quello che più d'ogni altro va soggetto a questo errore; o se colle medesime la natura intende di moltiplicare le suture a fine di favorire lo sviluppo dell'encefalo, e di rendere meno pericolosi i colpi che gli venissero portati, bisogna argomentare che la metà posteriore dell'encefalo abbia una speciale importanza. Checchè ne sia, la base del cranio non aveva minor uopo di tali ossicini per adattarsi allo sviluppo dell'encefalo che la vôlta, perchè il cervello non cresce soltanto nelle sue parti superiori, ma in ogni sua parte uniformemente ed anche ai lati e in basso. Nè aveva minor bisogno d'essere difesa da colpi esterni, giacchè tutti quelli che vengono portati al vertice si ripartiscono sulla curva parieto-temporale, e finiscono alla base e precisamente all'incontro dell'apofisi basilare col corpo dello sfenoide: e guai per l'uomo se la rôcca temporale non s'insinuasse tra le altre ossa a cuneo, e il suo apice urtasse direttamente e immediatamente contro quel punto!

Indagai a quale età e a qual genere di pazzia questi ossicini corrispondessero più frequentemente, ma non potei trarne alcuna conclusione significante. Ne trovai in individui di 15, 20, 30, 40, 50 e 60 anni, in idioti, in melanconici, in maniaci, in dementi, in paralitici, in epilettici, e tengo per fermo che in proporzione presso che uguale si troveranno anche in teschi di persone che furono sempre sane di mente.

Il chiarissimo prof. di Breslavia, Guglielmo Otto, nel suo prezioso opuscolo: *De varioribus sceleti humani cum animalium sceleto analogiis* (1839), a proposito dell'osso interparietale, ch'egli dice essere naturale e costante in parecchi animali (carnivori, didelfi, ghiri, cavalli) ed apparire per eccezione anche nell'uomo, riflette verificarsi lo stesso fatto quanto alle ossa della fontanella grande o anteriore e della fontanella di Casserio, apparire cioè per eccezione e preternaturalmente nell'uomo certi ossicini che sono naturali e costanti in altri animali; ma non ho visto nella base del cranio di molti animali che ho esaminati nulla di analogo e di riferibile alle ossa che formano il principale argomento di questa nota.

Le ossa soprannumerarie della base del cranio sono sempre piccole, e sebbene si possano in genere paragonare a prismi triangolari incurvati nel senso dell'apice della rôcca temporale, sono però di forma assai variabile, ma non mai piane. Quando sono intiere e bene sviluppate, rendono quasi immagine di

un' S corsiva lunga un pollice o poco meno, e larga da una linea ad una linea e mezza (Tav. II, fig. 3), e colla loro estremità posteriore-esterna, ordinariamente più grossa, concorrono a chiudere il foro lacero-posteriore al suo angolo anteriore interno (Tav. II, fig. 2 *d'*); altre volte hanno figura di un uncinetto più corto; oppure si risolvono in due o tre granelli irregolari. D'ordinario sono fragili, porose, leggiere, scheggiate; più di rado sono compatte. Qualche volta appajono a base di cranio intatta, e si vedono per di sopra e per di sotto chiaramente ballare nella indicata sutura ad incastro; altre volte sono più o meno nascoste dentro la fossa dell'apice della rôcca temporale, e si vedono a stento e bisogna scomporre le ossa della base. Più frequentemente esse sono fisse per un qualche punto ai lati dell'apofisi basilare, o dentro la stessa fossetta dell'apice della rôcca temporale, ove si vedono abbastanza ben disegnate senza poternele staccare. Tutte queste circostanze e condizioni variabili spiegano perchè finora siano rimaste inosservate o non calcolate. Possono infatto da alcuni anatomici essere state riguardate come scheggie o pezzetti saltati via dall'osso temporale o dall'occipitale nello sforzo di disunirli, o come parte integrante delle stesse ossa (1).

Sopra 221 teschi da me finora osservati, 35 mi hanno offerto cotali ossicini bene isolati e mobili nella detta sutura, ora da un lato solo, ora da ambedue, per cui posso dire che si incontrano una volta ogni 7 od 8 teschi. Se avessi a comprendere in tale calcolo quei teschi nei quali gli ossicini si presentarono

---

(1) Floriano Caldani ne' suoi *Nuovi elementi d'Anatomia* al cap. VII, ove tratta delle ossa wormiane e dei forami del cranio, parla d'un ossicino, già visto per la prima volta da Gio. Battista Cortesi, e poi da Riolano, da Winslow, da Zinn, da Meckel e da altri, *che frequentemente s'incontrerebbe presso l'interna estremità della piramide dell'osso temporale sul confine del canale carotico, fortemente attaccato alla meninge.* Il mio ossicino soprannumerario è all'interna estremità della piramide dell'osso temporale, ma non sul confine del canale carotico. Deve essere fortemente attaccato alla meninge, fors'anche si sviluppa tra quei prolungamenti che essa manda per le suture a confondersi col pericranio esterno, ma rimane in posto anche dopo levata la meninge. Del resto, quello che a parte avea già pubblicato il Caldani sulla storia, collocazione e figura di detto ossicino ne' suoi Opuscoli anatomici (Padova, 1803), finisce di persuadere che il medesimo non ha alcuna analogia col mio. Basti il dire che la scoperta del Cortesi fu creduta da Morgagni un'ossificazione dell'arteria carotide; che il Cortesi battezza il suo ossicino per un osso sesamoideo, nel che fu seguito da altri anatomici; e che il Caldani, che lo disse invece analogo alle ossa wormiane, pensa che la natura lo abbia dato per rinforzo delle pareti del seno cavernoso, per impedire cioè che la dura-madre corrispondente allo sbocco interno del canale carotico venga per qualsivoglia accidente depressa soverchiamente contro il sangue del seno cavernoso, e quel che è più, contro l'arteria carotide.

ben disegnati e abbastanza distinti ed anche un poco mobili per elasticità, ma ancor fissi per un tratto maggiore o minore all'apice della rôcca temporale in modo di riempirne la fossetta, ciò che è più frequente, o ai lati dell'apofisi basilare, dovrei conchiudere che un quarto circa dei teschi presentano gli ossicini soprannumerarj di cui io discorro. Aggiungasi che in alcuni teschi io trovai la sutura ad incastro aperta (Tav. II, fig. 2, *e*); trovai cioè l'intervallo di una linea e più tra il margine affilato dell'apofisi basilare e la fossetta dell'apice della rôcca, trovai in somma il posto degli ossicini e non gli ossicini, il che mi fa dubitare che essendo i medesimi stati assai liberi siano andati perduti nell'acqua di macerazione, o successivamente nel maneggiarli, ciò che di alcuni potei verificare. Se nel calcolo io valuto anche questi teschi, ancor maggiore diventa la proporzione di quelli che sono forniti de' miei ossicini, e posso portarli comodamente ad un terzo.

Io non volli chiamare i detti ossicini nè gli altri, di cui ho parlato prima, *ossa wormiane* per non ripetere una secolare adulazione, perchè Olao Wormio, da cui esse presero il nome, non è punto il loro scopritore; egli non ha altro merito che quello di avere notato sei ossa soprannumerarie nello stesso individuo e nella stessa sutura lambdoidea, e di averle descritte con esattezza (1). Già prima di lui, e lo stesso Wormio lo dice, era conosciuto un osso soprannumerario dispari, esistente alla parte superiore dell'osso occipitale, dove la sutura lambdoidea va incontro alla sutura sagittale.

---

(1) Ecco come lo stesso Wormio in una lettera diretta a Tommaso Bartolino (18 aprile 1640) descrive la sua scoperta: « Cum hic publice in secleto nostro tractatum parentis tui expli-
« carem, in cranio nostri sceleti, in ipsa sutura lambdoidea, sex inveni ossicula, tria qui-
« dem in dextra ejus linea, tria in sinistra, in utroque cranii tabulato tam exteriori quam
« interiori conspicua, ampliora et magis conspicua in interiori quam exteriori lamina, quæ
« ab aliis non memini observata aut descripta. In superficie convexa cranii minora appa-
« rent et suturæ dentibus majoribus dilatatis ita implicantur, ut nonnisi diligenter inspicien-
« tibus appareant. Horum infimum in hoc cranio ad processum mammillarem situm est,
« medium paulo supra, vix dimidii digiti intervallo, tertium longius aliquanto a secundo
« distat. Figuræ sunt variæ, triquetrae, ovalis, incertæ. In sinistro lambdoideæ ductu ma-
« jora quam in dextro: maximum pollicis unguem non superant. Inveni primum anno 1628,
« parente tuo adhuc in vivis, eique ostendi, qui mirabatur non animadversa a se aut aliis,
« eumque dubitaremus an peculiare esset huic cranio, alia lustravimus et invenimus sed
« magnitudine, numero et figura differentia ». Di sì gran mole è l'osservazione, che fece dire a Tommaso Bartolino nel panegirico di Wormio, aver questi dimostrato *compagem ossium humanorum artificiosam et ossicula per suturam cranii lambdoideam dispersa, veluti novas in microcosmo insulas, quæ in perpetuam tanti inventoris memoriam wormiana ossa, pace prosectorum, libuit appellare.*

e quest'osso dalla sua figura ordinaria era chiamato *triquetro*, nome che sbadatamente venne da alcuni anatomici esteso a tutte le ossa soprannumerarie del cranio umano di qualunque forma esse fossero. Che anzi? Se un passo di Galeno non è da me interpretato a sproposito, non solo l'osso triquetro, ma le altre ossa soprannumerarie che si riscontrano lungo la sutura lambdoidea sarebbero state note anche a' greci anatomisti (1).

Più espressivo e conveniente è il battesimo di *ossa delle suture* dato alle ossa soprannumerarie dai moderni, e rammenta la laconica definizione di ossa dei tendini data da Meckel alle ossa sesamoidee. Pure è da notarsi che, sebbene tali ossa si sviluppino ordinariamente lungo le suture o in vicinanza alle medesime, pure non si può dire che appartengano sempre a suture, altrimenti esse sarebbero molto meno frequenti alla vôlta che alla base del cranio, ove le suture sono assai più numerose e complicate. In molti casi è evidente che non sono le suture che si ossificarono, ma una porzione più o meno grande d'un osso che non si è debitamente fusa e incorporata col resto. Quando infatti l'osso triquetro dell'occipite è così grande da costituire la metà superiore della sua squama, a quale sutura lo riferiremo noi? A quale sutura riferiremo il quinto anteriore della lamina piana dell'etmoide rimasto distaccato dai quattro quinti posteriori della medesima, e l'estremità delle piccole ali dello sfenoide formante da ciascun lato un ossetto quadrangolare a parte? A quale sutura riferiremo la metà inferiore delle ossa nasali distaccata dalla metà superiore, come io ho verificato in un caso? A quale sutura l'osso *unguis* di Rousseaux o *piccolo unguis*, che, a mio avviso, non è che un ossicino soprannumerario delle ossa mascellari superiori?

Non si potrebbero neppur dire *ossa delle fontanelle*, perchè nella fontanella anteriore, che è la più grande e la più persistente, le ossa soprannumerarie si incontrano assai più di raro che nella fontanella posteriore e nelle laterali mastoidee. Del resto le fontanelle non sono altro che suture che tardano più delle altre ad ossificarsi.

---

(1) Anche Portal lasciò scritto che « Wormio si è reso più celebre in anatomia di quello « che meritava e che falsamente gli si accorda la scoperta delle ossa del cranio poste tra « i parietali e l'occipitale dette ossa *wormiane*, giacchè gli antichi le conobbero, Ander- « nach ne diede un' esatta descrizione, ed i medici della più remota antichità davan la « polvere di quelle ossa in molte malattie della testa ». Galeno poi nel suo trattato *De ossibus*, verso la fine del capo I.° ha queste precise parole: « Quintum os capitis, quod oc- « ciput etiam, lambdoide sutura cum suis additamentis atque ea etiam linea, qua hæc ipsa « additamenta junguntur, terminatur ». Che voleva egli intendere con quell'*additamenta* se non gli ossicini d'aggiunta o soprannumerarj che comunemente si chiamano *wormiani*?

Alcuni vecchi anatomici hanno dato il nome di *chiavi* alle ossa soprannumerarie del cranio, avendole paragonate all'ultima pietra che si pone per formare una vôlta e che dagli architetti appellasi *chiave* o *serraglia*. Ma questa denominazione fu giustamente abbandonata, e perchè riposa sopra imperfette idee fisiologiche, e perchè non è applicabile che alle ossa soprannumerarie che chiudono, per così dire, la vôlta del cranio.

Conservai dunque in questa mia Nota il nome di ossa *soprannumerarie*, perchè esprime almeno una qualità evidente ed essenziale, che è quella di accrescere il numero normale ed ordinario delle ossa componenti il teschio.

Fig 1ª

Vol. III. Tav. I.

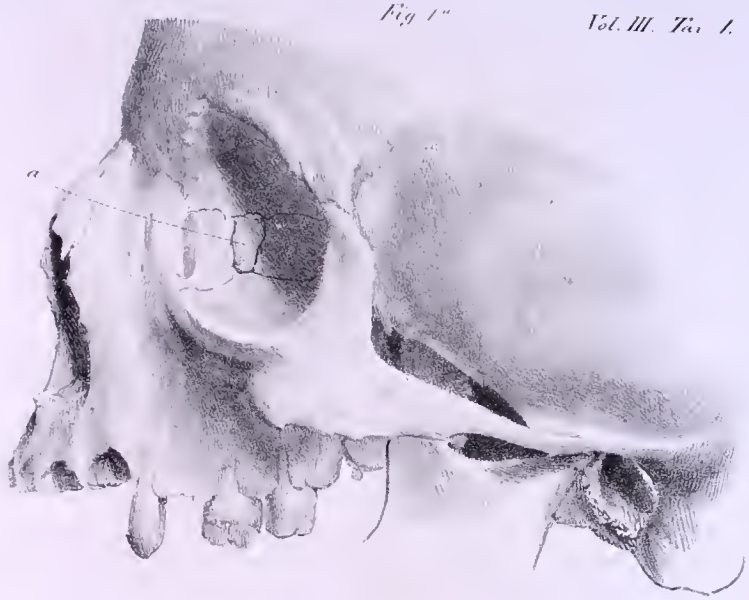



Fig 2ª

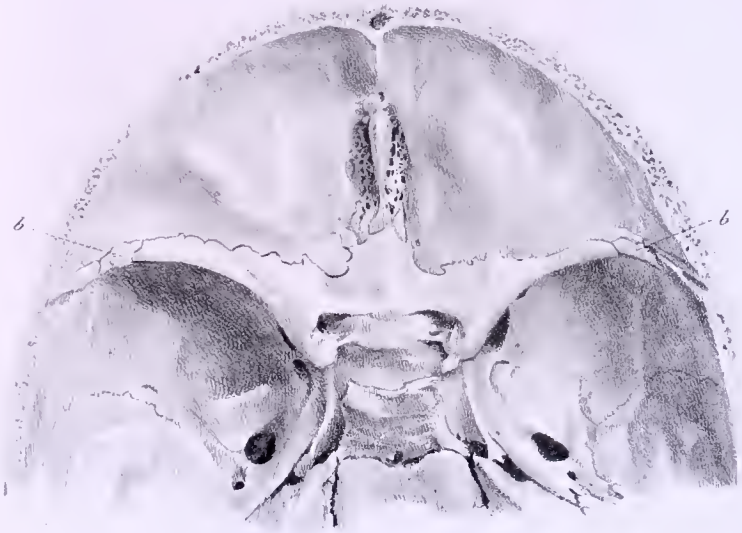
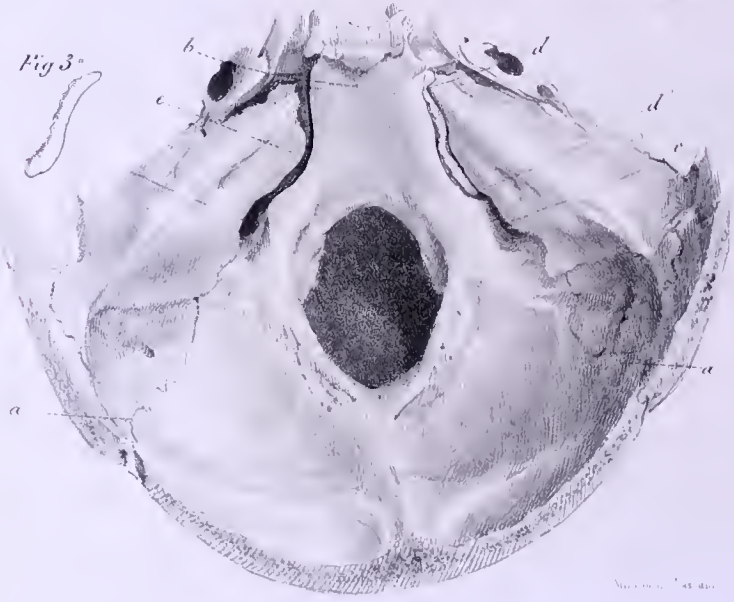



Fig 1ª

Vol III Tav. II.

Fig 2ª

Fig 3ª



# DELLA NATURA DEL CALCINO O MAL DEL SEGNO

## Memoria

DEL DOTT. CARLO VITTADINI

Letta nelle adunanze 18 marzo e 1.° aprile 1852.

## PREFAZIONE

*La malattia del* calcino *riconosce per causa unica ed assoluta la* Botrite Bassiana; *consiste cioè nell'atto vegetativo della detta mucedinea nel fluido circolante del baco da seta vivo, sotto l'influenza del qual atto esso muore, si mummifica e si calcina* (*a*).

Questo enunciato, che tutta in sè riassume la dottrina sul calcino, o mal del segno, ideata e pubblicata dal dott. Agostino Bassi, costituisce il principale argomento della presente Memoria, un sunto della quale Voi già l'aveste, chiarissimi Colleghi, nel *Risultato di alcuni esperimenti instituiti sul baco da seta, e sopra altri insetti, allo scopo di chiarire la vera natura del calcino.*

La teoria sul calcino, quale venne esposta dal dott. Bassi, non essendo appoggiata che a semplici induzioni razionali, quali egli seppe trarre con non comune avvedutezza dai molteplici e variati suoi esperimenti, non era tale da appagare interamente l'aspettazione di tutti i baconomi, mancando, specialmente in alcuni punti più vitali, del soccorso dei fatti. Lo stesso Bassi non pareva del tutto persuaso di quanto asseriva, mentre lasciava ai dotti ed alle persone intelligenti la cura di riconoscere con esperienze ben instituite, e ripetute, la verità dell'esposta dottrina. Questa teoria infatti, venuta appena alla luce, fu da ogni parte attaccata ed acremente combattuta, non ostante i replicati sforzi dell'autore a sostenerla.

Si incominciò da prima a contrastargli il merito della scoperta, attribuendolo al Foscarini (*b*). Si negò poscia che il fungo parassita, riconosciuto dal

(*a*) Vittadini. *Risultato di alcuni esperimenti*, ecc., inserito nel Tomo II, pag. 305 del Giornale dell'I. R. Istituto Lombardo.

(*b*) Lomeni. *L'innocuità e l'efficacia dei liscivi medicinali*, ecc. Milano, 1836, pag. 78-81.

Bassi come la causa unica ed assoluta della malattia, si svolgesse nel corpo del baco vivente, asserendo che esso, alla guisa delle altre muccdinee, non si sviluppava che sul di lui cadavere (*a*). E con ciò era dichiarata insussistente la dottrina stessa, giacchè in tal caso la botrite non veniva ad essere cagione, ma effetto della malattia (*b*).

Altri non potendo negare alla polvere botritica, ossia ai germi calcinici che cuoprono il cadavere dei bachi morti di calcino, la facoltà di comunicare ai bachi sani, mediante il semplice contatto, o coll' innesto, una identica malattia, considerarono i germi stessi non come fomiti reali del contagio, ma come semplici veicoli del contagio istesso (*c*).

Più innanzi dallo stesso seme calcinico, introdotto nel corpo dell'animale vivente, si volle derivata una alterazione speciale di determinati tessuti per la quale gli organi del baco venissero predisposti, dopo morte, allo svolgimento del suddetto crittogamo (*d*).

Nè mancò in fine chi, negando apertamente la contagiosità della malattia, considerò la botrite, ossia l' efflorescenza calcinica, come un puro fenomeno consecutivo alla morte del baco per calcino, e nulla più, lasciando del resto intatta la questione del come ciò potesse avvenire (*e*).

Vero è, che mentre in Italia si cercava con ogni mezzo di abbattere una dottrina che era costata tanto studio e fatica al proprio autore (*f*), in Francia all'incontro veniva dessa sostenuta e confermata dalle esperienze di Audouin, dalle ricerche del Montagne, e specialmente in quest' ultimi tempi dai bei lavori del Guérin-Méneville. Questo distinto naturalista, avendo comprovata col fatto la reale esistenza dei talli botritici, ed il progressivo loro sviluppo nel corpo del baco vivente affetto dal calcino, venne a mettere in piena luce la vera natura della malattia istessa, quale l'avea svelata il dott. Bassi; e la dottrina che questi ne diede sarebbe stata ormai sanzionata da tutti i baconomi e naturalisti, se le ipotesi, sôrte di recente, di una genesi spontanea della malattia indipendentemente dalla botrite (*g*), e di un primigeno sviluppo della botrite istessa indipendentemente dai germi botritici (*h*), non avessero di nuovo aperto il campo ad ulteriori discussioni e ricerche.

---

(*a*) Balsamo-Crivelli G., *Gazzetta Privilegiata di Milano*, 29 luglio 1835, Num. 210.

(*b*) Lomeni. *Del Calcino.* Memoria V, 1835; ed opera citata, pag. 17-18.

(*c*) Calderini. *Del mal del Segno*, ecc. *Ricoglitore italiano e straniero.* Milano, giugno 1835.

(*d*) Balsamo-Crivelli G. *Biblioteca Italiana*, Tomo LXXIX, pag. 123, non che in una Nota successiva pubblicata nello stesso tomo, pag. 427.

(*e*) Grassi. *Sul calcino*, ec. Milano, 1850. — *Appendice apologetica*, 1851, pag. 12.

(*f*) Lomeni. *Del Calcino.* Memorie IV, V e VI, ed op. cit.

(*g*) Grassi, loc. cit.

(*h*) Guérin-Méneville, *Revue de Zoologie*, 1849, Num. 11, pag. 565.

Questa Memoria espone nuovi fatti tendenti a comprovare, o meno, la verità di quanto venne detto pro e contro la dottrina del Bassi.

Ossequente ad un tanto scopo, io studiai da prima la pianta nelle diverse fasi del suo sviluppo, e specialmente nel suo modo di moltiplicarsi e di riprodursi fuori del corpo dell'insetto; la seguii poscia, mediante l'innesto delle sue sporule, nell'organismo istesso del baco vivente, notando i fenomeni tutti che precedono e che conseguono alla di lui morte sotto l'influenza dell'atto vegetativo della pianta istessa. Percorrendo quindi rapidamente quanto ha relazione coll'infezione naturale del baco, cioè gli atrii del contagio, l'incubazione e la durata della malattia, e le condizioni che favoriscono, o meno, lo sviluppo della stessa, posi fine al presente lavoro col discutere, sull'appoggio dei fatti già esposti, l'argomento della genesi spontanea della malattia, non già nell'intento di mostrarne l'erroneità, ma solo almeno l'insussistenza di tutti i fenomeni sui quali si fondarono i sostenitori della medesima nell'argomento che ci riguarda.

Con ciò oso credere, quando l'opinione mia non m'inganni, d'aver potuto confermare, coll'autorità e la costanza dei fatti, quanto il dott. Bassi venne pubblicando nella parte teorica del suo lavoro risguardante la cagione e la natura del calcino.

## Della Botrite Bassiana.

### *Descrizione.*

La botrite bassiana, perfettamente sviluppata, consta di due parti distinte: 1.° di filamenti basilari, o radicali, che restano immersi nel mezzo in cui cresce, e costituiscono gli organi della vegetazione; 2.° di filamenti o fiocchi liberi, superficiali, che emergono dal mezzo istesso, e costituiscono gli organi della fruttificazione.

Sono questi filamenti, veduti col microscopio, altrettanti tubetti, formati di una semplicissima membrana, continui o tramezzati, pellucidi, semplici o ramosi, e sì sottili da equiparare appena col loro diametro il quarto od il quinto di un centesimo di millimetro.

I filamenti che servono alla vegetazione della pianta portano il nome di tallo (*thallus*), ed il loro insieme quello di micelio (*mycelium*).

Il tallo della botrite, sviluppatasi liberamente entro un fluido qualunque, è sempre formato di filamenti o tubetti orizzontali, divergenti, sommersi, trasparenti, assottigliati leggermente dalla base all'apice, più o meno ramificati, retti

o tortuosi, senza anastomosi visibili, e senza articolazioni o nodi. La loro cavità è piena di granelli ovali, e non presenta tramezzi o sepimenti distinti.

Dal tallo o micelio sorgono gli steli liberi, o filamenti fruttiferi, costituenti l'efflorescenza botritica.

Questi steli, che provengono direttamente dalla estremità dei filamenti costituenti il tallo, e che emergono sotto varie direzioni dal mezzo entro cui hanno ricevuto il loro incremento, sono leggermente tortuosi, pressochè eguali nella grossezza dalla base all'apice, candidi, trasparenti, non articolati, e con tramezzi appena visibili (31) (*). Sono muniti superiormente di rami corti, divaricati, od ascendenti, alterni od opposti, semplici o suddivisi, e portanti al loro apice ottuso un numero indeterminato di semi, o sporule nude, distinte, riunite irregolarmente in altrettanti ammassi a foggia di grappoli. Questi ammassi di sporule, per la brevità dei rami che le portano, circondano in varj punti lo stelo principale a guisa d'anello; e ciò ha fatto credere a taluno che i rami istessi fossero verticillati.

Le sporule della botrite hanno una forma rotonda, vergente leggermente all'ovale, specialmente quando si esaminano ancora attaccate alla sommità dei rami, cioè poco dopo la loro uscita dai filamenti che le racchiudono. Il loro diametro non oltrepassa un quinto d'una centesima parte di millimetro; sono candide, semiopache, semplici, omogenee, senza nucleo distinto, ed in ragione della loro tenuità, alquanto pesanti. Coi reagenti si riconoscono leggermente acide, e trattate colla potassa caustica, svolgono ammoniaca.

*Sviluppo.*

Se si pone una sporula di botrite entro un liquido appropriato, ed in condizioni favorevoli, essa germoglia, tallisce e fruttifica nel breve spazio talora di 48 ore (70). Ordinariamente però impiega un maggiore spazio di tempo a percorrere tutte le suddette fasi del suo sviluppo, sul quale esercita la massima influenza il grado di temperatura e di umidità dell'ambiente in cui ha luogo. Le sporule della botrite, germogliando, emettono per lo più uno o due filamenti, i quali rapidamente allungandosi e ramificandosi, s'intrecciano fra loro a guisa di rete, costituendo il micelio, dal quale si spiccano in seguito gli steli fruttiferi (*a*).

---

(*) Con numeri arabici tra parentesi vennero indicati gli *Esperimenti ed osservazioni* che trovansi alla fine della presente Memoria.

(*a*) Nel *penicillium crustaceum* Fr. i rami fruttiferi non si svolgono dai filamenti tallini, ma nascono immediatamente dalla sporula germogliante, formando una parte distinta dal tallo, come la piumetta nel germogliamento del seme delle fanerogame.

In circostanze meno favorevoli, il germoglio od i germogli che si svolgono dalla sporula della botrite vengono tosto alla superficie del liquido cangiandosi, senza punto ramificarsi, in rami fruttiferi, di maniera che un sol filamento costituisce nello stesso tempo e tallo ed efflorescenza.

Gli steli o filamenti fruttiferi, al primo comparire sulla superficie del liquido, o del mezzo in cui ebbero origine, sono semplici, uniformi, ottusi all'apice, e simili nell'aspetto ai fili che compongono il velluto; si ramificano in seguito, e si caricano di sporule provenienti visibilmente dai granelli sferici che si osservano entro i filamenti stessi durante il lavoro della fruttificazione. Queste sporule escono libere ed affatto isolate dall' apice dei rami e dei ramoscelli che le racchiudono, e raggranellandosi, per mezzo della vischiosità che le investe, attorno agli stessi, ed ai rami circonvicini, formano a poco a poco quelle specie di ammassi sopradescritti, che danno all'intiera pianta la figura di un enorme pampino carico di grappoli.

Arrivata per tal modo la botrite al suo perfetto sviluppo, i suoi steli si essiccano e si risolvono sotto il peso delle sporule in briccioli, o frammenti appena visibili, e tutta la pianta si riduce in uno strato più o men denso di polvere candida, opaca, impalpabile, formata quasi interamente dall' accumulamento delle spore suddette.

### *Gemme o conidii.*

Quando la botrite germoglia in un liquido alla cui superficie, per particolari circostanze, non possa svolgere liberamente e celeremente i suoi steli fruttiferi, essa si moltiplica nel liquido istesso, alla guisa degli infusorj, empiendolo di particolari gemme o bulbetti, detti conidii (*conidia*), destinati a trasformarsi alla lor volta in veri talli botritici (1).

Questa proprietà, che essa ha comune con altre mucedinee (*a*), e sulla quale è intieramente basata la teoria del calcino, spiega ad evidenza il modo, e l'estrema rapidità con cui invade i diversi tessuti del baco da seta vivo, sottoposto alla terribile influenza della sua vegetazione.

---

(*a*) Esaminando un po' d'acqua distillata, in cui aveva immerso da circa due giorni un certo numero dei così detti ematozoidi di Guérin-Méneville, vidi tutto il liquido sparso di minuti granelli, come avviene appunto dei liquidi che cominciano a putrefarsi; e questi granelli subovali e trasparenti (conidii) riunirsi in masse, indi in cellule irregolari allungate, e queste cellule disporsi in filamenti nodosi e come articolati, da cui si staccavano in seguito dei talli ramificatissimi di penicillio crostaceo, qua e là sparsi di steli fruttiferi, rimanendo gli ematozoidi nel loro stato primitivo.

Se si mettono a germogliare alcune sporule della botrite in una goccia d'acqua distillata, o meglio ancora in una goccia d'una soluzione allungatissima di colla di pesce, leggermente acidulata con aceto distillato, e si impedisca l'evaporazione del liquido, tenendo il tutto sotto una piccola campana di vetro che peschi nell'acqua, dopo due o tre giorni, a seconda della temperatura più o meno elevata, sottoponendo al microscopio la goccia suddetta, la si trova tutta zeppa di corpicciuoli esilissimi, di forma ovale più o meno allungata, pellucidi, omogenei, liberi e nuotanti nel liquido alla guisa appunto degli infusorj. Questi corpicciuoli, che non sono altro che i sopraindicati conidii, si veggono uscire alternativamente dalle sottilissime pareti e dalle estremità dei primi germogli delle sporule, ai quali essi stanno debolmente attaccati per qualche tempo con una delle loro estremità alla foggia di frutta mature.

La loro origine è dovuta ai granelli di forma ovale, contenuti nella cavità dei germogli suddetti, destinati nell'ordinaria vegetazione allo svolgimento progressivo del tallo e dei rami fruttiferi.

I conidii appena staccati dalla pianta madre, qualora trovinsi in circostanze favorevoli, continuano a crescere, trasformandosi, come si è detto, in veri talli botritici. In caso diverso, essi rimangono nel liquido pressochè stazionarj, oppure continuano a moltiplicarsi per proprio conto dando origine, alla guisa dei sopracitati germogli, ad altri conidii fecondi essi pure di novelle generazioni (*a*).

Il modo di svolgersi del conidio diversifica totalmente da quello delle sporule, e si avvicina invece al modo di sviluppo dei bulbi e delle gemme delle fanerogame.

Appena staccato il conidio dal luogo di sua origine, si allunga rapidamente nella direzione del suo maggior diametro, presentando la forma di un tubetto leggermente assottigliato dal centro alle estremità, nel cui vano cominciano già a vedersi alcuni granelli ovali, affatto simili a quelli che si scorgono nell'interno dei filamenti dei talli ordinarj. Si veste in seguito di rami e ramoscelli alternativamente disposti, e rivolti verso ciascuna delle corrispondenti estremità, per cui l'assieme del nascente tallo presenta precisamente l'aspetto di due pianticine fra loro unite, in direzione opposta, mediante la base dei rispettivi steli. Arrivato a questo punto di sviluppo, esso non tarda a mandar fuori da tutte le parti i suoi rami fruttiferi, ed a caricarsi di sporule, come nell'andamento ordinario, formando un considerabile cespuglio di efflorescente botrite.

---

(*a*) Questo modo di moltiplicarsi dei germi delle mucedinee era già stato presupposto dal dott. Bassi. — *Non è impossibile poi*, dice egli, *che questi germi si rigenerino di continuo in via di bulbi*, ecc. Parte pratica, pag. XI, nella nota.

*Sostanze nelle quali si svolge di preferenza la botrite.*

La botrite germoglia, cresce e fruttifica in molte sostanze animali e vegetabili liquide, o ridotte allo stato semiliquido, purchè queste non siano in istato di putrefazione avanzata. Ed è singolare, che mentre le mucedinee in genere non si sviluppano, come ordinariamente si crede, che nelle sostanze putrefatte, o tendenti a putrefarsi, accelerandone in quest'ultimo caso la putrefazione (*a*), la botrite invece o non si sviluppa, o sviluppandovisi, ne impedisce, o ne arresta il processo di putrefazione, disseccandole e preservandole da ulteriore corruzione (42).

Nelle soluzioni di gomma, di zucchero, di mannite, di ittiocolla, ecc., nel miele, e nell'istessa acqua distillata, essa percorre più o meno rapidamente tutte le fasi della vegetazione. Più difficilmente germoglia e si svolge negli olii fissi (41), e nel sugo recente delle foglie del gelso (33,95) e di altri vegetabili, nei quali d'ordinario non porta a maturanza che qualche sporula (*b*). Dove però germoglia, cresce e si moltiplica in una maniera affatto sorprendente, si è nell'umor circolante degli insetti viventi, e specialmente del baco da seta, che essa per tal mezzo invade, uccide, mummifica e cuopre dell'efflorescenza sopradescritta, dando origine al calcino (*c*).

---

(*a*) *Loca seligunt humida (mucedines), putredine confecta; sed in corporibus ad putredinem tendentibus mox simul hospitantur.* Fries. Systema mycologicum III, pag. 381.

(*b*) La botrite osservata dall'Ab. Longoni sulle foglie del gelso, e da esso descritta e figurata in una sua Memoria intitolata: *Della vera ed unica origine del calcino,* Monza, 1881, se pure è una botrite, non appartiene certamente alla specie in discorso, ossia alla vera botrite bassiana descritta dal Balsamo. La botrite bassiana è affatto sprovveduta di capsule sporidiifere, o sporidii, come malamente le chiama il suddetto Longoni; e le sue sporule, come abbiam veduto, escono nude e solitarie dall'apice dei rami e dei ramoscelli fruttiferi, ciò che forma uno dei principali caratteri del genere *Botrytis,* stato recentemente ristretto ne'suoi giusti limiti dal Corda colla frase: *Flocci sporidiiferi erecti septati ramosi; ramis ramulisque septatis; capitulis sporarum nullis. Sporæ acrogenæ homogenæ, solitarim evolutæ, simplices, continuæ, ad apices vel latera ramulorum irregulariter accumulatæ vel inspersæ.*

*Wir haben diese so oft gemissbrauchte Gattung emendirt, und vorzüglich durch ihre Sporengenesis strenge von den folgenden Gattungen geschieden.* Corda. Anleitung zum studium der Mycologie, etc. Anno 1842, pag. 43.

(*c*) Questa pianta fu determinata e descritta dal prof. Balsamo, cui diede dapprima il nome di *Botrytis paradoxa,* poscia quello di *Botrytis Bassiana* in onore del signor Bassi. Ecco la frase specifica ch'egli ne diede:

*Botrytis Bassiana, floccis densis albis erectis ramosis, ramis sporidiiferis, sporulis subovatis.*

Il signor Montagne descrisse pure in seguito la suddetta muffa come appartenente real-

Prima però di far conoscere il modo con cui il germe della fatal pianta invade ed uccide il prezioso insetto, non credo fuor di proposito il dare una succinta descrizione degli umori del baco nei diversi stati di sua vita, e specialmente del di lui fluido circolante, per ciò che egli è il principale veicolo dell'infezione calcinica, e sulle alterazioni chimico-fisiologiche del quale vennero, in ispecie a' nostri giorni, fondate le principali teorie sulla genesi spontanea della malattia in discorso.

*Del sangue del baco.*

Il sangue del bombice del gelso è un liquido trasparente, ordinariamente acidulo, più o meno vischioso, incoloro o giallastro, a norma delle varietà a cui appartiene l'individuo da cui si estrae (*a*), e simile nell'aspetto ad una soluzione satura di gomma.

Se si sottopone al microscopio, appena estratto, lo si vede gremito di una quantità innumerevole di piccoli corpicciuoli trasparenti, di forma irregolare vergente alla globosa, di grandezza variabile nello stesso individuo, e simili a fiocchi o briccioli di materia albuminosa informe, senza margini precisi e sparsi alla superficie d'irregolari prominenze a foggia di punte.

Il loro tessuto è omogeneo, senza nucleo centrale (*b*), e senza cavità propria, irregolarmente sparso di granelli più o meno distinti, varii di numero, ineguali nella forma e nella grandezza, e come fissi nel tessuto istesso, conservando la loro posizione sotto qualsiasi movimento del globulo.

Questi granelli, creduti da taluno esseri particolari dotati di movimento e di

---

mente al genere *Botrytis*, notando però la più grande rassomiglianza che essa ha colla *Botrytis diffusa* del Dittmar, di cui non sarebbe, a suo parere, che una varietà. Ritenendo tuttavolta provvisoriamente il nome specifico di *Bassiana*, ne riformò la frase diagnostica nel modo seguente:

*Botrytis Bassiana, floccis fertilibus candidis, erectis, simplicibus, dichotomis, breviter ramosis, ramis sparsis sporidiiferis, sporidiis globosis, circa apices ramorum parce collectis, tandem capitato-conglomeratis.*

(*a*) Il dott. Giuseppe Banfi aveva già fatto osservare, in una sua Dissertazione sul bombice del moro, stampata sin dall'anno 1845, questa differenza di colore del sangue del baco, riconoscibile dal colorito bianco o giallo delle di lui zampe, e che porta pure una differenza nel colore del bozzolo.

(*b*) *Les globules qui se trouvent dans le sang des animaux sans vertèbres diffèrent beaucoup de ceux des animaux vertèbrés; leur grosseur est variable chez le même individu; leur forme est généralement sphèrique, et leur surface est couvert d'aspérités. On n'y distingue pas de noyau central.* Regnault. *Cours élément. de Chimie.* Tom. IV, edit. 2, pag. 451.

vita, e chiamati perciò ematozoidi (*a*), non sembrano altro che goccioline di un liquido speciale, la forma delle quali è resa ineguale ed incostante dalla trama che le circonda. Se si reca infatti sopra un porta-oggetti del microscopio una goccia di sangue appena estratto da un baco vivente e sano, e se ne impedisca l'evaporazione con opportuno apparecchio, si vede diradarsi e sciogliersi poco a poco il tessuto componente ciascun globulo, lasciando a nudo entro il liquido i granelli suddetti sotto forma di goccioline perfettamente sferiche, di grandezza ineguale, e suscettibili di essere riunite in gocciole più grandi, o suddivise in altre più piccole mediante la compressione (*b*) (46,74).

Le prominenze dei globuli sanguigni sopranotate, provenienti da una specie d'irradiazione della trama costituente il globulo, si staccano col tratto successivo dal globulo istesso, fatto per così dire adulto, e si trasformano a poco a poco in novelli globuli, forniti essi pure di punte e di granulazioni. Il globulo primitivo così spogliato delle proprie prominenze offre la figura precisa delle cellule componenti i diversi tessuti, in ispecie delle cellule peritracheali; e non è improbabile che esso si trasformi nelle stesse costituendo uno dei principali materiali della metamorfosi progrediente.

Non molto dissimili nell'apparenza dai globuli sanguigni sono alcune cellule o vescichette trasparenti, frammiste ai globuli stessi. Differiscono però queste essenzialmente dai suddetti globuli pei loro margini netti e definiti, senza appendici di sorta, e perchè contengono una o più goccie d'aspetto evidentemente olioso, che ne riempiono tutta la cavità, e dalle quali ne viene la loro forma, ora perfettamente sferica, ora bernoccoluta.

Oltre i globuli sanguigni e le cellule oliose or ora descritte, si osservano pure nel sangue del bombice del gelso alcuni piccoli corpicciuoli moventisi intorno al proprio asse con movimento oscillatorio o molecolare più o meno concitato e regolare come se fossero dotati di vita. Variano essi di forma e di grandezza: alcuni sono sferici, minutissimi, semi-opachi; altri ovali-allungati o reniformi, più grandi e pellucidi; sì gli uni che gli altri di struttura omogenea, senza cigli vibratili, e senza prolungamento caudiforme od altro organo

(*a*) Guérin-Méneville. *Revue de Zoologie*, 1849, N.° 11, pag. 372.

(*b*) Nelle malattie del giallume e del negrone, pel scioglimento appunto della trama che li inviluppa, veggonsi patentemente i detti granelli prendere la forma di goccioline, non altrimenti che nel citato esperimento. Il che venne pure osservato dal Guérin-Méneville. *Chez les vers à soie atteints de la maladie nommée la grasserie, les globules du sang n'offrent plus un seul hæmatozoide; on n'y trouve que de petites gouttelettes d'apparence graisseuse, très-inégales, ou des granulations ressemblant à des bulles d'air*, ecc. Annal. séricic. Vol. XIV, ann. 1850, pag. 193.

esterno di locomozione (*a*). Disseccati offrono l'aspetto di una polvere bianco-opalina; umettati con acqua dopo il disseccamento, riprendono di nuovo il loro moto; la potassa caustica sciolta in cinque volte il suo peso d'acqua distillata non ha su di essi azione alcuna, e muovonsi nella stessa come nell'acqua pura.

Diverse sono le opinioni dei naturalisti circa la loro natura ed origine. Quel che è certo si è, che essi sono scarsissimi nei bachi sani allo stato di larva; più numerosi nei bruchi affetti da malattia di sfinimento, o tenuti per alcun tempo senza cibo (*b*); numerosissimi invece nelle farfalle (43,57,78).

Se si sottopongono al microscopio i diversi tessuti di una farfalla sana e vicina al suo termine naturale, fa sorpresa il vedere i follicoli dello stomaco, le cellule peritracheali, i lobuli adiposi (47,91,93) ec., zeppi dei suddetti corpicciuoli, che pare tengano ivi il luogo delle primitive granulazioni. Dove però trovansi in maggior numero si è lungo tutto il decorso dei vasi malpighiani, nell'intestino tenue, e nel gran cieco, il cui contenuto è per la massima parte formato dal loro insieme. Non ci allontaneremmo quindi dal vero ritenendoli per un prodotto della metamorfosi regrediente, e più precisamente per una metamorfosi speciale delle granulazioni suddette, o dei materiali in esse contenuti, i cui residui od inviluppi, resi inetti ad ulteriore elaborazione, vengono sotto l'indicata forma eliminati dall'economia animale, per mezzo dei vasi malpighiani, colle altre escrezioni.

Una tale metamorfosi, strettamente legata colla funzione della respirazione, e consistente in un processo d'ossigenazione dei materiali grassi (oliosi) contenuti nelle granulazioni suddette, sarebbe normale nelle farfalle, le quali non vivono, per così dire, che di sola aria, abnorme invece nelle larve,e certo indizio del precoce loro deperimento.

### *Condizione del sangue del baco.*

Il sangue del baco sano, come abbiamo più sopra accennato, è ordinariamente acidulo come quello degli insetti in genere (*c*). Questa condizione però

---

(*a*) De Filippi. *Alcune osservazioni anatomico-fisiologiche sugli insetti.* Torino, anno 1851, pag. 19 e seg.

(*b*) *Il suffisait de les laisser souffrir quelque temps de la faim pour provoquer l'apparition de ces corpuscules animés.* Guérin-Méneville. *Revue de Zoologie,* l. c. pag. 572.

(*c*) A scanso d'equivoci, e per non entrare in inutili discussioni sulla acidità od alcalinità degli umori del baco in genere, farò in questo luogo avvertire, che per determinare le dette condizioni mi sono sempre servito ne' miei esperimenti di confronto della tintura e della

del di lui sangue, in opposizione con quella degli animali superiori, ne' quali è sempre alcalino, varia nel grado d'intensità a norma dell'età e dei differenti stati per cui passa l'insetto nel compiere le fasi della sua esistenza. Le farfalle, a cagion d'esempio, vicine al loro termine naturale, hanno il sangue quasi neutro (43), e talora anche decisamente alcalino (48). Le crisalidi l'hanno più acido di quello delle farfalle appena nate, e le larve infine più acido in genere di quello delle crisalidi. Confrontando inoltre fra loro le varie età delle larve, si trova che il sangue delle stesse, sensibilmente acido nella prima età (17), e persino nell'embrione ancor rinchiuso nell'uovo (*a*), va mano mano perdendo della sua acidità coll'accostarsi di quelle alla loro metamorfosi finale, di modo che verso la fine dell'età quinta, quando cioè il baco sta per filare il bozzolo, il di lui sangue è appena sensibilmente acido (*b*), e non di rado trovasi affatto neutro.

Ed è appunto a quest'epoca che la vita del baco è più che mai minacciata dal *negrone*, malattia di languore, o specie di tifo, che si manifesta appunto col passaggio del di lui sangue dallo stato acido allo stato alcalino (61), e che è contraddistinto dalla rapida corruzione degli umori e dalla risoluzione del suo cadavere in un liquame nerastro fetidissimo (*c*).

Questo passaggio però del sangue del baco dallo stato acido allo stato alcalino non si osserva in tutte le malattie alle quali esso va soggetto. I bachi affetti dal giallume conservano il loro sangue più o meno acido sino alla totale sua scomposizione (*d*); ed acidulo si osserva pure ordinariamente il sangue nei bachi affetti dalla malattia di sfinimento, o di emaciazione, chiamati volgarmente *gattine* (*e*).

---

carta di tornasole convenientemente preparate, e del sciroppo di viole; considerando gli umori stessi acidi od alcalini a seconda della reazione acida od alcalina da essi presentata all'esplorazione coi suddetti mezzi; ritenendo per neutri quelli che alle stesse prove comparative non davano reazione di sorta.

(*a*) Le uova feconde sono anch'esse leggermente acide.

(*b*) *Le sang du ver-à-soie au cinquième âge affecte très-légèrement le papier de tournesol, en lui faisant contracter un très-faible couleur tirant un peu sur le rouge. Ce sang est donc très-légèrement acide.* Guérin-Méneville. *Annal. Sèricicol.* 1849, pag. 188.

(*c*) Anche le farfalle appena nate vanno soggette a questa malattia di languore, facilmente riconoscibile dalla marcata alcalinità del loro sangue, e dalla pronta dissoluzione del cadavere.

(*d*) *Le sang au lieu d'être transparent, il était tout-à-fait opaque; au lieu d'avoir une réaction alcaline prononcée, il rougissait faiblement le papier de tournesol. Ce sang, vu au microscope, outre de globules graisseux que l'éther enlève etc.* Bouchardat. *Revue de Zoologie*, ann. 1851, N. 1, pag. 41.

(*e*) I bachi a sangue bianco sono i più adattati per questo esperimento, essendo il loro sangue privo della materia gialla che rende meno sensibile il cambiamento di colore della carta o della tintura esploratoria.

*Del sugo gastrico del baco.*

Dopo il sangue, l'umore che più ci interessa nel baco da seta, come quello che offre alla botrite un altro dei mezzi più appropriati di sviluppo, si è il sugo gastrico. È questo un liquido trasparente, incoloro, patentemente alcalino, secreto da particolari ghiandole dette salivali, contenuto in tutto quel tratto del tubo alimentare che dall'esofago si estende sino allo sbocco dei vasi malpighiani, e che nelle larve è compreso tra il secondo ed il nono anello cutaneo.

La quantità assoluta del sugo gastrico nelle larve, in causa dell'enorme ampiezza del loro ventricolo, congiunta colla marcata alcalinità dello stesso umore, in relazione alla debole acidità del loro sangue, fa sì che il complesso degli umori nelle medesime offra sempre una reazione eminentemente alcalina; e sotto questo rapporto è verissimo l'asserto che il *baco sano in tutti gli stadj della sua vita di bruco o verme è sempre alcalino* (6).

Nel passaggio del bruco allo stato di ninfa o crisalide, lo stomaco, liberatosi dalle materie solide e liquide in esso contenute, si raccorcia e si contrae su di sè stesso (*a*) in modo che, fatto il baco crisalide, esso più non racchiude che poche stille dell'umor primitivo alcalino. Nel tempo istesso prende maggiore sviluppo il tubo intestinale, ed in ispecie la sua porzione cecale, la quale dilatandosi poco a poco, si converte in fine in un ampio sacco (*b*) in cui si raccolgono le escrezioni che si vanno mano mano formando durante il travaglio fisiologico, e che sono costituite per la massima parte d'acido urico (*c*). Diventato in fine il baco farfalla, emette dalla bocca, allo scopo di aprire il bozzolo, l'ultimo residuo dell'umore alcalino contenuto ancora nello stomaco. Da ciò deriva che la condizione del complesso degli umori del baco, alcalina, come si è veduto, nella larva, diventa poco a poco neutra, indi acida nella crisalide; ed infine acidissima nell'insetto perfetto. Ed ecco il fenomeno, che non fu da niuno finora rimarcato, e sul quale s'imperna tutta la nuova dottrina del signor Grassi: *Il baco fatto crisalide è tuttavia alcalino; poi si fa*

---

(*a*) *Ventriculi moles arctior et brevior redditur, ut quasi delitescat.* Malpighi. *De Bombycibus*, pag. 28.

(*b*) *Hiant vascula hæc in longum quendam ductum, ab imo ventriculi productum, in prægrandem quandam membraneam vesicam, humiliorem alvi partem occupantem.* Ivi.

(*c*) Allorchè la farfalla del baco da seta lascia il suo bozzolo, la si vede spargere un liquido bruno, che consiste essenzialmente in acido urico. Dumas. *Statica chimica*, ecc. t.ª versione ital. ann. 1847, pag. 144.

*neutro; poi diventa acido. Diventato farfalla, consuma un ultimo residuo di umore alcalino, e riesce pressocchè tutto in condizione acida.*

Dalle quali cose è facile l'argomentare se una tal crisi, normalissima nelle farfalle, e strettamente legata col fisiologico sviluppo dell'insetto, possa, come si vorrebbe, aver luogo precocemente nelle larve, e, quel che è singolare, in causa di un eccesso di vitalità.

### *Azione della botrite sul baco da seta.*

#### Infezione artificiale.

Se si innesta la botrite in un baco vivente e sano, introducendo per mezzo di un ago da vaccino alcune sporule della medesima verso l'estremità di una delle sue zampe membranose, dopo 18 a 20 ore, esaminando sotto al microscopio l'interno della detta zampa, opportunamente recisa e spaccata, lo si trova coperto di uno o più cespuglietti di botrite emergenti visibilmente dalle inoculate sporule, ed occupanti d'ordinario il luogo della ferita dell'ago.

Esaminando la zampa d'altro individuo, egualmente inoculato, verso la metà della seconda giornata dopo l'innesto, si trovano i filamenti componenti ciascun cespuglio carichi di gemme o conidii, molti dei quali già staccati dai filamenti stessi, e nuotanti liberi nel fluido circondante (39, 67). Sino a questo periodo di tempo il sangue del baco si mantiene affatto normale, e d'ordinario nessun conidio vi si scorge per entro, da qualunque parte lo si estragga per ispezionarlo (*a*).

Da quest'epoca in avanti, ripetendo l'esame d'altra zampa nel modo indicato, l'occhio rimane sorpreso nel vedere tutto il liquido che la circonda, tanto più se lo si allunga con un po' d'acqua distillata, gremito di una quantità innumerabile dei detti conidii ad ogni grado di sviluppo, fra i quali non pochi portanti alle loro estremità altri conidii rudimentali. Si osserva pure nel liquido qualche brano di filamento, proveniente dai primitivi cespugli, carico tuttora dei suddetti corpicciuoli (1).

Queste gemme o conidii staccatisi dai filamenti, e riproducentisi a migliaja nell'umor circolante che immediatamente li circonda, vengono poco a poco

(*a*) È impossibile determinare con precisione il tempo della prima comparsa dei conidii nella massa del sangue. Egli è certo però che dal momento che la pianta comincia a caricarsi di conidii, ciò che ha luogo d'ordinario nello spazio di 24 a 30 ore dalla avvenuta seminagione, alcuni di questi possono trovarsi già dispersi nel detto fluido, sebbene questo, veduto al microscopio, ne sembri ancor privo.

spinti dall'onda sanguigna, assecondati in ciò dai movimenti dell'insetto, nel rimanente del sistema vascolare-lacunare, e per conseguenza in tutte le parti dell'organismo dell'insetto, per cui esaminando il sangue del baco, lo si ritrova, qualunque sia il punto da cui vien tratto, più o meno zeppo dei suddetti conidii circolanti in esso assieme ai globuli sanguigni.

Se nell'istesso tempo che si inocula nel modo indicato il baco da seta, si mettono a germogliare alcune sporule di botrite in una goccia del liquore alcalino che emette la farfalla nell'aprire il bozzolo, od anche in una goccia di pura acqua distillata, impedendo al solito l'evaporazione del liquido con opportuno apparecchio, esaminando di tempo in tempo, come nei sopra citati esperimenti, lo sviluppo della botrite, si trova proceder esso, sotto le stesse condizioni, precisamente nell'istesso tempo e nell'egual modo tanto nell'interno del baco vivente, come al di fuori nei liquidi suddetti, i quali in meno di 48 ore si vedono zeppi di gemme o conidii, parte ancora attaccati ai filamenti tallini, e parte liberi e nuotanti in essi come nel sangue del baco vivente, e sotto le istessissime apparenze (2).

Il signor Guérin-Méneville, che pel primo osservò questi corpicciuoli nel sangue del baco affetto da calcino (*a*), non conoscendone la provenienza, li scambiò, come pare, co' suoi ematozoidi; e siccome li vide allungarsi poco a poco e trasformarsi in veri talli botritici, non esitò a ritenere questi nascenti talli come una speciale metamorfosi degli stessi ematozoidi, determinata dalla presenza delle sporule della botrite: le sporule, secondo lui, agirebbero come semplice stimolo o fermento, e la metamorfosi potrebbe pure effettuarsi in alcuni casi anche senza il concorso delle medesime.

### *Sintomi della malattia.*

La comparsa dei conidii o dei rudimenti dei talli botritici nel sangue del baco sarebbe il primo sintomo del calcino, giacchè prima di essa è impossibile riconoscerlo, non presentando il baco affetto alcun altro sintomo che faccia presupporre in esso il calcino (*b*); e tutta l'importanza pratica che venne

---

(*a*) Il dott. Rassi li avea già presupposti dietro la guida de' suoi esperimenti, mentre alla pag. XII della sua parte pratica dice chiaramente: *Forse questo crittogamo si riproduce nel baco vivo per bulbi sotto forma di granellini, e quindi per semi che emette sui rami crescendo e vegetando alla superficie del corpo dell'animaletto che uccise.*

(*b*) *Le ver-à-soie qui doit succomber à la muscardine ne présente aucun phénomène pendant la vie qui puisse faire supposer, en l'examinant, qu'il porte en lui le germe de cette terrible affection; il mange et il se meut comme les autres vers. Recherches sur la muscardine* par M. Jean Baptiste Robert. *Annal. sèricicol.* ann. 1847, pag. 188.

data alla scoperta di questi talli dal Guérin-Méneville consisterebbe nel sapere che il baco od i bachi che ne sono affetti morranno fra poche ore di calcino. Più fortunato in ciò del dott. Grassi, il quale pose fra i sintomi caratteristici del calcino i bachi trovati morti e rossi per l'istessa malattia. Dissi caratteristici, giacchè nè *la soverchia floridezza apparente*, nè *l'insolita voracità*, nè *l'improvviso aborrimento dal cibo*, nè *le pulsazioni del vaso dorsale concitate*, nè *l'alcalinità scemata* (*a*) sono nè saranno mai sintomi caratteristici di calcino.

Le macchie che si formano nel luogo della puntura dell'ago nei bachi inoculati, e che corrispondono al sito preciso del primo sviluppo della botrite, non si scorgono sempre nei bachi infetti per altre vie, e quando esistano possono essere prodotte da altre cause; queste macchie poi non si manifestano anch'esse che poco prima della morte del baco.

*Diffusione della botrite per talli; morte del baco.*

Disseminati, come abbiam veduto, i conidii o rudimenti di talli per la via del circolo in tutte le parti dell'organismo dell'insetto, essi allungansi rapidamente a spese dell'umor che li circonda, si ramificano e si trasformano in veri talli botritici, come li abbiamo più sopra descritti. Conséguita da ciò una sensibile diminuzione dell'umor circolante, ed una alterazione nelle sue proprietà fisico-chimiche. Desso infatti perde poco a poco della primitiva acidità e diventa quasi neutro (8,9,11,28); i globuli sanguigni diminuiscono di numero, ed in loro vece sottentrano magnifici cristallini dodecaedri, i quali si vedono rotolare qua e là nel detto fluido insieme ai novelli ospiti (18, 21, 29). Contuttociò il baco si mostra ancora nel più florido stato di salute, nè dà indizio sensibile di patimento. Se non che dilatandosi a dismisura i suddetti talli, e trasformandosi in una vera selva di cespugli erranti (*b*), la circolazione si rallenta, ed infine si arresta del tutto, ed il baco muore improvvisamente, come colpito da sincope.

L'avvicinarsi della morte nel baco affetto da calcino è indicato dalla lentezza delle pulsazioni del vaso dorsale, e dalla conseguente mollezza e floscezza generale del suo corpo, la quale va gradatamente aumentando sino alla

---

(*a*) Grassi, *Applicazioni pratiche*, pag. 14.

(*b*) ... *pare che le piccole pianticine scoltesi dai semi introdotti in qualsiasi modo nell'insetto, oltre all'incremento individuale, si dilatino ancora, ossia si moltiplichino per estimento o serpeggiamento.* Bassi, l. c. pag. 13, nota 1.

totale estinzione della vita. Se si esamina infatti il cadavere di un baco appena morto di calcino, lo si trova molle, floscio, e simile quasi ad una vescica piena d'acqua.

Un fenomeno singolare che precede quasi costantemente la morte del baco affetto da calcino, e dovuto essenzialmente all'atto vegetativo della botrite, si è la formazione dei sopra citati cristalli, indizio manifesto di un incipiente processo chimico di decomposizione, e di nuove composizioni che avvengono nel di lui sangue prima della morte. Ma d'onde traggono origine i suddetti cristalli, quale ne è la chimica composizione?

Ho già più sopra avvertito che la comparsa dei detti cristalli procede di pari passo colla scomparsa progressiva dei globuli sanguigni. Ebbene! se si estrae da un baco moriente per calcino una goccia di sangue, e la si sottopone di tratto in tratto al microscopio, si vedono patentemente i globuli sanguigni, o più precisamente il liquido in essi contenuto, trasformarsi a poco a poco nei suddetti cristalli (66, 67, 68). Una tale trasformazione si effettua pure facendo vegetare la botrite in una goccia del suddetto liquido estratto da un baco vivente e sano (63).

Questa scomparsa progressiva dei globuli sanguigni nei bachi affetti da calcino era già stata rimarcata dal signor Guérin-Méneville, il quale però ne attribuiva il fenomeno, giusta la sua preconcetta ipotesi, alla trasformazione di essi, ossia degli ematozoidi in essi contenuti, nei sempre crescenti talli botritici.

Nulla si può dire di certo sulla loro natura, non essendosi potuto sinora assoggettarli all'analisi chimica a motivo della loro piccolezza, e della impossibilità di raccoglierli in quantità sufficiente (*a*). Noi ci limiteremo quindi a darne la loro figura geometrica, la quale potrà, se non altro, servire di guida nella detta ricerca. — Sono questi cristalli composti di un prisma rettangolare, di lunghezza indeterminata, colla base quadrata, terminato da un ottaedro regolare. Appartengono essi al secondo sistema cristallino, e sono rappresentati dalle formole $(a:a:\infty c)$ $(a:a:\frac{1}{2}c)$. Il loro colore è talvolta bruno; la loro grandezza variabilissima, e molti fra essi sono tanto piccoli da riescire ancora appena visibili ad un ingrandimento di seicento volte circa il loro diametro. Trovansi or solitarj, ora riuniti in ammassi subrotondi angolosi e puntuti a foggia d'echini.

---

(*a*) Una cosa al certo singolarissima, e che deve interessare in ispecie i chimici, si è che gli stessi cristalli si formano talvolta anche in liquidi affatto diversi dal sangue del baco, p. e., nel liquido incoloro alcalino emesso dalla farfalla nell'aprire il bozzolo (2), nel liquido escrementizio della stessa, e, quel che è più strano, nella soluzione di colla di pesce, leggermente acidificata con aceto distillato (1), e nell'istessa acqua zuccherata, facendo vegetare in essi la botrite.

*Fenomeni conseguenti la morte del baco.*

Il cadavere del baco appena morto di calcino è, come si è detto, molle, floscio, e se viene punto, ne sgorga ancora il fluido circolante poco dissimile da quello del baco sano. Poco dopo questo fluido comincia a diventare sensibilmente acido, perde della naturale sua densità, si fa più limpido, ed acquista una leggier tinta rossastra simile nell' aspetto all' aceto comune, ed un odore particolare specifico. Il cadavere perde in seguito poco a poco la primitiva sua mollezza, e si fa consistente; nel tempo istesso la sua cute prende d'ordinario una leggier tinta rosso-vinosa, incominciando dagli anelli inferiori (25); tinta che si propaga in seguito a tutte le parti tanto esterne che interne del cadavere istesso (*a*).

Dopo un giorno circa, l'induramento e la colorazione sono complete. Se si spara a quest'epoca, ed anche più tardi, il cadavere, lo si trova ancora inzuppato del liquido sopranotato, il quale, mediante la compressione, si può far uscire in quantità da tutte le parti come da una spugna (76). Desso è diventato acidissimo, e sottoposto al microscopio, lo si trova affatto privo di globuli sanguigni e di conidii, e zeppo invece di cristalli e di frammenti di talli botritici (20).

Più innanzi, il detto umore scompare quasi totalmente, assorbito in parte dalla vegetazione della pianta, in parte solidificato dal processo di cristallizzazione. A quest'epoca, tutti gli organi del baco sono circondati e stretti da un immenso micelio botritico, il quale ha invaso tutti i tessuti, insinuandosi anche entro la cute che diverrà in breve la sede principale dell'efflorescenza botritica. I cristalli deposti a migliaja dal preesistente umor circolante occupano tutti gli interstizj lasciati dalla rete botritica e dai tessuti che ne sono invasi. Non vi ha parte insomma del cadavere la quale, sottoposta al microscopio, non si veda coperta di talli e di cristalli.

Tra i fenomeni che conseguono la morte del baco per calcino, il più singolare si è certamente quello che risguarda la metamorfosi del di lui fluido circolante, di cui primario effetto si è l'indurimento e la mummificazione del di lui cadavere. Ma da che mai è prodotta questa speciale metamorfosi? La maggior parte dei bacologi l'attribuisce ad una fermentazione acida del detto umore, determinata da mille supposte cause, non esclusa la stessa pol-

(*a*) Il cadavere del baco a sangue bianco si arrossa più presto, e prende un color roseo più marcato di quello del baco a sangue giallo.

vere botritica, le quali agirebbero sul liquido stesso in qualità di fermento. Niuno però seppe finora precisarne una sola; giacchè nè i differenti acidi, nè lo stesso fermento introdotto coll'innesto nel corpo del baco vivente e sano (59), o misti al di lui sangue estratto (60), hanno la facoltà d'indurre questo processo speciale di acida fermentazione produttore dei sopracitati fenomeni.

Noi non esitiamo quindi a ripeterla dall'atto vegetativo della pianta, la quale coll'appropriarsi i materiali necessarj al proprio sviluppo, vi determina, sotto l'influenza degli agenti esterni, una decomposizione ed una novella composizione degli elementi costituenti il liquido stesso. Nel che ci conferma il vedere che gli stessi cristalli separati dal liquido in discorso, e che ci offrono il primo indizio dell'indicato processo, sono deposti dai filamenti tallini della botrite, quasi venissero da essi trasudati, durante il loro disseccamento: prova evidente che i loro materiali, se non fanno parte dei principj costitutivi della pianta istessa, concorrono almeno con essi al di lei accrescimento.

Nè questa facoltà di convertire in determinate sostanze cristallizzabili i materiali o gli elementi, siano essi organici od inorganici, contenuti nel mezzo in cui vegeta, sarebbe proprio soltanto della botrite bassiana. I talli della *botrytis cana* Kunz e Schmidt, pianta affatto diversa dalla bassiana e pe' suoi caratteri botanici, e perchè non cresce che sulle sostanze vegetabili in attualità di putrefazione, o tendenti a putrefarsi (*a*); i talli, dico, di questa pianta si vedono durante la vegetazione circondarsi di bellissimi cristalli ottaedri; cristalli che si scorgono pure patentemente nella cavità degli ampj suoi filamenti, e che, come nella botrite bassiana, si depongono numerosissimi lungo i filamenti istessi coll'evaporazione del liquido in essi contenuto.

Si aggiunga a tutto questo che la stessa metamorfosi del liquido circolante, che si effettua nel baco morto di calcino, si può ottenere anche artificialmente, e la si ottiene infatti ogni qualvolta si facciano germogliare nello stesso fluido tolto da un baco sano alcune sporule di botrite. Durante la vegetazione di questa il liquido inacidisce, si riempie dei suddetti cristalli, e si dissecca senza dare il minimo indizio di putrefazione.

Si può quindi avere l'induramento del baco morto di calcino, e la conseguente mammificazione, quale una specie di salificazione del di lui cadavere dovuta alla materia cristallizzata in esso deposta dal preesistente umor circolante sotto l'influenza della vegetazione della botrite.

---

(*a*) E questa probabilmente la botrite scoperta dall'A. Longoni sulle foglie del gelso in attualità di putrefazione, e che egli considera come la *vera ed unica origine del calcino*. V. l. c.

Altro dei fenomeni, dipendente probabilmente anch'esso dal surriferito processo, si è l'arrossamento del cadavere. Il dott. Lomeni ripete questo arrossamento dalla presenza di un acido, il quale siasi trovato a contatto di una sostanza vegetale azzurra (*a*). Ma una tale spiegazione mi sembra affatto erronea, giacchè questa sostanza vegetale azzurra, anche nel supposto del Lomeni, non colorerebbe che la sola cute, mentre il detto color rosso si osserva in tutti gli organi del baco, non esclusi i tubi della seta, che non sono certamente di colore azzurro. Di più, trovandosi la cute del baco abitualmente a contatto dell'umor sanguigno, che massime nelle larve è sempre più o meno acido, dovrebbe questo color rosso essere l'abituale assisa del bruco sano.

È noto che dalla massima parte dei prodotti derivati da una maggiore ossidazione dell'acido urico si può ottenere una sostanza neutra, la *murexsida*, la quale ha la proprietà di colorarsi in rosso a contatto dell'ammoniaca. Ora se si considera che l'acido urico trovasi in abbondanza negli umori del baco, e che appunto il detto coloramento incomincia là dove hanno sbocco nell'intestino i vasi renali, o malpighiani, destinati in special modo alla separazione del suddetto acido; non pare improbabile che l'arrossamento della cute e dei diversi tessuti del baco morto di calcino si debba appunto alla produzione di questa sostanza. Nè osterebbe il necessario concorso dell'ammoniaca, giacchè sappiamo che tutte le sostanze animali, e prima tra queste l'urina, per poco che vengano abbandonate all'azione degli agenti esterni, producono il detto alcali.

*Efflorescenza botritica.*

Dopo 24 a 48 ore dalla morte del baco cominciano a farsi vedere sulla superficie del di lui cadavere gli steli fruttiferi della botrite, quali li abbiamo più sopra descritti. Questi steli o filamenti, provenienti dal micelio che ha invaso tutte le parti interne del baco, escono dalla porosità della cute, specialmente dov'essa è più molle e sottile, e dagli orifizj naturali del baco; ed assecondati da un conveniente grado di umidità e di calore, si estendono in breve a tutta la superficie del cadavere, vestendolo di una fitta lanugine, candida e molle al tatto come il velluto. Non tardano quindi a ramificarsi ed a caricarsi di una enorme quantità di sporule, le quali addossandosi successivamente le une alle altre, finiscono col coprire l'intero cadavere di un denso strato di polvere bianca impalpabile, simile alla calce spenta, d'onde ne venne alla malattia il nome di *calcino*.

---

(*a*) Lomeni. Del calcino e del negrone, Memoria I, pag. 36.

Fino a questo punto, che è il momento della completa maturanza delle sporule, il cadavere del baco calcinato non imbianca le dita, sebbene sia interamente coperto della sopraindicata lanugine, essendo dessa ancora priva di sporule. Ma a quest'epoca il baco lascia sulle dita che lo toccano un'imbiancatura finissima proveniente dal distacco delle maturate sporule, le quali, dissipatosi appena quel residuo di umidità che le mantiene unite, per poco che vengano scosse, si spandono nell'aria a guisa di fumo, e si diffondono per tal modo su tutti i corpi circostanti.

Nelle crisalidi, rivestite come sono di una pelle dura e quasi cartilaginea, l'efflorescenza botritica non si manifesta di solito che agli orifizj delle trachee e tra gli anelli cutanei, ove la suddetta pelle è più molle e più sottile. Nelle farfalle, a motivo della scarsezza dei loro umori, e della rapidità colla quale, per l'istessa cagione, il loro cadavere si dissecca, l'efflorescenza suddetta non si scorge d'ordinario che sulla superficie interna della vescica aerea, o ventricolo succhiante, come la parte che conserva più a lungo un certo grado di umidità; sebbene anche in questo luogo non porta quasi mai a maturanza le sporule, ma vi rimane allo stato di semplice lanugine sterile. Si può però anche dalle farfalle calcinate ottenere un'abbondante efflorescenza calcinica feconda di numerosi germi botritici, tenendo per alcuni giorni i loro cadaveri in una atmosfera umida; nel qual caso si veggono gli steli della botrite sorgere da tutta la superficie del cadavere, non escluse persino le nervature delle ali, e coprirlo in poco tempo di un denso strato di polvere calcinica, come abbiam veduto avvenire delle larve.

E qui giova l'avvertire, che la comparsa della botrite per entro alla vescica aerea delle farfalle non ha alcun rapporto collo stato fisiologico dell'insetto, nè colla struttura speciale dell'organo suddetto, sviluppandosi ivi nell'istessa guisa che si svolge nei cartocci delle sfingi, nelle accidentali lacune che si osservano nell'addome delle crisalidi morte di calcino, e come si sviluppa benanco entro bolle d'aria artificialmente rinchiuse in un liquido appropriato, nel quale siansi previamente infuse alcune sporule od alcuni talli nascenti di botrite (79).

### *Efflorescenza cristallina.*

I cadaveri dei bachi calcinati, quando vengano spogliati della patina calcinica che li riveste, e sieno tenuti in un ambiente umido, si ricoprono, dopo alcuni giorni, di un'altra efflorescenza, d'aspetto pure calcinico, ma formata di

una miriade di minuti cristalli, provenienti da un ultimo grado di metamorfosi chimica dei cadaveri istessi (*a*).

Questi cristalli, veduti ad occhio nudo, hanno la forma di piccoli aghi riuniti fra loro in fascetti a guisa di pennello, od in ammassi subrotondi a foggia d'echini. Essi sono trasparenti, incolori o leggermente tinti in rosso sporco. Sciolti nell'acqua calda, danno una reazione leggermente acida, che si rende sempre più sensibile coll'evaporazione del liquido solvente; e trattati colla potassa caustica, spandono un forte odore ammoniacale. La loro figura geometrica consiste in un prisma assai lungo, diritto, a base rettangolare, colle estremità diedre, ossia smussate a foggia di cuneo.

Dalle reazioni ottenute su piccola quantità di questi cristalli da Cardone figlio, si sarebbe indotti a crederli una combinazione d'acido allossanico ed ammoniaca, con una piccolissima quantità di potassa e di calce. Durante infatti questo novello processo di cristallizzazione, si separa dal cadavere del baco un liquido denso, rossastro, eminentemente alcalino e d'odor forte ammoniacale, che coll'evaporazione lascia deporre una quantità considerevole dei suddetti cristalli.

Questa efflorescenza secondaria, la quale non si limita alla sola superficie del cadavere, ma si estende eziandio a tutti i tessuti sottoposti, dando ad essi un aspetto quasi vitreo, spiegherebbe in certo modo il dubbio nato in taluno (*b*) che la botrite bassiana non sia altro che una cristallizzazione.

### *Infezione naturale per contatto.*

Atrii dell'infezione; incubazione e durata della malattia,
e condizioni che ne favoriscono o meno lo sviluppo.

Le sporule della botrite, sparse per l'aria, o disseminate sui corpi che trovansi in immediato contatto coi bachi o con altri insetti, possono comunicare a questi il calcino, come si è veduto coll'innesto, penetrando nel loro organismo tanto pei pori cutanei, quanto per le vie della digestione e della respirazione. È questo un fatto oramai comprovato da pressochè tutti i baconomi, ed ammesso pure da coloro, i quali più per ambizione, cred'io, di novità, che per

---

(*a*) Questi cristallini erano già stati osservati, sin dall'anno 1838, dal sig. Gio. Antonio Nani, chimico farmacista in questa città, sopra bachi calcinati conservati per un mese circa in luogo asciutto. Lomeni, *Del calcino*, Memoria V, pag. 36.

(*b*) Banfi, *Giornale italiano d'agricoltura*, ecc. Milano, giugno 1850, pag. 41.

amore del vero, sostengono tuttora che il calcino non sia contagioso (*a*). Qualunque però sia l'atrio pel quale le sporule della botrite si introducono nel corpo del filugello, esse non cominciano a germogliare se non quando trovansi a contatto col di lui fluido circolante. Questa incubazione della malattia, determinata dal tempo che passa tra il contatto delle sporule della botrite colle parti esterne del baco, ed il loro penetrare nel torrente della circolazione, può variare moltissimo a seconda dell'età, dello stato in cui si trova l'insetto, e dell'atrio dell'infezione, d'onde procede una notabile differenza anche riguardo all'epoca della crisi finale dell'insetto medesimo.

In generale, l'incubazione è assai lunga nelle larve delle prime età; meno in quelle della quinta; brevissima e quasi nulla nelle farfalle. In ogni caso però la durata dell'incubazione è sempre in rapporto coll'atrio dell'infezione.

Le larve alle quali si comunica il calcino per la via degli organi digerenti, dando loro a mangiare nel medesimo tempo della foglia cospersa di polvere calcinica, percorrono d'ordinario contemporaneamente i diversi stadj della malattia, e vengono a soccombere quasi tutte nello spazio di poche ore, come se fossero colpite dal fulmine (3, 19, 26). — Questo fatto, oltre a provare l'egual durata dell'incubazione della malattia nei bachi infetti per una istessa via, e la conseguente trasfusione quasi contemporanea delle sporule della botrite nel loro sangue, spiega eziandio come avvenga talora la morte quasi istantanea per calcino della miglior parte dei filugelli di una intiera educazione.

Ciò che si è detto delle larve succede anche delle farfalle, ogni qual volta si faccia loro inspirare dell'aria infetta della suddetta polvere. Nè ammesso che l'aria sia, come lo è di fatto, uno dei principali veicoli dell'infezione, ci deve sorprendere la facilità somma colla quale le farfalle possono contrarre il calcino anche naturalmente per sì fatta via, a motivo appunto della grande quantità d'aria atmosferica che esse introducono nel loro corpo, tanto per l'accresciuta vivacità del processo respiratorio, come per l'enorme ampiezza dei loro vasi tracheali.

Noi vediamo infatti perire di calcino quasi tutte le farfalle che si tengono in locali infetti durante l'accoppiamento e la deposizione delle uova, sebbene e per la breve durata della loro vita, e per la naturale tendenza del loro cadavere ad essiccarsi, un tal genere di morte passi nelle medesime quasi sempre inosservato, e si credono d'ordinario perite di morte naturale. Pare quindi probabile che da questo fatto appunto sia nata in taluni l'idea, *che la malattia*

---

(*a*) *Aspersi con sensibile quantità del suddetto polviscolo* (calcinico) *dieci bachi, e tutti morirono calcinati.* Grassi. *Appendice apolog.*, ec., pag. 22, nella nota.

*del calcino sia lo stato normale delle farfalle arrivate al loro termine naturale; e che lo sviluppo della botrite sia un normale e costante fenomeno conseguente la lor morte.*

### *Durata della malattia.*

La durata assoluta della malattia del calcino, o, ciò che è lo stesso, il tempo che impiega la botrite a svolgersi ed a moltiplicarsi per talli nel fluido circolante del baco da seta vivo, al punto di toglierlo di vita, è sempre in relazione col grado di temperatura dell'ambiente in cui vive l'insetto, e del calor naturale dell'insetto medesimo. Quanto maggiore è il grado di calor dominante, tanto più rapido è lo sviluppo della botrite, e più breve quindi la durata della malattia. Ond'è che si può a piacere accelerarne o ritardarne il corso col solo esporre il baco infetto ad una temperatura più o meno elevata.

Nell'ottobre del 1850, alcuni bruchi dell'età quinta, da me tenuti in locale aperto ad una temperatura di 10 a 12 gradi circa del termometro di Réaumur, perirono di calcino tra la dodicesima e la quindicesima giornata dopo l'innesto, mentre si sa che ad una temperatura di 18 a 20 gradi essi muojono d'ordinario tra la terza e la quinta giornata.

Il maggior grado di calor naturale di cui gode l'insetto perfetto in conseguenza del maggiore sviluppo e della maggiore attività de' suoi organi respiratorj, è pure una delle cagioni per cui le farfalle del baco muojono di calcino molto più presto delle larve e delle crisalidi (13, 14 e 15). Giova anche l'osservare in questo luogo come ad una egual temperatura la vegetazione della botrite proceda d'ordinario di pari passo tanto nel fluido circolante del baco vivente, come nello stesso fluido estratto, od in altro dei mezzi sopraccennati.— Nello spazio di 48 ore, a cagion d'esempio, ad una temperatura di 20 gradi circa di Réaumur, la botrite germoglia e tallisce, riempiendo il liquido in cui vegeta di gemme o conidii. Verso la fine del secondo giorno dopo l'innesto, ad un'egual temperatura, queste gemme o conidii (rudimenti dei talli botritici) sono pure visibili nel fluido circolante del baco inoculato con polvere calcinica.

Anche la quantità relativa del fluido circolante dell'insetto, non altrimenti del grado di temperatura, suole portare una notabile differenza nella durata della malattia. Noi abbiamo veduto più sopra che la morte del baco per calcino succede allorquando la botrite ha invaso per ogni dove co' suoi talli, e modificato colla di lei presenza il fluido circolante dell'individuo infetto. Discende naturalmente da ciò che la durata della malattia, ossia della condizione patologica precedente un tal genere di morte, sarà più o meno lunga a norma della

maggiore o minore quantità del fluido sanguigno che dovrà essere dalla suddetta pianta invaso e modificato.

Egli è perciò che le grosse larve della *sphinx nerii*, a cagion d'esempio, della *sphinx atropos*, della *saturnia pyri* ecc. resistono più a lungo all'azione del contagio calcinico delle larve molto più piccole del baco da seta, della *phalena dispar*, del *papilio brassicæ*, ecc. Il che succede pure delle larve e delle crisalidi in genere per rapporto all'insetto perfetto, essendo il fluido circolante delle dette larve e crisalidi in proporzione molto più abbondante di quello dell'insetto perfetto a cui appartengono. Gli esperimenti a tal uopo tentati fuori del corpo dell'insetto, col far vegetare le sporule della botrite nel di lui sangue estratto, diedero pure i medesimi risultamenti. Lo sviluppo della botrite fu sempre più o meno rapido in ragione della minore o della maggiore quantità del liquido impiegato.

### *Cause predisponenti.*

Condizioni che favoriscono, o meno, lo sviluppo della malattia.

#### *Atrii.*

Tutti i bachi sani in generale, qualunque sia l'età e lo stato in cui si trovano, possono venir presi dal calcino, essendovi tutti egualmente predisposti, come lo dimostra l'innesto. Non ostante però questa loro generale predisposizione, non in tutte le età, nè in tutti gli stati vanno essi egualmente soggetti alla detta malattia. La qual cosa dipende interamente, come vedremo, dallo stato e dalla condizione speciale degli atrii del contagio, ossia degli organi pei quali le sporule della botrite devono penetrare nel corpo del baco, e venir messe a contatto col di lui fluido circolante. Questi atrii sono, come abbiamo già detto più sopra, i pori cutanei, e le vie della digestione e della respirazione.

I bruchi delle prime età, sia per la ristrettezza dei loro pori cutanei, sia per la tenue quantità del cibo che prendono, e dell'aria che respirano, sono in generale poco esposti a contrarre il calcino, come lo dimostra anche la lentezza dell'incubazione in quelli che si sottopongono artificialmente all'azione del contagio col cospergere il loro corpicino di polvere calcinica.

Tutti sanno invece quanto facilmente vadano soggetti a questa malattia i bruchi delle ultime età, ed in ispecie quelli che si trovano vicini alla maturanza. Nè è difficile trovare la ragione di questo fatto, qualora si ponga mente all'estesa superficie del loro corpo, all'ampiezza proporzionale dei loro pori cutanei e degli orifizj delle trachee, all'aumentata attività di questi organi, e

specialmente alla straboccheyole quantità di foglia che inghiottono in un limitato spazio di tempo; circostanze tutte che devono favorire oltremodo l'introduzione delle sporule della botrite nel loro corpo, qualora queste si trovino per avventura sparse nell'aria, o disseminate sugli oggetti che sono in immediato contatto coi bachi istessi, o colla foglia di cui si cibano.

Le crisalidi sono a questo riguardo le meno esposte, in conseguenza del loro stato, all'infezione calcinica. Soppressa in fatti nelle crisalidi la funzione della nutrizione, e sospesa forse temporariamente anche quella della respirazione, come sembra dinotarlo la chiusura degli stimmi od orifizj tracheali (*a*), non rimane altra via pel passaggio delle sporule della botrite nel corpo delle medesime, che quella dei pori cutanei, resi anch'essi per la massima parte inetti all'assorbimento per la grossezza e per la consistenza quasi cartilaginea della pelle che le riveste. Esse trovansi inoltre rinchiuse nel loro serico inviluppo, il quale se non vale a preservarle assolutamente dal contatto della polvere calcinica, ne rende per lo meno assai difficile l'ingresso. Egli è perciò che il baco diventato crisalide, a meno che non abbia portato seco i germi calcinici, nel qual caso muore nello spazio di pochi giorni, compie d'ordinario l'intera sua metamorfosi, sia che provenga da educazioni nelle quali dominò il calcino, sia che dimori tuttora in locali infetti della stessa malattia. Appena uscito però il baco dal bozzolo sotto le perfette sue forme di farfalla, trovasi di nuovo esposto, e più che in ogni altro stato od età, all'infezione suddetta; alla quale, come abbiamo fatto più sopra osservare, esso schiude per così dire il principal atrio, cioè gli organi della respirazione che in questa epoca appunto godono della massima loro attività.

*Sangue.*

Tutti i baconomi sono concordi nell'asserire che i bachi meglio nutriti e governati, i più robusti e sani, siano, generalmente parlando, quelli che di preferenza vengono colti dal calcino. E presso i villici corre l'antico proverbio, che qualche baco trovato qua e là su pei graticci morto di calcino, sia segno d'abbondanza, perciocchè dà a divedere lo stato di floridezza ed il buon andamento di tutta la partita.

Se ciò è vero, come pare, bisognerà pure ammettere che la condizione del

---

(*a*) *In lateribus stigmata, olim tracheæ patula orificia, adhuc supersunt, non tamen hiantia.....*

*Tracheæ exterius orificium occluditur, ut aeri non amplius pateat ingressus.* Malpighi l. c. pag. 27-28.

sangue del baco più favorevole allo sviluppo della botrite, giacchè è nel fluido circolante dell' insetto che essa si svolge e cresce, sia quella appunto del baco sano. Nè questa proprietà della botrite di svolgersi rapidissimamente nel sangue del baco vivente e sano viene punto scemata dalle variate condizioni del sangue istesso dipendenti dall'età o dallo stato in cui si trova l'insetto, mentre non v' ha filugello sano sotto qualsiasi condizione che non si possa far perire di calcino sottoponendolo all' innesto della botrite. Anche i bachi affetti da speciali malattie, e nelle quali il sangue si trova in ben altra condizione di quello del baco sano, si possono nell' istesso modo far perire di calcino, purchè non soccombano, per le dette malattie, prima del germogliamento delle sporule della botrite e della successiva loro moltiplicazione per talli.

Di questo numero sono i bachi affetti dal negrone e dal giallume (*a*); avendo i primi un sangue eminentemente alcalino ed in istato di incipiente putrefazione, come lo dimostra la comparsa in esso delle anguillette infusorie (34, 35); i secondi un sangue quasi per intiero disciolto, e ridotto in una specie di emulsione per l' innumerevole quantità di granelli adiposi che vi stanno sospesi. Accade anche talvolta di vedere alcuni bachi affetti dal mal del segno venir presi nello stesso tempo dal giallume, senza che la botrite cessi per questo di percorrere tutte le fasi della vegetazione, ammazzando e calcinando i bachi istessi come nell' infezione ordinaria, a meno che non sia stata sopraffatta dalla malattia che vi si è aggiunta, nel qual caso una parte soltanto del cadavere può rimanere calcinata (*b*).

Anche gli esperimenti comparativi eseguiti fuori del corpo dell' insetto fecero vedere che la botrite vegeta quasi colla stessa rapidità, se non colla eguale fecondità, tanto nel sangue del baco sano come in quello de' bachi affetti dalle suddette malattie (38, 62, 66).

L' acidità del sangue, ritenuta dalla maggior parte dei baconomi come

---

(*a*) Un baco affetto dal giallume, ed il cui sangue era già tutto disciolto, sebbene ancora acidulo, venne innestato con polvere calcinica il 24 giugno 1851. Esso morì alla mattina del 26 detto, ed alle ore 8 pomeridiane il suo cadavere era già duro e rosso, ad eccezione della porzione compresa tra il primo ed il quinto anello cutaneo, che era ancora molle, di color grigio oscuro, e che passò in seguito alla putrefazione.

(*b*) I bruchi innestati da qualche giorno con polvere calcinica, se vengono presi dal giallume, offrono il loro sangue disciolto e sparso di granelli adiposi unitamente ai nascenti talli botritici. Se muojono in questo stato, essi si anneraño in alcuni punti, come i negronici, mentre si arrossano e si fanno duri in altri, come i calcinati. In seguito prevale d'ordinario la botrite, ed anche le parti annerate si fanno dure ed il cadavere si mummifica interamente.

una condizione necessaria allo sviluppo del calcino, non è, come abbiamo altrove accennato, che un effetto della malattia istessa. Il sangue dei bachi affetti da calcino non offre, durante il corso dell'infezione, differenza alcuna da quello dei bachi sani. Il sangue dei bachi moribondi, od appena morti per la detta malattia, quantunque zeppo di nascenti talli botritici, non presenta d'ordinario alcun indizio d'acidità (69, 28,) e non diventa acido se non alcun tempo dopo la morte dell'insetto, quando cioè la botrite lo ha invaso per ogni dove coi sempre crescenti suoi talli. È dunque l'acidificazione del sangue del baco un puro effetto dell'atto vegetativo della botrite. Per convincersene maggiormente si faccia il seguente esperimento: Si pongano a germogliare alcune sporule della botrite in una goccia di sangue eminentemente alcalino estratto da un baco affetto dal negrone, o da una farfalla vicina al suo termine naturale (55), e si vedrà durante l'atto vegetativo della pianta, passare il detto liquido gradatamente dallo stato alcalino al neutro, e dal neutro all'acido, a seconda del progressivo sviluppo della pianta istessa.

Faremo inoltre osservare, che la botrite può svolgersi e riprodursi anche in liquidi puramente alcalini senza che venga meno in essi una tal condizione. Notabile tra questi si è l'umore limpido, incoloro, eminentemente alcalino, che emette la farfalla nell'aprire il bozzolo, il quale, anzichè acidificarsi, si fa sempre più alcalino durante il processo vegetativo della botrite (3).

Concluderemo pertanto non essere necessaria una condizione speciale del sangue del baco per lo sviluppo del calcino, svolgendosi la botrite nel detto liquido qualunque ne sia la condizione, e che l'acidità dello stesso è conseguenza e non causa dell'infezione medesima.

Ciò che si è detto della condizione del sangue vale pure pel complesso degli umori del baco istesso, almeno per quanto risulta dagli esperimenti eseguiti sui detti umori fuori del corpo dell'insetto, col far vegetare in essi la fatal pianta.

*Il calcino non può nascere spontaneo; l'istessa sua natura ne esclude la possibilità, essendo contraddetta dal fatto la genesi spontanea delle muccdinee.* Vitt. l. c.

Dopo la scoperta della vera causa e natura del calcino fatta dal dott. Bassi, e confermata, specialmente in quest'ultimi tempi, da pressochè tutti i baconomi nazionali e stranieri, non v'ha ormai persona, per quanto poco istrutta, la quale non ammetta che i germi botritici possano estendere, ed estendano infatti l'infezione calcinica con straordinaria celerità ed a riflessibili distanze, alla maniera appunto di tanti altri germi di crittogami parassiti.

Siccome però non tutti i casi contingibili di calcino si possono facilmente spiegare col solo fatto di una infezione venuta dall' esterno, molti baconomi, e fra questi alcuni dei più distinti, oltre all' infezione per contatto, ammetterebbero pure un primigeno sviluppo, una generazione spontanea della malattia; tanto più che la scoperta fatta di recente di alcuni fenomeni risguardanti appunto l' origine della botrite parrebbe porla fuor d' ogni dubbio.

Io non nego che si possano dare malattie di tale indole che, originate da cause speciali, proprie di determinate località e circostanze, serpeggino poscia e si diffondano per contatto mediato od immediato; di che ne abbiamo innumerevoli esempj nell' uomo e negli animali. Ma qui non si tratta di una malattia contagiosa, ma di un ente organizzato e vivente, di un vegetabile parassita che, introdotto per qualsiasi modo nel corpo del baco vivente e sano, col suo atto vegetativo ne disturba le funzioni al punto di toglierlo di vita. Tutta la questione quindi sta nell' ammettere la possibilità o meno della genesi spontanea di esseri organizzati e viventi.

Non essendo però nostra intenzione di mettere in campo e di discutere di nuovo una teoria già vieta, ed intorno alla quale ci sembra per lo meno inutile l' affaticarsi di presente dopo le delicatissime indagini dell' Ehrenberg, ci limiteremo ad esporre le nostre osservazioni ed il risultato delle nostre esperienze, fatte in proposito, al solo scopo di dimostrare l' insussistenza degli indicati fenomeni, e come si possa avere una sufficiente spiegazione di tutti gli eventuali casi di calcino nella prodigiosa fecondità del crittogamo, senza bisogno di ricorrere alla teoria della genesi spontanea, che tanto dissuona dalle ordinarie leggi di natura.

I principali tra questi fenomeni sono:

1.° *Lo sviluppo normale e costante della botrite bassiana nel cadavere delle farfalle, un giorno circa dopo la loro morte naturale.*

Fin dall' anno 1850, non appena fu pubblicata la Memoria sul calcino del dottor Grassi, colpito dalla stranezza di un fenomeno, che farebbe supporre il baco da seta condannato *per legge impreteribile del proprio organismo* ad una morte fisiologica insieme e patologica, mi son fatto ad esaminare scrupolosamente diverse specie di farfalle, e tra queste alcune centinaja d' individui della comunissima *phalena dispar* e del *papilio brassicæ*, e buon numero pure di quelli della *sphinx stellatarum* e della *sphinx nerii*, trovate naturalmente morte, o raccolte vive e lasciate morir in casa, onde accertarmi col fatto della verità o meno di una tale scoperta. Dove però rivolsi in ispecie tutta la mia attenzione si fu nell' esame delle farfalle del baco da seta, che a tale

scopo io mi era procurate, subito dopo l'accoppiamento o la deposizione delle uova, da varie piccole partite che mi si dissero affatto immuni dal mal del segno.

Tutte queste farfalle, tenute in luogo appartato e disposte sopra una larga tela pendente da una parete della stanza, erano raccolte di mano in mano che cadevano morte sul pavimento, e dopo uno o due giorni sottoposte all'esperimento. Il risultato si fu che in nessuna delle farfalle esaminate, sia che appartenessero al baco da seta, o ad altri insetti, io non giunsi mai a scoprire alcun indizio di vegetazione botritica.

Le farfalle del baco avevano tutte l'addome più o meno disteso dalla vescica aerea, colle pareti sottili, pieghevoli, elastiche e di color giallognolo fra l'unione degli anelli, e nei luoghi privi di pinne. Spaccate longitudinalmente, presentavano la cavità corrispondente alla vescica aerea affatto vuota, e le pareti di quest'ultima nude e trasparenti, potendosi attraverso delle medesime agevolmente scorgere i visceri sottoposti, ed il decorso dei vasi tracheali; la cloaca cecale ora vuota, ora contenente ancora qualche porzione dell'umor escrementizio allo stato di densa poltiglia. L'umore che in alcune gemeva ancora dalla ferita del corsaletto era decisamente alcalino. Poste all'umido così spaccate, passavano ben tosto alla putrefazione spandendo un forte odore ammoniacale, e coprendosi infine di varie sorta di muffe ed in ispecie del *penicillium fasciculatum* e *sparsum*, e della *monilia penicillata* Fr., ma senza svolgere il benchè minimo tallo di botrite, neppure quando venivano coperte delle sporule della medesima (16).

Per non lasciar nulla d'intentato a tale proposito, volli pure instituire un esame di confronto tra le farfalle morte veramente di infezione calcinica, e le supposte calcinate *in virtù dell'impreteribil legge*. A questo scopo presi una cinquantina di farfalle sane d'ambi i sessi, di cinque o sei giorni circa di vita, e le rinchiusi in un'ampia scatola di legno unitamente ad un baco calcinato e fiorito. In capo a tre giorni desse erano tutte morte.

Esaminatele un giorno circa dopo la morte, esse presentavano già al sol vederle i caretteri tutti dei bachi calcinati. Il loro cadavere era duro, contratto e tinto di color rosso-fosco tanto nelle parti esterne denudate, come nelle interne. L'addome appianato, resistente, con pareti grosse e fragili; la cavità della vescica aerea ristretta, colle interne pareti opache e coperte di una fitta e candida lanugine formata dagli steli emersi della botrite; la cloaca intestinale pure ristretta e contenente ancora porzione della materia escrementizia indurita; l'umor gemente dalla ferita del corsaletto, nei cadaveri non ancora totalmente essiccati, acidissimo; infine l'odor proprio dei bachi morti

da poco tempo di calcino. Poste all' umido, si coprirono nello spazio di tre a quattro giorni, su tutti i punti, di un denso strato di polvere calcinica, non altrimenti dei bachi calcinati posti in eguali condizioni, senza spandere il minimo odore di putrefazione, e senza dar luogo allo svolgimento di qualsiasi altra muffa.

Questo esame di confronto fatto tra le farfalle del baco morte naturalmente, e quelle morte per infezione calcinica, fu pure in seguito da me instituito e ripetutamente anche sulle farfalle dei soprannominati insetti, ed ho dovuto alla fine convincermi, che la comparsa dell' efflorescenza botritica non è un costante e normale fenomeno conseguente la morte naturale del baco, ma un fenomeno affatto anormale e patologico, non incontrandosi dessa che nel cadavere dei bachi morti per infezione calcinica.

Se non che avendo letto poco dopo negli *Annales de la Société sèricicole* dell' anno 1850, che anche il sig. Guérin-Méneville, dietro la guida di studj anatomico-fisiologici, e senza conoscere quelli fatti in proposito dal Grassi, sarebbe stato condotto a confermare questa legge *della terminazione* cioè *allo stato calcinico delle farfalle che hanno compiuto naturalmente tutte le fasi della loro esistenza*, od altrimenti, *dell' invasione della botrite come termine naturale della vita del baco e forse di tutti i lepidotteri* (*a*); ho creduto bene di rinnovare l' anno scorso le già fatte osservazioni sopra più ampia scala, valendomi a tal uopo delle osservazioni anatomico-fisiologiche accennate dall' autore, ed eccole in succinto col loro risultamento.

Venuta la stagione opportuna, mi procurai alcune migliaja di farfalle appena tolte dall' accoppiamento (maschj), o subito dopo la deposizione delle uova (femmine), come aveva praticato nei primi esperimenti, poco curandomi che molte di esse provenissero da educazioni non affatto immuni dal calcino. Disposte queste farfalle di mano in mano che le riceveva sopra di un lenzuolo, in modo che si potessero agevolmente distinguere tutte quelle che, fatte cadaveri, rimanevano tuttavia attaccate alla tela, ne esportava mattina e sera i cadaveri, e dopo 24 a 36 ore li esaminava e li riponeva in seguito in un ambiente umido. Il loro esame tanto interno che esterno veniva fatto coll' ajuto di una coppia di lenti acromatiche di una linea circa di distanza focale, facendo uso puranco del microscopio composto, quando occorreva, per l' esame degli umori, e dei varj tessuti.

Dopo venti giorni di sì fatto lavoro, io mi trovava possedere una raccolta di cinque mila farfalle tutte sezionate e diligentemente esaminate, delle quali

(*a*) *Annales de la Société sèricicole*, l. c. pag. 197-98.

diciannove veramente calcinate, come lo diede tosto a divedere la lanugine sòrta sulle pareti interne della vescica aerea, e come lo rese manifesto la susseguente fioritura botritica; un centinajo all'incirca putrefatte non appena morte, in causa, come pare, di sofferto giallume o negrone; tutte le altre sane sanissime, e che non diedero traccia di efflorescenza botritica, sebbene la maggior parte di esse, cioè tutte quelle che erano state sottoposte al microscopio, fossero zeppe di ematozoidi, o per dir meglio, dei corpicciuoli semoventi allungati, più sopra descritti, che, come vedremo, si ritengono dal Guérin-Méneville essere i rudimenti dei talli botritici.

In seguito ricevei pure da varj amici e conoscenti altre centinaja di farfalle naturalmente morte, ed appartenenti a piccole educazioni, le quali tutte sezionate e poste alla prova dell'umido si trovarono e si conservarono immuni dalla botrite. Tra queste ne ricorderò una cinquantina, ricevute nello scorso autunno, le quali erano rimaste sul pavimento sin dal mese di luglio, ivi cadute dopo la deposizione delle uova, senza che perciò si fosse sviluppato nelle stesse il benchè minimo stelo del nominato crittogamo.

A render più completo questo esperimento mi occorse un fatto singolare, e che io non aveva sino a quel tempo osservato, e si fu la morte rapida che avveniva giornalmente per calcino di tutte le farfalle che io andava raccogliendo nel mio studio per gli intrapresi esperimenti, come se venissero inoculate ad una ad una con polvere calcinica, nel momento del loro ingresso nella stanza.

Questo fatto mentre mi dimostrava ad evidenza la facilità somma con cui le farfalle prendono il calcino, tenute in luoghi infetti, che tale certamente era in quel tempo il mio studio pei molti bachi calcinati ivi esistenti, mi confermava pure nell'opinione, più sopra esposta, che da ciò appunto fosse nata la prima idea del sopraccennato fenomeno.

2.° *La trasformazione dei granelli contenuti nei globuli sanguigni (ematozoidi di Guérin-Méneville) in rudimenti di talli botritici.*

Il signor Guérin-Méneville (*a*) studiando la composizione intima del sangue del baco, credette d'aver assistito alla trasformazione della materia vivente elementare animale in un vegetabile, avrebbe cioè veduto certi corpicciuoli, costituenti, a parer suo, la porzione vivente ed interna dei globuli sanguigni,

(*a*) *Observations sur la composition intime du sang chez les insectes, et surtout chez les vers-à-soie en santé et en maladie, etc.* Revue de Zoologie, 1849 N.° 11, pag. 365. — Questa Memoria è stata letta all'Academia delle Scienze nella seduta del 3 novembre 1849.

diventar le radici della botrite bassiana, ossia del crittogamo che costituisce la malattia conosciuta sotto il nome di calcino o mal del segno.

Io ho già fatto altrove notare che questi corpicciuoli, veduti dal Guérin-Méneville trasformarsi in veri talli botritici, non sono altro che i conidii staccatisi dai filamenti degli stessi talli botritici, i quali provengono dal germogliamento delle sporule introdottesi naturalmente, od artificialmente inoculate nel corpo dell'insetto; e che i corpicciuoli semoventi, da lui chiamati impropriamente ematozoidi, non hanno parte alcuna nella supposta metamorfosi.

A togliere ogni dubbio in proposito valga il seguente esame di confronto fra i suddetti corpicciuoli semoventi ed i conidii. — I corpicciuoli semoventi, e quelli in ispecie di forma ovale allungata, ritenuti dal signor Guérin-Méneville come lo stato di mezzo tra i suoi pretesi ematozoidi ed i rudimenti dei talli botritici, sono perfettamente tra loro eguali, e per quanto soggiornino nel corpo dell'insetto, non cangiano mai nè di forma nè di volume. Essi s'incontrano talvolta, come prodotto morboso, nel sangue delle larve, ma più di frequente come prodotto normale e costante nel sangue, nell'umor escrementizio, e nei diversi tessuti delle farfalle sì vive che morte, tanto sane che affette da calcino (51, 56, 57). Posti od esistenti naturalmente nel sangue estratto di un baco sano, si mantengono inalterati, senza cioè subire trasformazione di sorta, sino alla completa dissoluzione del liquido (53, 57, 58, 43). Inoculati nel baco sano, non v'inducono malattia alcuna. La potassa caustica sciolta in cinque parti del suo peso d'acqua distillata non ha su di essi azione sensibile.

I conidii, al contrario, siccome esseri organizzati e viventi, dal momento che si incontrano nel sangue del baco, offrono forme e dimensioni variabilissime, dipendenti dal progressivo loro sviluppo. Si trasformano in breve in perfetti talli botritici, e non si rinvengono perciò mai al loro stato rudimentale nei bachi morti da qualche tempo di calcino. Posti nel sangue estratto da un baco sano, si svolgono rapidamente in talli botritici, e coprono il liquido istesso d'efflorescenza calcinica (68). Inoculati nel baco sano, vi inducono irreparabilmente il calcino (32). La potassa caustica, sciolta come sopra, li distrugge completamente.

Si può quindi ripetere che i rudimenti de' talli botritici che si rinvengono nel sangue del baco infetto, prima della sua morte, sono il prodotto della vegetazione della botrite istessa (gemme o conidii), e non il risultato di una particolare metamorfosi dei granelli o degli ematozoidi, come vuole il Guérin-Méneville, contenuti nei globuli sanguigni; e che quindi anche da questo lato non si può trarre argomento alcuno che appoggi la genesi spontanea della malattia in discorso.

3.° *I germi calcinici ingeniti nel baco.*

Il dott. Bassi, che nel suo primo lavoro sul calcino aveva asseverantemente sostenuto che la detta malattia non poteva mai nascere spontanea, colpito da alcuni singolari avvenimenti che gli fecero, a suo dire, conoscere a non più dubitarne, che il mal del segno nasce talvolta realmente spontaneo nel baco (*a*), nè volendo d'altra parte ammettere la genesi spontanea di esseri organizzati e viventi, imaginò *dei germi calcinici ingeniti nel baco istesso, i quali si sviluppino in date circostanze, e si moltiplichino tanto enormemente sino ad infermare ed a far perire del rio morbo di cui si parla il povero animaletto.* A sostegno di ciò egli addurrebbe, che *non senza ragione vuolsi che tutti gli esseri organici viventi animali e vegetabili serbino dei parassiti loro proprj ingeniti, cioè in essi collocati dalla natura per fini all'uomo ignoti, i quali sviluppandosi e moltiplicandosi in certe circostanze loro favorevoli, fanno ammalare e ben anco spesso uccidono l'individuo che li contiene* (*b*).

Sebbene con questa teoria abbia il dott. Bassi trovato modo di conciliare ad un tempo tanto i fautori del contagio, che della supposta genesi spontanea, senza deviare dall'ammesso principio *il calcino non nasce mai spontaneo*, non vedo però come la si possa sostenere senza l'appoggio d'alcun fatto. E prima di tutto dimanderò io, chi ha veduto questi germi ingeniti nel corpo del baco vivente e sano? Ed ammessa anche la loro esistenza, perchè rimangono dessi d'ordinario stazionarj ed inerti in esso per tutta la vita, e non si sviluppano che in date favorevoli circostanze, mentre sappiamo che il sangue del baco sano è il liquido che offre le migliori condizioni pel loro sviluppo? Come supporre che una sporula sola, un sol conidio rinchiuso nel corpo di un baco sano non si svolga all'istante e si moltiplichi, come nei casi ordinarj di infezione calcinica, mentre è noto con quanta celerità queste sporule e questi conidii si svolgano e si moltiplichino nel detto liquido, sì dentro che fuori del corpo dell'insetto, e sotto qualsiasi condizione? Anzichè cercare le cause che favoriscono il loro sviluppo, bisognerebbe in questo caso investigar quelle che lo impediscono, giacchè nella detta supposizione di germi ingeniti, non si saprebbe concepire come ancora esistano bachi viventi sulla terra. Di più, a quale scopo avrebbe la natura compartito a questo vegetabile una fruttificazione esterna tanto prodigiosa, per l'enorme copia di germi calcinici ch'essa

(*a*) Bassi. *Il fatto parlante all'Autore*, ecc. 1850, pag. 27.
(*b*) Ivi, nella nota.

produce a sterminio dei poveri animaletti, se questi li portano con loro sin dalla nascita per lo stesso oggetto?

In fine se v'hanno questi germi ingeniti, che sotto date condizioni svolgonsi in talli botritici dando origine al calcino, perchè non fu mai dato sinora ad alcuno di far perire di calcino un sol baco senza far uso delle sporule della botrite: e perchè tali supposte condizioni, che pur non dovrebbero essere difficili a trovarsi ovunque, attesa la quasi generale diffusione del calcino, non sonosi mai riscontrate in particolari località ove pure da secoli si coltivano i filugelli? Le teorie devono sorgere e poggiare sui fatti quali conseguenze della retta osservazione e ponderazione dei fatti istessi, altrimenti esse si riducono a semplici e spesso inutili ipotesi.

4.° *La possibilità di uno spontaneo sviluppo della botrite nei visceri del baco quale conseguenza di una morbosa alterazione dei visceri medesimi, indotta dal germe botritico o da altri agenti.*

L'idea d'uno spontaneo sviluppo della botrite quale conseguenza di uno stato speciale, o di una alterazione morbosa di determinati organi del baco, è talmente invalsa anche ai nostri giorni presso la maggior parte de' baconomi, che non posso a meno, avanti di dar fine al presente scritto, di non toccare di passaggio anche questo argomento.

Prima della scoperta del Bassi, poco o nulla sapendosi della natura del calcino, si aveva l'efflorescenza botritica come un condensamento degli umori del baco, una specie d'incrostazione della natura del gesso, o come una azione chimica successa allo stesso baco dopo la morte, quantunque forse prodotta da malattia di diverso genere (*a*). Svelatasi poscia la vera natura del calcino, e veduto lo stretto rapporto che passa tra la malattia e l'efflorescenza botritica, nè volendosi ammettere come causa unica e dell'una e dell'altra i germi botritici, si cercò in una alterazione speciale di determinati organi del baco, quale effetto della malattia istessa, l'origine prima, ossia la genesi spontanea del crittogamo.

---

(*a*) *Quanto ho esposto qui sopra intorno alla durata della malattia, non toglie che il baco da seta non possa calcinarsi anche colpito da una morte improvvisa, o per malattie di diversa durata e di diversa indole, e che non possa esser vero altresì che un salto violento di temperatura abbia cagionata la morte a diversi bachi, i quali in seguito si calcinarono; poichè sembra che il calcinarsi dei bachi sia un' azione chimica, avvenuta allo stesso baco dopo la sua morte, che potrebbe essere prodotta da cause diverse.* Foscarini, *Biblioteca Italiana*, tomo 22.°, aprile 1821, pag. 65. *Raccoglitore* 1820, pag. 248.

I primi che si occuparono di una tale ricerca credettero di vedere nel *tessuto adiposo del baco, morbosamente affetto nella malattia del calcino*, la matrice fungoidea che svolgesi poscia nella determinata forma di botrite. Più tardi però prevalse l'idea d'un'acida fermentazione degli umori del baco, qual causa prossima della malattia stessa, d'onde lo sviluppo necessario della botrite, e la manifestazione di tutti i fenomeni che precedono da vicino e che conseguitano la morte del baco.

E cominciando dall'alterazione morbosa del tessuto adiposo, faremo osservare, che essa non ha luogo che dopo la morte del baco, quando cioè la botrite ha già invaso dovunque ed ucciso colla sua presenza il baco affetto. Se si esamina infatti il tessuto adiposo dei bachi morienti di calcino, e lo si confronta con quello dei bachi sani, non vi si trova differenza alcuna nè nella forma, nè nel volume, nè nell'intima sua struttura; ed i cadaveri di questi bachi, qualora vengano spaccati e lavati ripetutamente nell'acqua onde privarli dei nascenti talli botritici, nel loro fluido circolante dispersi, si putrefanno, o si disseccano, a norma delle condizioni in cui si trovano, come se appartenessero a bachi sani, senza presentare i fenomeni ordinarj dei bachi calcinati (29). Se si pone inoltre a vegetare qualche sporula di botrite in una goccia di sangue estratto da un baco sano, a cui siansi appositamente immischiati alcuni lobuli od alcuni granelli adiposi, si veggono le sporule della botrite germogliare e crescere, riempiendo il liquido di una intricatissima rete botritica, senza interessare menomamente, e senza punto alterare i detti lobuli o granelli, i quali finiscono col confondersi coi cristalli dodecaedri separati dal liquido, durante il massimo sviluppo della botrite, ed ai quali sembra che essi servano come di nucleo, non altrimenti dei granelli dei globuli sanguigni. Lo stesso accade facendo l'esperimento sopra una goccia di sangue estratto da un baco moriente di calcino, nel quale unitamente ai nascenti talli botritici trovinsi accidentalmente sparsi dei lobuli adiposi, come accade estraendo il detto liquido dalle crisalidi (31, 40). Questi talli si svolgono rapidamente in tutti i sensi, rinserrando nelle maglie della rete tallina i detti lobuli senza punto alterarli.

Se adunque la botrite preesiste nel sangue del baco vivente, affetto da calcino, a qualsiasi alterazione del tessuto adiposo; se vegeta e si moltiplica indipendentemente dallo stesso, come si potrà dire che questo tessuto *in special modo alterato predisponga gli organi del baco dopo morto allo svolgimento della botrite bassiana?*

Venendo ora all'argomento dell'acida fermentazione degli umori del baco affetto da calcino, come causa dello sviluppo della botrite, dirò prima di tutto

come può presupporsi un tal processo nei detti umori, se esplorati questi cogli ordinarj mezzi chimici, non offrono durante la vita del baco ammalato differenza alcuna da quelli del baco sano, e non è d'ordinario che dopo la morte del baco istesso che essi diventano acidi? D'altronde è egli possibile che sotto un tal processo di acida fermentazione del fluido circolante, giacchè è questo appunto l'umore che verrebbe in ispecial modo alterato, l'insetto che lo contiene non dia il minimo segno di patimento, e si mostri anzi in uno stato, per così dire, di esuberante vitalità?

Ma ammettiamo pure che la malattia del calcino consista, come in fatto, in una speciale e progressiva metamorfosi chimica del sangue del baco, poco importando del resto che venga essa chiamata *fermentazione acida, eremacausia, putrefazione,* od altro, si potrà perciò dire che questa metamorfosi sia la causa dello sviluppo primigeno della botrite, quando questa si sviluppa, cresce e si moltiplica nel sangue istesso molto tempo prima della comparsa di quei fenomeni fisico-chimici, che la reale esistenza di un tal processo appalesano? Noi abbiamo già veduto altrove, che facendo germogliar la botrite nel sangue estratto da un baco vivente e sano, questo fluido subisce a poco a poco le stesse mutazioni che si osservano nel sangue del baco affetto da calcino. Pare quindi più consentaneo alla ragione ed alla esperienza il considerare la detta metamorfosi come l'effetto e non come la causa dello stesso sviluppo.

Le sporule della botrite, dicono essi, non servono tutt'al più che come stimolo o fermento, e non come reale contagio vegetabile vivente, potendosi ottenere lo stesso intento anche con altre sostanze fermentanti. Noi pure concediamo che le sporule della botrite agiscano appunto come stimolo o fermento, ma non per le loro proprietà chimiche, bensì per le loro proprietà vitali; giacchè, estinta una volta la vita del germe calcinico, quantunque rimangano ancora in esso intatte le proprietà chimiche, non è più atto a produrre la malattia.

Egli è perciò che non può darsi la mummificazione del cadavere dell'insetto senza l'efflorescenza botritica, essendo quella il risultato di una metamorfosi chimica degli umori del baco che non può essere suscitata che dall'atto vegetativo della botrite istessa, ultimo scopo del qual atto si è l'efflorescenza suddetta, ossia la fruttificazione della pianta: se altri agenti fossero capaci d'indurre un tal processo negli umori del baco vivente, si potrebbe allora avere la mummificazione del cadavere senza l'efflorescenza botritica, ciò che finora non fu mai dato ad alcuno di conseguire.

E se da un fatto speciale fosse lecito trarre deduzioni generali, io sarei per

dire che le alterazioni tutte, cui vanno soggette le sostanze organiche, sono primitivamente determinate dallo sviluppo dei germi, in esse esistenti, di quegli stessi esseri microscopici animali o vegetabili, che si vorrebbero il prodotto immediato di simili alterazioni.

Generalmente si crede che le sostanze organiche a sè medesime abbandonate, possano alterarsi senza l'intervento di causa alcuna straniera. Ma ella è cosa positiva che se queste sostanze non si riscontrano già per sè in uno stato di alterazione, fa mestieri necessariamente, perchè questa succeda, che sia tolto da prima l'equilibrio d'attrazione dei loro elementi. Fra le cause più generali di codesto turbamento, i chimici, dietro le belle esperienze di Gay-Lussac ed il trovato dell'Appert, ripongono l'ossigeno dell'aria atmosferica, nel cui circolo tutti i corpi si trovano.

Se si rifletta però che queste sostanze possono conservarsi inalterate anche a contatto dell'aria atmosferica, qualora siano interamente private, mediante il calore dell'ebollizione dell'acqua, dei germi dei soprannominati esseri, che d'ordinario le ingombrano; e che queste istesse sostanze, quantunque esposte al detto calore e tenute in vasi ermeticamente chiusi, si alterano tosto quando vengano messe a contatto di alcuno di questi germi, pare più verosimile che la cagion prima del sopra enunciato turbamento, e la conseguente loro alterazione, debba attribuirsi piuttosto allo sviluppo che ha luogo nelle medesime dei germi di codesti esseri microscopici, anzichè all'azione dell'aria atmosferica, ossia del di lei ossigeno, come dal seguente esperimento:

Si facciano bollire per alcuni minuti entro una grande ampolla con poca quantità d'acqua comune, pura od acidulata con acido tartarico o citrico, alcuni pezzetti di mollica di pane bianco ordinario. Terminata la bollitura si decanti l'acqua, ed appena raffreddata l'ampolla, se ne chiuda ermeticamente l'apertura con tappo di cera rammollita. Si ripeta l'istessa operazione con altri pezzetti di mollica di pane come sopra, adoperando una ampolla dell'eguale capacità della prima, ma avanti di turarla si lascino cadere per entro alla stessa alcune sporule di una muffa conosciuta, per es. del *penicillium crustaceum* Fr.

Poste queste due ampolle sotto le stesse condizioni di luce, ed alla temperatura ordinaria, si avranno i seguenti risultati, cioè:

La mollica di pane contenuta nella prima ampolla, a meno che per caso durante il raffreddamento della stessa non vi si sia introdotta coll'aria qualche sporula di muffa, si conserverà intatta per mesi ed anni, come quando vi fu introdotta, senza dar luogo al benchè minimo tallo di muffa; quella invece contenuta nella seconda ampolla si vedrà coprirsi, dopo alcuni giorni, di una

densa lanugine bianca, poscia di varie macchie di color verde-mare od olivastro, ed in fine di un denso strato di polvere dello stesso colore formato dall'accumulamento delle sporule del *penicillium crustaceum*, proveniente dal germogliamento e dalla fruttificazione delle sporule statevi introdotte; e la mollica istessa diminuire di volume, asciugarsi, prendere un color bruno giallastro nel luogo che trovasi a contatto immediato colle pareti della bottiglia, e non conservare in ultimo più traccia alcuna del primitivo suo essere.

Ognun vede che in questo esperimento non fu esclusa dai due recipienti l'aria atmosferica; e sebbene questa vi si trovasse in quantità più che sufficiente per togliere l'equilibrio d'affinità degli elementi della sostanza organica messa alla prova, e determinarvi un processo qualunque di scomposizione, pure questo processo non ebbe luogo che là dove vi fu un precedente svolgimento di germi di muffa.

Lo stesso risultamento si ottiene sottoponendo ad un eguale esperimento il miele, la pasta d'amido, la pasta di farina di frumento in attualità di fermentazione, la colla di pesce, ecc., sieno desse pure od acidificate con acidi vegetabili; sostanze tutte che si ritengono dai fautori della genesi spontanea come le più facili ad alterarsi e a divenire per tal modo matrici feconde di muffe.

Col metodo di Appert, esponendosi le sostanze organiche in vasi ermeticamente chiusi, alla temperatura dell'ebollizione dell'acqua, onde privarle, come vogliono i chimici, dell'ossigeno dell'aria che le circonda, trasformandolo in gas acido carbonico, si ottiene lo stesso intento che io mi son prefisso ne' miei esperimenti, di distruggere cioè tutti i germi di animali o vegetabili microscopici che possono trovarsi uniti alle medesime, con che si viene ad impedire la loro alterazione, anche indipendentemente dalla scomparsa dell'ossigeno dall'aria inchiusavi, forse impossibile ad ottenersi col solo grado di temperatura sopra notato (*a*).

E tornando al nostro argomento, conchiuderemo col dire, che le muffe anzi-

---

(*a*) Il signor Appert riconobbe che per conservare gli alimenti basta collocarli in un vaso di cui si salda il coperchio e che si mette in seguito nell'acqua, elevando poco a poco la temperatura di questo liquido sino al grado dell'ebollizione. Essa vien conservata così per un'ora e mezzo o due ore. Tutto l'ossigeno che potrebbe esistere nella scatola, scompare e si converte in acido carbonico. Si è evidentemente a questa conversione dell'ossigeno in acido carbonico che bisogna attribuire il potere preservatore del processo. La più debole traccia di questo gas potrebbe cagionare un'alterazione, che sebben limitata, non sarebbe meno reale. Bisogna dunque esagerare la durata dell'ebollizione piuttosto che cercare di abbreviarla. Dumas, *Statica chimica degli esseri organici*, l. c., pag. 300.

chè essere il naturale e spontaneo prodotto di speciali alterazioni delle sostanze organiche, sono esse stesse che col loro sviluppo siffatte speciali alterazioni vi inducono; e che perciò male si appongono coloro che, appoggiati ad una simile ipotesi, vorrebbero risguardare la botrite come il prodotto di una particolare alterazione o metamorfosi di determinati organi del baco, mentre è la botrite istessa che col suo atto vegetativo una tale alterazione o metamorfosi vi determina onde trarne i materiali necessarj al compimento di tutte le fasi di sua vegetazione, di cui ultimo scopo, come abbiam già detto, si è la fruttificazione, ossia l'efflorescenza botritica.

*Esposizione, in via d'appendice, di alcuni dei principali esperimenti sui quali venne basata la dottrina intorno la natura del calcino, che forma l'argomento della presente Memoria.*

(1)

19 *agosto* 1851, *ore* 8 ½ *pomeridiane.—Soluzione di colla di pesce, leggermente acidulata con aceto distillato, sparsa di sporule di botrite, e posta sotto campana al solito per impedirne l'evaporamento.*

20 *detto*, *ore* 3 ½ *pom.* — Qualche sporula germogliante.

21 *detto detto.* — Botrite già disposta in cespugli con conidii numerosissimi, parte liberi, parte ancora aderenti ai filamenti tallini. Qualche stelo fruttifero emergente con sporule nascenti. Anguillette infusorie a diverso grado di sviluppo. Nessun cristallo.

23 *detto*, *ore* 10 *antimeridiane.* — Botrite in frutto. Talli e conidii sparsi per tutto il liquido; sporule con germogli carichi di conidii. Cristalli dodecaedri! minuti, distintissimi, piuttosto numerosi. Anguillette come sopra.

25 *detto.* — Tutto il liquido è zeppo di sporule cadute, e di conidii portanti alle loro estremità altri conidii nascenti. Rami della botrite assai corti, e poco ramificati; un sol filamento serve di tallo e di ramo fruttifero. Essa si presenta alla superficie del liquido sotto forma di piccole macchiette bianche. Cristalli dodecaedri numerosissimi di tutte le grandezze, e diversamente disposti attorno ai cespugli suddetti.

(2)

14 *luglio* 1851, *ore* 6 ½ *ant.* — *Umore incoloro limpido alcalino, emesso da una farfalla a sangue bianco allo scopo di aprire il bozzolo, sparso di sporule di botrite.*

15 *detto*, *ore* 9 *ant.* — Liquido quasi essiccato; sporule germoglianti. Allungato con acqua distillata e riposto.

16 *detto detto.* — La botrite divisa in grandi cespugli comincia a mandar fuori gli steli fruttiferi. Nessun cristallo; nessun infusorio. Il liquido è ancor puro, ed avendolo allungato con una goccia d'acqua distillata, esso si riempì di conidii, staccatisi dai suddetti cespugli, affatto simili ai nascenti talli botritici che si scorgono nel sangue del baco affetto da calcino.

17 *detto, ore 6 pom.* — Botrite in piena fruttificazione. Il liquido è zeppo di minuti cristalli dodecaedri, ed è tuttora alcalino.

18 *detto, ore 9 ant.* — Il liquido è ancora limpido ed alcalino! La botrite in frutto c. s. e tutta circondata di conidii più o meno sviluppati, molti dei quali ancora aderenti ai rami tallini. Numero strabocchevole di cristalli dodecaedri. Qualche cespuglio nascente di penicillio. Allungato con acqua distillata e riposto.

20 *detto.* — Cristalli dodecaedri numerosissimi, alcuni tra questi appena visibili al maggiore ingrandimento. Ancora qualche conidio nascente. I cespugli botritici si veggono ad occhio nudo sulla superficie del liquido sotto forma di tanti punti bianchi della grandezza di una testa di spilla. Liquido ancora alcalino.

(3)

16 *luglio* 1851, *ore* 6 $^1/_4$ *ant.* — *Umore limpido incoloro alcalino, emesso da una farfalla a sangue giallo per aprire il bozzolo, sparso di sporule di botrite.*

17 *detto, ore 6 pom.* — La botrite comincia a germogliare da per tutto, e la maggior parte dei filamenti o germogli si vedono carichi di uno o più conidii.

18 *detto, ore 2 pom.* — Botrite fruttificante. Considerevoli cespugli con sporule nascenti da tutte le parti; piccoli cespugli con conidii; conidii sparsi a vario grado di sviluppo; nessun cristallo dodecaedro; il liquido si mantiene puro.

19 *detto, ore 3 $^1/_2$ pom.* — Botrite in piena fruttificazione, nessun cristallo dodecaedro; infusorj sotto forma di anguillette; liquido ancor trasparente.

20 *detto.* — La botrite presenta sulla superficie del liquido, che sembra rappreso, dei bellissimi punti bianchi di fruttificazione; comparsa di varj minuti cristalli dodecaedri; anguillette riunite in ammassi confusi, immobili.

21 *detto, ore 9 ant.* — Come sopra. La parte centrale del liquido è occupata da un immenso cespite di *penicillium crustaceum* in frutto; il liquido è alcalinissimo; tinge cioè in azzurro carico la carta rossa esploratoria.

(4)

16 *luglio* 1851, *ore* 6 $^1/_2$ *ant.* — *Umore come sopra, puro, cioè senza le sporule della botrite.*

20 *detto.* Il liquido è tutto sparso di conidii e di talli nascenti del *penicillium fasciculatum* insieme ad un numero infinito di infusorj. Allungato con acqua distillata e riposto.

21 *detto.* Il penicillio comincia a mandar fuori i rami fruttiferi. Il liquido è torbido e tutto zeppo di infusorj sotto forma di minutissimi granelli semoventi con moto concitatissimo vorticoso. Il liquido è più alcalino di prima ed in piena putrefazione.

(5)

Il giorno 26 giugno 1850, alle ore 4 pom., furono nutriti per una sol volta con foglia cosparsa di polvere calcinica 25 bruchi dell'età 5.ª un giorno circa dopo la 4.ª muta. — Essi

perirono tutti nella notte del 30 detto al 1.° luglio, cioè tra le 10 pom. e le 6 ant., come se fossero stati colpiti dal fulmine.

( 6 )

2 *luglio* 1850. — *Bruco maturo affetto da calcino, esaminato mentre era moribondo.* — Umore circolante leggermente acido come nel baco sano. Sugo gastrico, ridotto in una specie di gelatina giallo-trasparente, eminentemente alcalino (colora in azzurro la carta rossa, ed in verde-porro nitidissimo lo sciroppo di viole). Umore totale del baco, allungato con acqua distillata, alcalino! e. s. Il cadavere si è mummificato e coperto d'efflorescenza botritica.

( 7 )

2 *detto* 1850. — *Baco quasi maturo affetto da calcino, e morto poco dopo l'esame.* — Umore circolante tratto dal vaso dorsale, e dai lati del corpo, pressochè neutro. Sugo gastro-enterico eminentemente alcalino! (cangiò in un bel verde lo sciroppo di viole ed in azzurro la carta rossa esploratoria). Il cadavere divenne rosso e duro.

( 8 )

2 *detto* 1850. — *Baco maturo affetto da calcino e vicino a soccombere.* — Umore contenuto nel vaso dorsale neutro. Sugo gastro-enterico alcalino. Umore totale, estratto dal baco mediante la spaccatura, ed allungato con acqua distillata, alcalino. Il cadavere diventò mummia perfetta.

( 9 )

3 *luglio* 1850. — *Baco della* 5.ª *età moriente di calcino.* — Umore del vaso dorsale affatto neutro. Sugo gastrico emesso dalla bocca eminentemente alcalino (tinse in pretto azzurro la carta rossa, e cangiò in verde lo sciroppo di viole). Umore totale, estratto mediante la spaccatura e l'immersione intera del corpo del baco nell'acqua distillata, alcalino.

( 10 )

3 *luglio* 1850. — *Baco dell'età quinta morto da poco tempo di calcino.* — Umore limpido emesso dalla bocca eminentemente alcalino. Umore del vaso dorsale leggermente acido. Il cadavere si è calcinato.

( 11 )

3 *luglio* 1850. — *Baco maturo moribondo per calcino.* — Umore limpido emesso dalla bocca, eminentemente alcalino. Umore del vaso dorsale neutro (non diede alcuna reazione). Il cadavere si è calcinato.

( 12 )

16 *luglio* 1850. — Due farfalle innestate il 14 detto, ad un'ora pomeridiana, si trovarono questa mattina morte entrambe e di vero calcino. Il loro cadavere tenuto all'umido si coperse in breve di efflorescenza botritica.

(13)

Il giorno 17 luglio 1850, alle ore 10 ant., vennero innestate con polvere calcinica sette coppie di farfalle nate la mattina istessa. Alla mattina del 18 due erano già morte; ed alla mattina del 19 le rimanenti. Tutti i loro cadaveri si sono calcinati, meno quelli delle due farfalle morte per le prime, che si sono putrefatti.

(14)

Il giorno 18 luglio 1850, alle ore 10 ½ ant., vennero innestate con polvere calcinica otto coppie di farfalle uscite da poche ore dal bozzolo. — Alle 8 pom. del 19, una era già morta: alle 8 ant. del giorno 20, erano morte altre dodici; le ultime tre morirono poco dopo. Tutte si calcinarono, ad eccezione della prima che si è putrefatta.

(15)

Il giorno 19 luglio 1850, alle ore 11 ant., furono innestate con polvere calcinica otto farfalle appena nate. Al mezzo giorno del 20, due erano già morte, ma si putrefarono in seguito senza dar indizio di calcino. Alla mattina del 21, cinque erano morte di calcino ed una moribonda. Al 22 erano morte tutte e calcinate. Spaccati i cadaveri ed esplorati colla carta di tornasole, i loro umori si trovarono al solito eminentemente acidi.

(16)

Venti farfalle, spaccate appena morte e cosperse di polvere calcinica, furono poste il 14 agosto 1850 in atmosfera umida allo scopo di ottenerne un'artificiale calcinazione. Dieci giorni dopo i loro cadaveri si erano putrefatti e coperti di due specie di penicilli (*crustaceum* e *sparsum* Fr.). La botrite non si era sviluppata.

(17)

17 *agosto* 1850. Avendo quest'oggi esaminato il fluido circolante di dieci bruchi della 5.ª età, lo trovai in tutti leggermente acido. Esso arrossava patentemente la carta di tornasole; questo arrossamento però scompariva coll'asciugarsi della carta stessa, lasciandovi una macchia di color bianco-giallastro sordido. Avendo pure esaminato in via di confronto il sangue di altri dieci bruchi della 2.ª età, lo trovai in tutti molto più acido di quello dei primi. Esso cambiava in rosso deciso la carta suddetta, e questo colore si conservava anche dopo l'asciugamento. Tanto il sangue di quelli come di questi non dava alcuna reazione adoperando la carta rossa.

(18)

19 *agosto* 1850. — *Esame del sangue di un baco moriente di calcino, estratto mediante ago-puntura dal centre dello stesso.* — Talli botritici copiosissimi, la maggior parte divisi e suddivisi in rami a guisa di piccoli cespugli. Globuli sanguigni scarsi. Cristalli dodecaedri, formati da un prisma rettangolare a base quadrata, piuttosto corto, e terminato da piramidi quadrilatere molto ottuse, numerosissimi, di diverse dimensioni, frammisti ai nascenti talli.

*Lo stesso umore levato con ago-puntura dal dorso in corrispondenza del vaso pulsante.* — Cespugli botritici e. s.; maggior numero di globuli sanguigni; minor numero di cristalli.

Tanto l'umore estratto dal ventre, come quello estratto dal dorso leggermente acido. L'umore emesso dalla bocca dello stesso baco poco prima di morire era trasparente, verdognolo, eminentemente alcalino. Veduto sotto al microscopio, esso non presentava nè cespugli botritici, nè cristalli di sorta.

(19)

19 *agosto* 1850. — Questa mattina morirono quasi tutti, come colpiti dal fulmine, i 50 bruchi dell'età 8.ª che vennero nel giorno 13, ore 12 meridiane, nutriti per una sol volta con foglia leggermente cosparsa di polvere calcinica. La lor morte ebbe luogo verso la fine della sesta giornata dopo l'infezione, e nello spazio di poche ore.

(20)

19 *agosto* 1850. — L'umore levato con ago-puntura dai cadaveri dei bachi morti di calcino, già fatti duri e rossi, è sempre acidissimo. Questo umore ha un odore particolare specifico, è limpido, e del colore dell'aceto ordinario. Sottoposto al microscopio, esso non presenta che dei granelli informi, alcuni frammenti di talli botritici e qualche cristallo; è affatto privo di globuli sanguigni e di conidii.

(21)

20 *agosto* 1850. — *Baco moriente di calcino.* — Umore sanguigno estratto dal ventre, leggermente acido come nel baco sano. Sottoposto al microscopio, esso presentava numerosi talli nascenti di botrite, ma pochi cespugli; una quantità considerabile di cristalli dodecaedri e pochi globuli sanguigni. L'umore del canal digerente era limpido, incoloro, alcalino, affatto puro, cioè senza talli o conidii botritici, senza cristalli, ecc.

(22)

20 *agosto* 1850. — Nell'esaminare sotto al microscopio un pezzettino della membrana intestinale (superficie interna) di un baco morto di calcino, nel momento che cominciava a svilupparsi sulla stessa la botrite sotto forma di un finissimo tomento, trovai che tutti i granellini, che ingombrano i nascenti steli fruttiferi, non sono altro che piccolissimi cristalli dodecaedri affatto simili a quelli che si scorgono nel sangue del baco moriente per calcino. Essi sono tanto minuti da essere appena riconoscibili ad un ingrandimento di settecento volte circa il loro diametro.

(23)

21 *agosto* 1850. — Se si mette allo scoperto la superficie interna del tubo intestinale di un bruco appena morto di calcino, nello spazio di tre a quattro ore si vedono già a sbucciare ed elevarsi sulla detta superficie i nascenti steli fruttiferi della botrite sotto la forma di un fino velluto.

(24)

21 *agosto* 1850. Esaminando la botrite nascente sulla superficie interna del tubo digerente di altri due bachi morti di calcino, trovai, come jeri, che i granelli, de' quali è zeppa la parte su cui cresce la detta pianta, sono realmente tanti piccoli cristalli dodecaedri.

(25)

24 *agosto* 1850. — La prima parte ad arrossare nel baco morto di calcino, e spaccato, si è il gran vaso dorsale, e specialmente la sua estremità inferiore in vicinanza dello sbocco dei vasi malpighiani nell'intestino; poscia il canal digerente. L'ultimo ad arrossare si è il pannicolo adiposo.

(26)

25 *agosto* 1850. — Trenta bachi dell'età 5.ª, alimentati per un sol pasto nella mattina del 20 detto, con foglia cosparsa di polvere calcinica, morirono tutti, ed in poche ore, nella mattina del 25, e di pretto calcino.

(27)

25 *agosto* 1850. — *Esame di un baco appena morto di calcino, dopo aver filato il bozzolo.* — Umore emesso dalla bocca e dall'ano sensibilmente acido. Umor circolante limpido incoloro, meno acido dell'umor suddetto. Osservato sotto al microscopio, presentava una quantità considerevolissima di nascenti talli botritici, molti globuli sanguigni, e qualche cristallo. Dall'esame del tessuto adiposo dello stesso baco ho rilevato, che i talli della botrite non hanno alcun rapporto con esso, essendo questi liberi e nuotanti nel fluido circolante ed affatto indipendenti dal suddetto tessuto.

(28)

24 *agosto* 1850, *ore* 4 *ant.* — *Esame di un baco maturo appena morto di calcino.* — Sangue neutro. Numerosi talli nascenti di botrite. Molti globuli sanguigni, qualche cristallo dodecaedro. Messo sotto campana.

25 *detto, ore* 9 *ant.* — Tutto l'umore è intersecato dai filamenti tallini della vegetante botrite, costituenti un immenso micelio da cui si vedono sorgere i nascenti steli fruttiferi. La superficie del liquido, che comincia a rapprendersi, presenta infatti una specie di tomento bianco marcatissimo, formato dalle loro estremità libere, emergenti. I cristalli non si sono aumentati. Il liquido è diventato acido.

26 *detto detto.* Gli steli della botrite, divisi e suddivisi in rami, cominciano a caricarsi di sporule. I cristalli si sono moltiplicati, ed occupano gli interstizj della rete tallina. Il liquido è diventato acidissimo.

27 *detto.* La botrite è in piena fruttificazione e cuopre tutta la superficie del liquido, che si è essiccato, di una fitta e candida lanuggine carica di sporule mature. L'umore essiccato, veduto al disotto del vetro, presenta una macchia di un bel giallo d'ambra nitidissimo.

(29)

30 *agosto* 1850. — *Esame di un baco maturo offetto da calcino, ma tuttora vivente e vispo.* — Fluido circolante leggermente acido come nel baco sano. Numerosi talli botritici, alcuni de' quali già ramificati. Molti globuli sanguigni, qualche cristallo. Tessuto adiposo come nel baco sano; nessun tallo o rudimento di tallo botritico aderente o proveniente dallo stesso.

3 *settembre detto.* — Il cadavere del detto baco spaccato, e lavato ripetutamente con

acqua distillata, e tenuto all'umido, non si è calcinato. Esso conserva ancora la mollezza ed il colore del baco sano, posto in eguali condizioni, di cui ha anche l'odore.

(30)

26 *agosto* 1850. — *Umor trasparente verdognolo emesso dalla bocca di un baco della* 5.ª *età appena morto di calcino.* — Nessuna traccia di botrite, nessun cristallo, qualche globetto come oleoso.

30 *detto.* — Alcuni de' suddetti globuli sono circondati da nascenti talli di penicillio.

3 *settembre detto.* Il penicillio è in piena fruttificazione, ed ha invaso tutto il liquido, il quale sente fortemente di muffa, ed è in putrefazione.

(31)

8 *settembre* 1850. — *Umore circolante, leggermente acido, di crisalide innestata con polvere calcinica alle ore* 9 *ant. del giorno* 6 *detto.* — Miriade di conidii o rudimenti di talli botritici isolati e nuotanti nel liquido; molti globuli sanguigni; lobuli e granelli adiposi sparsi nello stesso. Posto sotto campana.

9 *detto.* Liquido ancor trasparente e del color naturale e. s. Sviluppo considerevole e trasformazione dei suddetti conidii in talli botritici ramificatissimi, affatto indipendenti dai globuli sangnigni e dagli ammassi e granelli di tessuto adiposo sparsi pel liquido. Qualche cristallo dodecaedro. Liquido molto più acido di jeri.

10 *detto.* La superficie del liquido è tutta coperta dai nascenti steli fruttiferi. Granelli e lobuli adiposi ancora affatto liberi dai talli botritici. Cristalli aumentati di numero. Il liquido è diventato acidissimo come nei bachi duri e rossi.

13 *detto.* La botrite è in frutto. I rami della botrite usciti dai contorni del liquido si veggono patentemente e regolarmente divisi da sepimenti come nella maggior parte delle mucedinee.

(32)

12 *settembre* 1850. — Quest'oggi isfarfallarono e morirono poco dopo di calcino, cinque crisalidi innestate il giorno 8 detto, con conidii, o rudimenti di talli botritici, ottenuti col far germogliare le sporule della botrite nell'acqua zuccherata. Questi germi erano già stati riprodotti per la terza volta nel suddetto mezzo, senza che perdessero perciò della loro attività.

(33)

13 *settembre* 1850. — Il sugo della foglia del gelso, tenuto sotto campana sin dal 29 agosto, non ha dato traccia alcuna di botrite; esso si è coperto interamente di penicillio crostaceo e di un'altra muffa con filamenti sterili, serpentini, assai corti. Lo stesso sugo sparso artificialmente di polvere botritica, e tenuto pure sotto campana sin dal giorno suddetto, si coperse egualmente delle dette mucedinee, in luogo della botrite, la quale non ha dato che qualche raro germoglio.

(34)

15 *giugno* 1851. — *Bruco della* 5.ª *età affetto da malattia di languore* (*negrone*). — Sangue leggermente alcalino. Globuli sanguigni numerosi, intatti. Tutto il liquido è zeppo

di minutissimi infusorj dotati di un movimento sì concitato, da far muovere tutti i globuli sanguigni in esso contenuti. Il cadavere del baco si è annerato e disciolto.

(35)

17 *giugno* 1851. — *Baco maturo caduto dal bosco per malattia di languore* (*negrone*). — Globuli sanguigni scarsi con granelli distinti; altri con trama quasi interamente disciolta e con granelli sparsi. Fluido sanguigno alquanto torbido, eminentemente alcalino. Infusorj come nel precedente. Il cadavere si è annerato e disciolto.

(36)

18 *giugno* 1851. — *Baco maturo appena morto per malattia di languore* (*negrone*). — Sangue ancor trasparente, alcalino!; globuli sanguigni intatti. Quantità innumerabile di minutissimi infusorj c. s., e di corpiccinoli ovali-allungati semoventi (ematozoidi) con motò molecolare o browniano. Il cadavere si è annerato e disciolto.

(37)

16 *giugno* 1851. — *Bruco della* 5.ª *età innestato con polvere calcinica il* 14, *alle ore* 9 ½ *pom.*, *e morto al mezzogiorno del* 16 *per malattia di languore*. — Sangue limpido, alcalino; molti globuli sanguigni con granelli nitidi; qualche raro conidio botritico. Molti cristalli prismatici triedri; qualche cristallo dodecaedro formatosi sotto al microscopio.

18 *detto, ore* 9 *ant.* — Qualche raro cespuglio di vegetante botrite; nessun cristallo dodecaedro deciso. Molti cristalli prismatici, come sopra, di varia grandezza, isolati o variamente tra loro raggruppati; liquido eminentemente alcalino. Il cadavere si è annerato e disciolto.

(38)

17 *giugno* 1851, *ore* 1 *pom.* — *Sangue di baco maturo, moribondo per giallume, sparso di sporule botritiche.* — Fluido denso torbido, leggermente acido. Qualche globulo sanguigno ancora intatto; molti con trama quasi interamente disciolta. Innumerevoli granelli adiposi sparsi nello stesso insieme a granelli dei globuli sanguigni disciolti.

18 *detto, ore* 2 ½ *pom.* — Granelli adiposi come sopra con altri granelli più grandi rotondi e trasparenti, alcuni de' quali sembrano trasformarsi in cristalli. Botrite vegetante in varj punti del liquido. Nessun cristallo dodecaedro; alcuni grossi cristalli prismatici. Infusorj nascenti minutissimi. Allungato con acqua distillata, e riposto.

19 *detto, ore* 9 ½ *ant.* — Botrite con steli fruttiferi emergenti dal liquido. Granelli adiposi come sopra; altri granelli più grandi giallastri, simili a gocciole oleose, trasformati e trasformantisi in cristalli dodecaedri, dei quali ve n' ha un numero considerevole presso i cespugli della botrite. Infusorj e granelli minutissimi, appena visibili, semoventi.

20 *detto, ore* 9 *ant.* — Botrite in frutto. Tutti i granelli più grandi, di cui sopra, si sono trasformati in cristalli dodecaedri, de' quali alcuni non ancor completamente formati. Diluito con acqua distillata e riposto.

21 *detto*. Tutto come sopra. I granelli adiposi sono ancora numerosissimi, e sparsi tra i filamenti tallini della botrite.

## (39)

18 *giugno* 1851, *ore* 6 *ant.* — *Parte interna dell'estremità di una zampa di un baco della* 5.ª *età innestato nel detto luogo con polvere calcinica il* 16 *detto, alle ore* 10 *pom., veduta sotto il microscopio.* — Bellissimo cespuglio di botrite partente da un nucleo di sporule, attaccate ad un ammasso di tessuto cellulare, carico di conidii, de' quali alcuni veggonsi sparsi nel liquido circondante. I filamenti che costituiscono il detto cespuglio non sono altro che i talli riuniti delle germoglianti sporule. Il sangue tolto dal dorso del baco, mediante ago-puntura, non presenta ancora alcuna traccia di conidii o rudimenti di talli botritici.

19 *detto, ore* 9 ½ *ant.* — I conidii sparsi si sono ramificati e cangiati in talli botritici. Il cespuglio di cui sopra si è immensamente dilatato, ed è tutt'all' intorno circondato di cristalli dodecaedri. Nessun granello adiposo; infusorj nascenti minutissimi; nessun conidio nascente.

20 *detto.* — Botrite in frutto circondata da molti cristalli dodecaedri piuttosto piccoli. Anguillette infusorie scomparse; nei luoghi più lontani dai cespugli botritici molti corpicciuoli sferici minutissimi semoventi (infusorj nascenti) con moto concitatissimo.

## (40)

18 *giugno* 1851, *ore* 12 ½ *pom.* — *Sangue acidulo di baco della* 5.ª *età, affetto da giallume, sparso di sporule della botrite.*

19 *detto, detto.* — Granelli adiposi numerosissimi, con ammassi di altri globetti molto più grandi, trasparenti od oscuramente granulati nel centro. Botrite germogliante.

20 *detto, ore* 9 *ant.* — Botrite vegetante. Globuli trasparenti, simili a gocciole oleose, di grandezza variabile, liberi, od insieme congiunti, a due, a tre, ecc., trasformati e trasformantisi visibilmente e per gradi, in vicinanza dei talli botritici, in cristalli dodecaedri, alcuni giallognoli, altri affatto incolori, come i globuli istessi. Allungato con acqua distillata.

21 *detto.* — Cristalli triangolari e prismatici misti coi dodecaedri.

22 *detto.* — Botrite in frutto. Molti cristalli ottaedri a base romboidale; molti dodecaedri. Granelli adiposi intatti; gocciole gialle d'apparenza oleosa, di cui sopra, trasformate tutte in cristalli.

23 *detto.* — Il liquido si è essiccato; e la sua superficie è tutta coperta di polvere botritica. Granelli adiposi ancora visibili tra le maglie della rete botritica assieme ad una quantità considerevole di cristalli ottaedri e dodecaedri.

## (41)

19 *giugno* 1851. — *Olio d'ulivo e di mandorle dolci sparso di sporule botritiche.*

20 *detto, ore* 10 *ant.* — Botrite germogliante! Sporule ad uno, a due, ed alcuna anche a tre germogli.

22 *detto, detto.* — Germogli della botrite stentati; essi si allungano lentamente, e prendono una direzione serpentina, forse per la densità del liquido.

24 *detto.* — La botrite continua a vegetare mandando steli da tutte le parti, ma senza uscire dalla superficie del liquido; verso i margini però scorgonsi alcuni steli emersi dal liquido istesso che cominciano a coprirsi di sporule.

4 *luglio* 1851. — Alcuni rami in piena fruttificazione.

( 42 )

22 *giugno* 1851, *ore* 5 *pom.* — *Lunga striscia di sangue di baco sano, sparsa ad una delle estremità di sporule di botrite.*

24 *detto.* — Sangue puro, acido, con botrite vegetante, circondata da magnifici cristalli dodecaedri all' estremità della striscia sparsa di sporule; sangue disciolto, torbido, granelloso, alcalino, putrescente all' estremità opposta.

( 43 )

30 *giugno* 1851, *ore* 11 *ant.* — *Sangue di farfalla vicina al suo termine naturale.* — Neutro; nessun globulo sanguigno manifesto; molti grossi granelli giallastri che offrono l'aspetto come di gocciole oleose; numerosissimi corpicciuoli ovali-allungati semoventi (ematozoidi di Guérin-Méneville).

1 *luglio.* — Il sangue è ancor giallo e trasparente ma rappreso. Esso presenta ancora i grossi granelli soprannotati, ma meno trasparenti e di color giallo-rossastro. Miriadi di anguillette infusorie disposte a cespugli e quasi immobili. Ematozoidi come sopra. Allungato con acqua distillata e riposto.

2 *detto.* — Liquido disciolto e fetente tutto sparso di anguillette infusorie ad ogni grado di sviluppo. Ematozoidi persistenti.

( 44 )

30 *giugno* 1851, *ore* 6 *ant.* — *Umore escrementizio di farfalla femmina, appena uscita dal bozzolo.* — Liquido denso, torbido, rossastro, acidulo, tutto zeppo di minuti corpicciuoli semoventi con moto molecolare, molti dei quali ovali-allungati, pellucidi (ematozoidi), la maggior parte però molto più piccoli, sferici, semi-opachi, ecc.

2 *luglio* 1851. — Ematozoidi parallelamente disposti e riuniti in ammassi od areole di diversa grandezza e forma; alcuni magnifici cristalli dodecaedri di color giallognolo, nel resto c. s.

4 *detto.* — Aumento dei suddetti cristalli. Liquido ancor più torbido di prima e zeppo ancora dei soprannotati corpicciuoli semoventi d'ambe le specie. Nessun tallo botritico.

6 *detto.* — Ematozoidi riuniti in areole sparse pel liquido c. s., cristalli dodecaedri non molto numerosi ma grandissimi, solitarj, o riuniti in gruppi di tre o quattro pezzi; nessun tallo di muffa qualsiasi. Tutto il liquido è granelloso ed oscuro come nella putrefazione. Esso è diventato alcalino.

( 45 )

29 *giugno* 1851, *ore* 5 ½ *ant.* — *Umore limpido incoloro alcalino, emesso dalla farfalla nell'aprire il bozzolo.*

30 *detto.* — Il liquido è diventato più alcalino. Comparsa di alcuni talli nascenti di mucedinee.

2 *luglio.* — Liquido alcalino c. s. vergente alla putrefazione. Varj cespugli fruttificanti del *Penicillium fasciculatum* e della *Monilia penicillata.*

( 46 )

29 *giugno* 1851, *ore* 6 *ant.* — *Sangue bianco di farfalla maschio appena uscita dal bozzolo.* — Molti globuli sanguigni quasi tutti dell'egual grandezza, e forniti delle solite pro-

minenze con macchie o punti oscuri ed irregolari nel centro (rudimenti dei granelli) senza granelli distinti; nessun granello sparso, meno alcuni globuli sanguigni rudimentali appena visibili. Liquido leggermente alcalino e di color bianco vergente al giallognolo.

30 *detto.* — Odore di putrefazione. Globuli quasi tutti disciolti colla trama allungata in fili; granelli distinti, di tutte le grandezze, perfettamente sferici e simili a goccioline, sparsi lungo i rimasugli della trama; alcalinità più marcata di jeri.

2 *luglio.* — Come sopra. Putrefazione avanzata.

4 *detto.* — Putrefazione completa.

## ( 47 )

5 *luglio* 1851, *ore* 6 *pom.* — *Sangue di farfalla femmina vicina al suo termine naturale.* — Globuli sanguigni scarsissimi senza granelli distinti; varie cellule molto più grandi dei globuli suddetti, irregolari e semi-disciolte, zeppe dei supposti ematozoidi, o corpicciuoli ovali-allungati semoventi, parallelamente disposti; quantità innumerevole degli stessi sparsi pel liquido. Nessun cristallo, nessun tallo botritico. Liquido leggermente alcalino, di color bianco giallognolo.

6 *detto, ore* 11 *ant.* — Talli nascenti di penicillio sotto forma di coroncine. Nel resto come sopra.

7 *detto, ore* 3 *pomer.* — Quantità innumerevole di anguillette infusorie quasi immobili per la densità del liquido. Allungato con acqua distillata e riposto.

8 *detto.* — Anguillette infusorie a migliaia. Il liquido comincia a putrefarsi. Verso i margini dello stesso scorgonsi varj cespugli di penicillio con qualche ramo in frutto. Ematozoidi semidisciolti e confusi colle anguillette infusorie.

9 *detto.* — Il penicillio è in piena fruttificazione. Il liquido è diventato fetente.

## ( 48 )

6 *luglio* 1851, *ore* 1 *pom.* — *Sangue bianco di farfalla, nata da più giorni, vicina a soccombere.* — Patentemente alcalino! Molti globuli sanguigni; alcuni ematozoidi d'ambe le specie, e qualche anguilletta infusoria.

7 *detto.* — Liquido in putrefazione.

## ( 49 )

2 *luglio* 1851, *ore* 1 *pom.* — *Umore acido escrementizio emesso dall' ano di una farfalla appena staccata dal maschio, sparso di sporule botritiche.*

3 *detto.* — La botrite germoglia stentatamente, poche sporule hanno dato dei corti germogli; la maggior parte non ha ancora germogliato, e quel che è singolare, le sporule sparse sul vetro fuori del liquido hanno germogliato a preferenza di quelle immerse nello stesso.

4 *detto.* — Liquido come jeri. La botrite germoglia e cresce a rilento. Quella germogliante sul nudo vetro comincia già a caricarsi di sporule.

8 *detto.* — Alcuni steli di botrite, senza ramificarsi gran fatto, e dirigendosi serpentinamente, hanno dato qualche rara sporula. Grossi gruppi di cristalli piramidali disposti ad echino. Sinora nessun cristallo dodecaedro.

6 *detto.* — La botrite fruttifica stentatamente. I suoi cespugli sono piccoli e rari, e le sporule scarsissime: gli steli pochissimo ramificati. Entro il liquido scorgonsi parecchi conidii.

alcuni de' quali si prolungano in veri talli, ma anch' essi stentati e serpentini. Nessun cristallo dodecaedro; nessun ematozoide o corpicciuolo ovale-allungato semovente. Allungato con acqua distillata.

7 *detto, ore* 3 *pom.* — I talli ed i conidii botritici crescono lentamente, nè valgono ad impedire la putrefazione del liquido, il quale è divenuto oscuro e fetente.

## (50)

2 *luglio* 1851, *ore* 6 ½ *ant.* — *Umore limpido incoloro alcalino, emesso dalla farfalla nell'aprire il bozzolo, sparso di polvere botritica.*

3 *detto, ore* 6 ½ *ant.* — La botrite ha germogliato e vegeta con una rapidità estrema. Il liquido è già sparso di cespugli con conidii pendenti, ed alcuni steli fruttiferi vedonsi già sortire dal liquido.

4 *detto.* — Botrite in piena fruttificazione. Numerosi cespugli carichi di sporule, con rami tallini carichi di conidii, moltissimi dei quali trovansi sparsi nel liquido. Miriade di minutissimi granelli (infusorj) semoventi misti alle cadute sporule. Nessun cristallo determinato. Il liquido è diventato ancora più alcalino di prima!

5 *detto.* — I conidii continuano a dare altri conidii moltiplicandosi all' infinito; il loro sviluppo però non è così rapido come nel sangue del baco. Ancora nessun cristallo. Il liquido è meno alcalino di jeri, ed è tutto zeppo di sporule cadute.

## (51)

6 *luglio* 1851, *ore* 1 *pom.* — *Sangue bianco di farfalla appena morta di calcino.* — Patentemente alcalino! Miriade sorprendente di ematozoidi o corpicciuoli ovali-allungati semoventi, paragonabili, quanto al numero, ai granelli adiposi sparsi nel sangue dei bruchi affetti dal giallume, con cellule sparse, di diversa forma e grandezza, zeppe degli stessi. Numerosi conidii e nascenti talli di botrite distintissimi.

7 *detto, detto.* — I talli botritici si sono allungati immensamente, ed hanno formato una inestricabile rete entro le cui maglie trovansi rilegati gli ematozoidi. Nessun cristallo. Allungato con acqua, e riposto.

8 *detto, ore* 7 ¼ *ant.* — La botrite continua a prender spazio; molti steli fruttiferi fra loro intrecciati sorgono dal liquido, ma sono ancora privi di sporule. Gli ematozoidi parte trovansi aderenti ai filamenti della botrite, parte riuniti in arcole od ammassi informi, molti isolati fuori della rete tallina verso i contorni del liquido. Nessun cristallo dodecaedro, nessun infusorio.

9 *detto, ore* 9 *ant.* — Rami emergenti in piena fruttificazione, senza però coprire coi loro grappoli di sporule l' intera superficie del liquido. Ematozoidi numerosissimi come sopra, sparsi dapertutto, immobili; nessun cristallo dodecaedro, nessun infusorio.

11 *detto, ore* 6 ½ *ant.* — Botrite come sopra con grappoli di sporule distintissimi. Fra le maglie della rete tallina ematozoidi a migliaja in un campo nitidissimo. Nessun cristallo dodecaedro!!; nessun infusorio. La botrite ha impedito la putrefazione del liquido.

## (52)

7 *luglio* 1851, *ore* 3 ½ *pom.* — *Sangue giallo, quasi neutro, di baco della* 5.ª *età appena morto per malattia di languore* (*negrone*). — Globuli sanguigni non molto numerosi,

piuttosto grandi, quasi tutti forniti di appendici o prominenze a foggia d'echini; altri con trama disciolta o semidisciolta. Nessun granello, affatto libero, sparso pel liquido.

8 *detto, ore 7 ant.* — I globuli di cui sopra sono quasi tutti disciolti con trama divisa ed allungata sotto forma di fiocchi; granelli scarsi, di varia grandezza, rotondi e nitidi nei globuli intatti; scomparsa totale delle prominenze nei globuli echinali; nessun granello sparso. Nessun tallo di botrite; nessun cristallo; nessun corpicciuolo ovale-allungato semovente (ematozoide). Liquido ancor trasparente, leggermente alcalino.

9 *detto, ore 10 ant.* — Liquido in putrefazione. Miriadi di animaletti infusorj. Globuli sanguigni quasi tutti disciolti, con trama allungata in fili simili ai talli botritici; granelli sparsi pel liquido, solitarj o riuniti in rosette.

10 *detto, detto.* — Putrefazione avanzata. Globuli interamente disciolti. Il liquido non presenta più che una massa granellosa quasi omogenea, composta tutta di infusorj.

## (53)

8 *luglio* 1851, *ore 7 ant.* — *Vescica aerea di farfalla nata da qualche giorno, ingombra di una quantità considerevole di corpicciuoli ovali-allungati (ematozoidi) simili ai conidii o rudimenti di talli botritici, irrorata con sangue di bruco sano.*

10 *detto.* — Corpicciuoli ovali-allungati, ec., come sopra; essi non hanno cangiato nè di forma, nè di volume. Liquido in putrefazione.

## (54)

9 *luglio* 1851, *ore 5 ant.* — *Fenomeni esterni che precedono e conseguono alla morte del baco per calcino.* — Un momento prima della morte, cessazione delle pulsazioni del vaso dorsale.

*Ore 10 ant.* — Legger tinta rosea, specialmente al dorso; il cadavere comincia ad indurirsi.

*Ore 3 ½ pom.* — Cadavere duro come la pasta da pane; color roseo esteso a tutta la superficie.

*Ore 10 pom.* — Cadavere duro e sodo.

10 *detto, matt.* — Steli botritici nascenti, specialmente sul dorso, con filamenti rari appena visibili.

11 *detto.* — Steli botritici sotto forma di densa lanugine, morbida al tatto ed alquanto consistente, ma che non imbianca ancora le dita.

12 *detto.* — Botrite molto più sviluppata. Essa imbianca qualche poco le dita che la toccano.

13 *detto.* — La botrite è in piena fruttificazione, e le sue sporule s' attaccano alle dita come farina.

Durante questo esame il cadavere del baco si è tenuto sopra una lastra di vetro coperto da una scodelletta di terraglia.

## (55)

12 *luglio* 1851, *ore 9 ant.* — *Sangue di baco maturo caduto morto dal bosco per malattia di languore (negrone), sparso di sporule botritiche.* — Leggermente alcalino ed alquanto torbido. Globuli sanguigni quasi tutti disciolti con porzione di trama sparsa pel liquido; molti

granelli piccolissimi, subrotondi, trasparenti, affatto simili a quelli ancor contenuti nella trama semidisciolta dei globuli suddetti, solitarj, od uniti in rosette.

13 *detto, ore* 3 *pom.* — Botrite germogliante. Essa ha già formato un numero considerevolissimo di piccoli cespiti carichi di conidii, molti de' quali trovansi già sparsi pel liquido. E quel che è singolare si è, che in mezzo ad una miriade di granelli provenienti dallo scioglimento dei globuli sanguigni, e fors'anche delle cellule peritracheali ed adipose, non v'ha neppure un sol corpicciuolo ovale-allungato, semovente (ematozoide). Molti cristalli dodecaedri di una singolar bellezza ingombrano il liquido.

14 *detto, ore* 8 ½ *ant.* — Immensi cespiti di vegetante botrite; cristalli dodecaedri magnifici numerosissimi, di tutte le dimensioni e disposti in ammassi; qualche grosso cristallo prismatico. Conidii quasi tutti trasformati in talli nascenti di botrite. Moltissimi granelli sparsi pel liquido come sopra. Questo dà appena un leggier indizio di acidità.

15 *detto, ore* 6 ½ *ant.* — Botrite in incipiente fruttificazione. Cristalli dodecaedri come jeri, più una sterminata apparizione degli stessi sotto forme minutissime; pare che la maggior parte dei granelli esistenti nel liquido siasi trasformata nei medesimi.

16 *detto detto.* — La botrite è in piena fruttificazione. Nel resto c. s.: i granelli si sono convertiti quasi tutti in piccoli cristalli dodecaedri. Il liquido è diventato acidissimo. — Il cadavere del baco si è annerato e disciolto.

## (56)

16 *luglio* 1851, *ore* 3 *pom.* — *Sangue di farfalla moribonda per calcino zeppo di ematozoidi e di nascenti talli botritici, a diverso grado di sviluppo, alcuni de' quali già ramificati.*

17 *detto, ore* 3 *pom.* — I talli botritici hanno formato una rete estesissima, ed alcuni steli fruttiferi sortono già dal liquido. Nessun cristallo. Gli ematozoidi in numero strabocchevole occupano tutte le maglie della rete tallina. Non v'ha più alcun conidio o tallo nascente.

18 *detto, ore* 11 *ant.* — Botrite fruttificante. Liquido quasi essiccato; ematozoidi riuniti in areole giallognole, affatto immobili; bagnati con acqua distillata, essi si separarono di nuovo e ripresero il lor moto ondulatorio. Nessun cristallo! Il liquido è acidissimo.

## (57)

21 *luglio* 1851, *ore* 11 *ant.* — *Sangue giallo di farfalla moribonda per età, diluito con acqua distillata.*

Leggermente alcalino, tutto zeppo di corpicciuoli ovali-allungati, semoventi (ematozoidi), con qualche globulo sanguigno. Alcune anguillette infusorie. Nessun tallo botritico.

22 *detto, ore* 2 *pom.* — Ematozoidi come sopra. Anguillette infusorie numerosissime, quasi immobili, riunite in grandi macchie. Nessun tallo, nessun cristallo.

24 *detto.* — Liquido essiccato; bagnato con acqua distillata. Anguillette nascenti numerosissime. Ematozoidi c. s.

Il cadavere della suddetta farfalla, posto all'umido ed esaminato il 29 detto, si trovò affatto scevro d'efflorescenza botritica.

## (58)

21 *luglio* 1851, *ore* ½ *pom.* — *Porzione di membrana (vescica aerea) tolta dal ventre di farfalla moribonda per età, bagnata con acqua distillata.* — Nessun tallo di botrite. Ematozoidi o corpicciuoli ovali-allungati, semoventi, a migliaja.

22 *detto.* — Ematozoidi c. s.; anguillette nascenti ed adulte numerosissime. Nessun tallo botritico, qualche tallo nascente di penicillio.

25 *detto.* — Nessun tallo botritico. Penicillio con qualche ramo in frutto; liquido leggermente alcalino vergente alla putrefazione. Ematozoidi c. s.

## (59)

5 *agosto* 1851. — Quest'oggi ho esaminato otto farfalle morte naturalmente, provenienti da altrettante crisalidi state inoculate il 10 luglio con fermento di pane, e che sfarfallarono dal 14 al 15 dello stesso mese. Esse furono trovate tutte sane, e poste all'umido sin dal 1.° agosto, si coprirono al solito, putrefacendosi, di penicillii e di monilie, senza dare un solo stelo di botrite.

## (60)

8 *agosto* 1851, *ore* 4 *pom.* — *Sangue di baco sano della quarta età misto con una piccola quantità di fermento di pane.*

9 *detto, ore* 10 *ant.* — Il liquido è diventato torbido; i globuli sanguigni sono quasi tutti disciolti. Una prodigiosa quantità di corpicciuoli rotondi od ovali, schiacciati, lentiformi, e di grandezza variabilissima, parte isolati, parte leggermente tra loro aderenti, moltiplicantisi all'infinito alla guisa dei conidii delle mucedinee. Questi corpicciuoli sono oscuramente granulati nel loro interno, e partono tutti dalla piccola massa di fermento posta in infuso nel liquido, e rassomigliano molto alle sporule di alcuni coniomiceti, a cui forse appartiene il principio fermentante. Nessun tallo di botrite, nè di altra muffa; nessun infusorio; nessun ematozoide.

12 *detto, mezzogiorno.* — Il fondo del liquido è tutto granelloso. Globuli di fermento aumentati; nessun infusorio, nessun tallo, nessun cristallo; alcalinità marcata.

## (61)

12 *agosto* 1851, *ore* 3 *pom.* — *Sangue di baco della quinta età, moribondo per malattia di languore.* — Patentemente alcalino! Globuli numerosi quasi tutti echinati, con granelli oscuri indeterminati. Nessun tallo botritico, nessun cristallo.

17 *detto.* — Globuli sanguigni interamente scomparsi. Liquido zeppo di conidii del *penicillium crustaceum* sotto forma di granelli subrotondi od ovali di diversa grandezza, immobili, disposti in grandi areole, dal cui mezzo si veggono sorgere alcuni talli già divisi in rami, e forniti di qualche stelo in frutto.

19 *detto.* — Come sopra. Penicillio in piena fruttificazione; liquido fetente.

## (62)

14 *agosto* 1851, *ore* 9 1/2 *ant.* — *Sangue giallo alcalino di baco maturo, torpido per malattia di languore, misto con sporule di botrite.*

16 *detto, ore* 11 *ant.* — Globuli sanguigni con trama quasi interamente disciolta, granelli degli stessi di tutte le dimensioni, disposti in rosette od in linee interrotte, affatto simili a goccioline oleose; cristalli dodecaedri magnifici; botrite sviluppantesi in talli estesissimi, con rami fruttiferi emergenti, ma non ancora carichi di sporule. Il liquido si è fatto acido.

17 *detto, ore* 5 ½ *pom.* — Botrite in frutto. Globuli e granelli sanguigni trasformantisi visibilmente in cristalli!!

19 *detto, ore* 10 ½ *ant.* — Il liquido è tutto coperto di efflorescenza botritica, meno nel centro, il quale è occupato da un fitto cespuglio di penicillio pure in frutto. Lo stesso liquido, veduto al disotto del vetro, offre un bel color giallo-ranciato, nitido, con una macchia oscura nel luogo che corrisponde al cespuglio del penicillio. È desso acidissimo.

## (63)

17 *agosto* 1851, *ore* 6 *pom.* — *Due goccie di sangue appena acidulo di baco sano della quinta età, una delle quali sparsa di sporule botritiche, l'altra lasciata pura.*

19 *detto, ore* 3 ½ *pom.* — Sangue infetto. La botrite è in piena vegetazione. I globuli sanguigni in vicinanza della vegetante botrite sono parte disciolti in granelli, parte ancora intieri, e parte trasformati e trasformantisi in cristalli. Nessun supposto ematozoide sparso. Il liquido si è fatto un po' più oscuro.

Sangue puro. Liquido oscuro e granelloso per incipiente putrefazione. Dove è più chiaro veggonsi i globuli sanguigni parte disciolti, parte ancora intieri contenenti dei granelli nitidi, distinti, vari di numero e di grandezza, affatto simili a goccioline. Nessun ematozoide; nessun cristallo.

20 *detto, ore* 2 *pom.* — Sangue infetto. Liquido più acido di prima, torbido, granelloso. Botrite con rami emergenti, ma non ancora in frutto; molti bellissimi cristalli dodecaedri semplici e composti sotto forma d'echini. Globuli sanguigni colla trama disciolta in fili sparsi, a cui stanno aderenti i granelli sotto forma di goccioline come sopra; varie rosette dei suddetti granelli sparsi nel liquido.

Sangue puro. — Liquido appena acidulo come prima, torbido, granelloso, semi-opaco, meno però verso i margini. Globuli quasi tutti disciolti, coi rispettivi granelli sparsi pel liquido sotto forma di goccioline, ecc. isolate o riunite in rosette come sopra. Nessun ematozoide, nessun cristallo, nessun tallo botritico.

21 *detto.* — Sangue infetto. Buona porzione del liquido è coperta di efflorescenza botritica. Cristalli numerosi, globuli sanguigni scomparsi.

Sangue puro. Tutto granelloso, sparso ancora di varie rosette formate da granelli sanguigni. Grossi cristalli prismatici; nessuna mucedinea.

22 *detto, ore* 2 *pom.* — Botrite in piena fruttificazione. Cristalli dodecaedri numerosissimi. Il liquido è rappreso, e veduto al di sotto, offre una macchia di un bel color giallo-ranciato trasparente.

Sangue puro. Ancora acidulo! tutto granelloso, quasi opaco. Verso i margini però, dove è meno oscuro, si veggono ancora i cristalli prismatici soprannotati, e numerosi gruppi di corpi ovali lucenti, simili a cristalli. Putrefazione avanzata.

## (64)

16 *agosto* 1851, *ore* 5 *pom.* — *Sangue giallo di baco inoculato con polvere calcinica il* 14 *detto, ed ora moribondo per giallume.* — Globuli sanguigni disciolti, coi loro granelli sparsi pel liquido. Miriadi di granelli adiposi nuotanti nello stesso. Numerosi talli botritici a diverso grado di sviluppo; nessun supposto ematozoide; nessun cristallo. Varie gocciole come oleose, trasparenti, e coi margini appena sensibilmente marcati.

17 *detto, ore 3 pom.* — Il liquido è tutto intersecato dai talli botritici, i quali formano coi loro filamenti una complicatissima rete, nelle cui maglie trovansi rinserrati i granelli adiposi. Verso i margini, ove il liquido è men denso, scorgonsi molti talli botritici assai sviluppati, ma tuttora isolati ed affatto indipendenti dai suddetti granelli. Il liquido è pure percorso da qualche anguilletta infusoria. I conidii si sono convertiti tutti in talli botritici, nè vedesi ancora alcun cristallo dodecaedro.

18 *detto, ore 8 pom.* — Granelli adiposi numerosissimi come jeri. Ancora nessun cristallo dodecaedro! Gli steli emergenti della botrite cominciano a caricarsi di sporule.

19 *detto, ore 1 pom.* — La botrite è in piena fruttificazione, e toccata, imbianca le dita come farina. Anguillette infusorie scomparse. I granelli adiposi in numero strabocchevole trovansi ancora rinchiusi entro le maglie della rete tallina. Il liquido, quasi interamente rappreso, veduto al disotto del vetro, offre una macchia di color bianco cinereo.

## (65)

19 *agosto* 1851, *ore* 5 ½ *ant.* — *Sangue giallo appena acidulo, vischioso, di bruco sano, della quinta età, sparso di sporule di botrite.* — Globuli sanguigni numerosi con granelli poco distinti. Globuli oleosi. Nessun tallo botritico, nessun ematozoide.

20 *detto, ore 1 ½ pom.* — Botrite germogliante con conidii pendenti, alcuni de' quali già staccatisi dai germogli e sparsi nel liquido. Globuli sanguigni con trama disciolta ed allungata in fili, i quali nei globuli riuniti prendono la figura di raggi. Granelli dei globuli suddetti rotondi, varj di numero e di grandezza, trasparenti od opachi a norma che si allontanano, o si avvicinano alla lente. Altri globuli coi margini oscuri più marcati, e con granelli o gocciole oleose. Cellule granulate e globuli oleosi come sopra; nessun cristallo, nessun ematozoide.

21 *detto, ore 11 ½ ant.* — Botrite vegetante con steli fruttiferi emergenti; cristalli dodecaedri, alcuni de' quali provenienti visibilmente dai globuli a margini oscuri soprannotati.

22 *detto, ore 3 ½ pom.* — Botrite in frutto con magnifici cristalli dodecaedri. Talli secondarj della stessa provenienti dai conidii sopraindicati, con steli fruttiferi emergenti.

23 *detto.* — Efflorescenza botritica estesa a tutta la superficie del liquido. Liquido quasi rappreso, trasparente, zeppo di cristalli dodecaedri molto allungati.

## (66)

20 *agosto* 1851, *ore* 9 *ant.* — *Sangue leggermente acidulo di bruco della quinta età, affetto da giallume, sparso di sporule botritiche.* — Globuli sanguigni per la maggior parte disciolti; gli intieri con granelli poco distinti. Numerosi granelli adiposi con cellule adipose sparse.

22 *detto, ore 6 ½ ant.* — Botrite vegetante con numerosi steli fruttiferi emergenti. Globuli sanguigni scomparsi. Numerosi granelli adiposi; tra questi molte gocciole come oleose, trasparenti, bianche, di varia forma e grandezza, provenienti senza dubbio dai globuli sanguigni disciolti, trasformantisi visibilmente in cristalli; cellule adipose, di cui sopra, semi-disciolte. Molti e magnifici cristalli dodecaedri. Nessun conidio, nessun ematozoide.

23 *detto.* — Botrite in frutto in tre punti separati. Il liquido è tutto sparso di granelli adiposi, fra i quali varie gocciole oleose più grandi e più lucide dei primi, parte perfettamente sferiche, parte allungate, trasformantisi ad occhio veggente nei suddetti cristalli.

27 *detto*, *ore* 3 *pom.* — Botrite in frutto su tutti i punti, ma senza formare cespugli distinti. Cristalli numerosi, molti dei quali assai grandi, e molti minutissimi. Globuli adiposi numerosi al solito. Nessun ematozoide; nessun conidio. Un piccol cespuglio di *monilia penicillata*.

## (67)

23 *agosto* 1851, *ore* 3 *pom.* — *Sangue giallo di baco maturo, innestato con polvere calcinica all'estremità di una zampa membranosa il* 20 *detto, alle ore* 5 *pom.* — Globuli sanguigni numerosi parte echinati, parte nudi, con granelli nitidi distinti; numerosi globuli oleosi; qualche granello sparso, ed alcuni cristalli dodecaedri. Numerosi talli botritici, molti dei quali allungatissimi, e già ramificati.

Recisa e posta sotto al microscopio la zampa inoculata, immersa in una goccia d'acqua distillata, si trovò tutto il liquido zeppo di una quantità sorprendente di conidii e talli botritici nascenti; tra questi un bellissimo cespuglio isolato, carico di conidii, proveniente da un nucleo di sporule situate alla di lui base (Vedi il num. 68).

*Detto*, *ore* 4 *pom.* — Globuli sanguigni marcatissimi, con granelli nitidi di varia grandezza e forma nell'istesso globulo, ed inegualmente situati; altri globuli sanguigni rudimentali, appena visibili, alcuni dei quali già punteggiati nel centro. Talli botritici ramificati con rami leggermente tortuosi, e rivolti alle due estremità in senso opposto.

24 *detto*, *ore* 6 $^{3}/_{4}$ *ant.* — Botrite vegetante su tutti i punti; conidii interamente trasformati in talli; nessun ematozoide. Cristalli dodecaedri magnifici provenienti dai globuli sanguigni. Globuli sanguigni parte disciolti nei rispettivi granelli, parte ancora intieri coi margini in alcuni ancor trasparenti, in altri opachi, trasformantisi visibilmente in cristalli.

*Detto*, *ore* 9 *ant.* — Il liquido è quasi rappreso. Allungato con acqua distillata è diventato ancora chiaro e trasparente, e lascia vedere alcune rosette giallastre minutamente punteggiate (parte colorante?). Talli ramificatissimi e tra loro intrecciati. Globuli sanguigni numerosi, giallastri con granelli nitidi, sferici, di varia grandezza come sopra; alcuni di questi sparsi pel liquido. Formazione rapida di piccoli cristalli dodecaedri, nei quali sembrano trasformarsi i suddetti granelli sparsi. Cristalli più grandi come sopra.

*Detto*, *ore* 11 *ant.* — I talli si allungano e si ramificano con una celerità sorprendente; i cristalli pure si moltiplicano a spese dei globuli sanguigni, alcuni de' quali offrono patentemente la loro trasformazione, presentando i margini oscuri ed il nucleo trasparente cristallino, sebbene ancora fornito di granelli.

*Detto*, *ore* 2 $^{1}/_{2}$ *pom.* — I talli cominciano a mandare dei rami fruttiferi. Cristalli come sopra. Globuli sanguigni con granelli nitidi di varia grandezza e forma, alcuni giallastri, altri no. Macchie gialle granellose, formate, come pare, dalla riunione dei granelli dei globuli sanguigni disciolti uniti alla parte colorante del liquido. In mezzo a tanti granelli e talli, nessun conidio o tallo in embrione; nessun ematozoide.

25 *detto*, *ore* 6 $^{1}/_{2}$ *ant.* — Botrite con steli fruttiferi emergenti, nel resto c. s.

26 *detto*, *ore* 5 *ant.* — Botrite in piena fruttificazione. Tutto il liquido è coperto di efflorescenza botritica, ed è quasi interamente rappreso. Cristalli dodecaedri numerosissimi; quasi tutti i granelli sparsi si sono trasformati in minuti cristalli. Il liquido rappreso, veduto al di sotto del vetro, offre una macchia di un bel colore giallo-cedrino trasparente nitidissimo.

## (68)

24 *agosto*, *ore* ½ *pom.* — *Estremità della zampa innestata del bruco della precedente esperienza* (67). — Conidii numerosissimi, molti dei quali alquanto allungati e portanti a ciascuna delle loro estremità altro conidio nascente. Globuli sanguigni scarsi con granelli marcati, nitidi, subrotondi. Molti di questi granelli si trovano sparsi nel liquido insieme ai conidii, dai quali si distinguono facilmente per la lor forma subrotonda, o perfettamente sferica, e pei loro margini oscuri marcatissimi. Il liquido, che cominciava a rapprendersi, si è diluito con sangue decisamente acidulo di baco sano della quinta età, e si è riposto di nuovo sotto campana.

25 *detto*, *ore* 1 *pom.* — Il liquido nel centro è diventato torbido e granelloso; verso i margini però è ancora trasparente, e vi si osservano i conidii trasformati in talli ramificatissimi, ed i globuli sanguigni trasformati e trasformantisi visibilmente in cristalli, molti dei quali lasciano vedere ancora nel loro nucleo centrale i granelli dei globuli suddetti.

26 *detto*, *ore* 6 ½ *ant.* — Botrite con rami fruttiferi emergenti da tutta la superficie del liquido, il quale si è fatto più trasparente. Cristalli dodecaedri numerosissimi, grandi, di forma prismatica allungata, parte incolori e parte bruni, quasi opachi! Globuli sanguigni interamente scomparsi.

27 *detto*, *ore* 2 ½ *pom.* — Botrite fruttificante su tutta la superficie. Cristalli prismatici coll'apice come smussato e bidentato, solitarj, o disposti in nuclei a guisa d'echini. Liquido quasi essiccato circondato da ramificazioni cristalline dendritiche.

28 *detto*, *ore* 11 *ant.* — La botrite è in piena fruttificazione. Tutto il liquido è coperto di una fitta e candida lanugine come farinosa, i cui filamenti si estendono sul vetro al di là del liquido istesso sotto forma di raggi. Cristalli dodecaedri numerosi, misti coi prismatici soprannotati, ec. Il liquido, veduto al disotto del vetro, offre una macchia di un color giallo-citrino vergente al ranciato, nitido, trasparente.

## (69)

26 *agosto* 1851, *ore* 10 ½ *pom.* — *Sangue giallo di baco appena morto di calcino, mentre stava tracciando le prime fila del bozzolo (inoculato con polvere calcinica il* 23 *detto*, *ore* 5 ½ *pom.)* — Affatto neutro, trasparente. Globuli sanguigni numerosissimi con granelli nitidi rotondi, di diversa grandezza, e simili a vere goccioline; alcune cellule oleose, provenienti forse dagli stessi globuli sanguigni, perfettamente sferiche, o bernoccolute nel luogo della protuberanza delle gocciole oleose contenutevi. Altri globuli sanguigni con trama quasi intieramente disciolta, appena visibile, e con granelli nitidissimi, perfettamente sferici e. s.; varj rudimenti di globuli sparsi. Molti granelli disseminati pel liquido, provenienti dai globuli suddetti. Nessun ematozoide. Conidii rari sparsi, alcuni de' quali alquanto allungati, fusiformi (talli nascenti), e portanti alle due estremità altro conidio appena visibile; altri molto più allungati, e taluno munito già di qualche ramoscello.

28 *detto*, *ore* 6 ½ *ant.* — I conidii, o talli nascenti sopradescritti, hanno invaso tutto il liquido coi loro rami intrecciati a rete. Quasi tutti i globuli si sono trasformati in bellissimi e grossi cristalli, de' quali è zeppo tutto il liquido; molti di questi cristalli, non ancora interamente formati, offrono patentemente la loro derivazione dai suddetti globuli, de' quali conservano ancora le traccie. Molti granelli sparsi o raccolti in rosette, trasformantisi o già

trasformati in piccoli cristalli. Il liquido è ancor trasparente, ed affatto privo di conidii, essendosi questi trasformati tutti in talli. Nessun ematozoide.

30 *detto, ore 7 ant.* — La botrite copre co' suoi steli fruttiferi tutta la superficie del liquido. I globuli sanguigni sono quasi interamente trasformati in cristalli, unitamente ai granelli sparsi.

## (70)

29 *agosto* 1851, *ore* 5 *pom.* — *Soluzione di colla di pesce, leggermente acidulata con aceto distillato, sparsa di sporule botritiche.*

31 *detto, ore* 11 *ant.* — La botrite è già in frutto. Il liquido è tutto sparso di cespugli più o meno densi, con ramoscelli piuttosto corti, e tutti carichi di sporule e di conidii. Questi ultimi, in numero considerevole, circondano ciascun cespuglio, e molti veggonsi già sparsi pel liquido in corso di sviluppo. Infusorj nascenti.

1.° *settembre.* — Botrite come sopra; conidii numerosissimi sparsi pel liquido, alcuni de' quali molto allungati e già carichi d'altri conidii secondarii. Anguillette infusorie.

## (71)

30 *agosto* 1851, *ore* 5 ½ *pom.* — *Sangue di crisalide, innestata con polvere calcinica il* 27 *detto, ore* 11 *ant., estratto appena morta.* — Acido. Globuli sanguigni in parte echinati con granelli appena marcati, in parte lisci con granulazioni distinte. Numerosi cristalli dodecaedri, molti de' quali formatisi sotto al microscopio. Molti conidii con talli nascenti di botrite. Grosse cellule adipose sparse.

31 *detto, ore* 11 *ant.* — Talli ramificatissimi; essi intersecano coi loro filamenti tutto il liquido. Conidii interamente scomparsi. Globuli e cellule adipose come sopra. Tutto il liquido, specialmente verso gli orli, sparso di granelli informi, parte quadrati e simili a piccoli cristalli, parte di forma irregolare, minutissimi, semoventi (rudimenti di infusorii?).

1.° *settembre, ore* 6 ½ *ant.* — La botrite è in piena vegetazione, ed il liquido interamente coperto dagli emersi rami fruttiferi. Globuli sanguigni rari, sparsi nei contorni del liquido, con granelli grossi, nitidi, angolosi, già vicini a cristallizzarsi.

2 *detto, ore* 6 ½ *ant.* — Botrite in frutto.

## (72)

30 *agosto* 1851, *ore* 7 *ant.* — *Umore alcalino ecc., emesso dalla farfalla nell'aprire il bozzolo, sparso di sporule botritiche.*

31 *detto, ore* 11 *ant.* — La botrite comincia a germogliare, ed alcuni de' suoi steli sono già forniti di conidii.

3 *settembre.* — Cespugli numerosi di botrite in frutto. Essi però non coprono tutto il liquido, come quando la si fa svolgere nel sangue del baco, a motivo del limitato prolungamento de' suoi rami tallini. Cristalli dodecaedri di tutte le grandezze. Qualche cespuglio di penicillio.

## (73)

3 *settembre* 1851, *ore* 1 ½ *pom.* — *Soluzione di colla di pesce, pura, mista con sporule di botrite.*

7 *detto.* — La botrite è in frutto ed ha coperto quasi tutto il liquido d'efflorescenza. I

suoi steli però sono corti, e tutti circondati alla lor base di un numero considerevole di conidii. Nessun cristallo dodecaedro.

## (74)

3 *settembre* 1851, *ore* 4 ½ *pom.* — *Sangue di farfalla appena nata.* — Leggermente acido! giallo, trasparente. Globuli sanguigni numerosi, piccoli, echinati, trasparenti, senza granulazioni distinte. Qualche cellula oleosa più grande. Nessun cristallo, nessun ematozoide, nessun conidio o tallo botritico.

4 *detto, ore* 6 ½ *ant.* — Globuli sanguigni quasi tutti disciolti in granelli minuti, sparsi pel liquido. Ancora qualche cellula oleosa.

5 *detto detto.* — Liquido in alcuni punti tutto granelloso (rudimenti d'infusorii). Trama dei globuli sparsa pel liquido, tra le cui fila scorgonsi i granelli in origine contenutivi sotto forma di minute goccioline opache, o trasparenti, a norma dei movimenti del porta-oggetti. Verso i margini, numerosi cristalli prismatici aghiformi, disposti a pennello. Nessun corpicciuolo semovente; nessun tallo botritico.

8 *detto.*—Il liquido è in piena putrefazione, ed è tutto circondato dei soprannotati cristalli.

## (75)

3 *settembre, ore* 6 ½ *ant.* — *Liquore alcalino emesso dalla farfalla nell'aprire il bozzolo, misto con sporule botritiche.*

4 *detto, detto.* — La botrite germoglia e comincia a metter fuori qualche conidio.

6 *ore detto,* 9 ½ *ant.* — Botrite in frutto con conidii sparsi, tallificantisi, carichi di altri conidii; liquido alcalino in sommo grado.

8 *detto detto.* — Botrite come sopra, ma divisa in tanti cespuglietti. Talli sparsi dapertutto, molti de' quali ramificati, coi rami tallini immersi carichi di conidii, e coi rami emergenti carichi di sporule. Numerosi cristalli dodecaedri; infusorj a migliaia. Liquido alcalino c. s.

## (76)

4 *settembre* 1851. — *Porzione di tessuto interno di crisalide indurita, morta già da due giorni di calcino, ma ancora zeppa di liquido trasparente, del color dell'aceto comune, ed acidissimo.* — I margini della suddetta porzione, posta entro una goccia d'acqua distillata, presentano, sotto al microscopio, un intreccio mirabile di filamenti tallini di botrite, esternamente sparsi di granelli minutissimi informi (frammenti di cristalli). Nel liquido circondante, gli stessi granelli, qualche cellula granulata (cellule peritracheali), qualche cellula adiposa con granelli intatti, di più molti briccioli di filamenti tallini, sparsi anch'essi di granelli informi come sopra. Posta sotto campana.

5 *detto, ore* 7 *ant.* — La suddetta porzione è tutta circondata di rami tallini di botrite, alcuni de' quali si convertono già in steli fruttiferi emergenti. Essi provengono precisamente dai rami tallini troncati, i quali si sono allungati in rami più sottili, affatto nudi, cioè privi esternamente dei granelli informi che cuoprono quelli da cui provengono. Quasi tutti i brani di talli botritici soprannotati, sparsi pel liquido, si sono pure allungati, ad una o ad ambe le estremità, alla guisa dei conidii. Finora nessun cristallo dodecaedro deciso.

6 *detto, ore* 9 ¼ *ant.* — La botrite manda già dei rami emergenti, muniti qua e là di

sporule nascenti. Tutti i briccioli tallini sparsi si sono convertiti in altrettanti piccoli cespugli. Il liquido è granelloso con qualche raro cristallo non bene determinato.

7 *detto, ore* 10 ½ *ant.* — La botrite è in frutto. I cespugli sparsi cominciano essi pure a fruttificare. I granelli che circondano gli antichi talli sono a non dubitarne frammenti di cristalli.

10 *detto.* — Il liquido è tutto coperto di efflorescenza botritica. Qualche grosso cristallo di forma ambigua tra l'ottaedro ed il dodecaedro. Frammenti di cristalli lucidi, angolosi, ec. c. s.

(77)

4 *settembre* 1851, *ore* 4 *pom.* — *Sangue di crisalide inoculata con polvere calcinica il* 1.° *settembre, ore* 7 *ant., estratto alcune ore dopo la di lei morte.* — Globuli sanguigni con granelli nitidi e di varia grandezza; altri più grandi coi margini più marcati, interrotti, con granelli più numerosi, di grandezza pure ineguale, nitidi, trasparenti e trasformantisi ad occhio veggente in cristalli. Cristalli dodecaedri, magnifici, la maggior parte formatisi sotto il microscopio. Conidii e talli numerosi a diverso grado di sviluppo, alcuni de' quali già ramificati.

(78)

7 *settembre* 1851, *ore* 10 ½ *ant.* — *Sangue di farfalla morta naturalmente.* — Acidulo, tutto zeppo dei così detti ematozoidi, o corpicciuoli ovali-allungati semoventi. Nessun conidio o tallo botritico.

9 *detto.* — Ematozoidi come sopra. Molti cristalli prismatici aghiformi, disposti a pennello.

10 *detto.* — Conidii con talli nascenti di penicillio. Allungato con acqua distillata.

11 *detto.* — Il liquido è puzzolente, granelloso, oscuro. Penicillio in frutto. Ematozoidi riuniti in rosette verso i margini del liquido, affatto immobili. La farfalla, di cui sopra, tenuta per sei giorni all'umido, non manifestò traccia alcuna di botrite.

(79)

8 *settembre* 1851, *ore* ½ *pom.* — *Esame del sangue di crisalide calcinata, zeppo di conidii botritici, rinchiuso unitamente ad una grossa bolla d'aria entro un tubetto di vetro il* 30 *agosto, ore* 10 *ant.*

Il liquido è tutto zeppo di sporule di botrite, la quale ha riempito coi suoi steli fruttiferi tutto il vano occupato dalla bolla d'aria. Il liquido è pure sparso di grossi e bellissimi cristalli dodecaedri; i conidii sono interamente scomparsi.

(80)

18 *giugno* 1851, *ore* 6 ½ *ant.* — *Esame di un baco stato artificialmente innestato con polvere calcinica verso l'estremità di una zampa membranosa il giorno* 16 *detto, ore* 6 *pom.* — Il sangue estratto dal dorso era leggermente acidulo come nel baco sano, con molti globuli sanguigni affatto normali, e senza traccia alcuna di conidii o nascenti talli botritici, e di corpicciuoli semoventi od ematozoidi.

L'interno della zampa inoculata, previamente recisa e spaccata, presentava sotto al microscopio un bellissimo cespuglio di botrite, emergente da un nucleo di sporule situate in vicinanza del luogo della puntura dell'ago, coi rami carichi di conidii o rudimenti di talli

ad ogni grado di sviluppo, e tra questi alcuni già staccati dai filamenti tallini, e nuotanti liberi nel fluido circondante. L'opposta zampa dello stesso individuo, egualmente esaminata, non presentava nè talli, nè conidii.

## (81)

3 *luglio* 1851. — I bachi a sangue bianco, affetti dal giallume, conservano il loro colore naturale, e non si distinguono dai sani che per l'accorciamento del loro corpo, e pel loro sangue bianco-opaco lattiginoso.

Quest'oggi avendo ripetuto l'esame del sangue di varie farfalle moribonde, lo trovai in tutte decisamente alcalino, con globuli sanguigni scarsissimi, o nulli, e zeppo invece di ematozoidi, con gocciole d'aspetto oleoso, qua e là sparse.

## (82)

5 *luglio* 1851. — *Esame del sangue bianco di una farfalla vicina a soccombere di morte naturale.* — Liquido leggermente alcalino. Globuli sanguigni scarsissimi, lisci, senza granelli distinti; varie cellule irregolari, più grandi dei suddetti globuli, zeppe dei così detti ematozoidi o corpicciuoli ovali-allungati semoventi, regolarmente disposti, uniti, cioè tutti secondo la loro lunghezza; alcune di queste cellule sfasciate e quasi prive di pareti, sotto forma di piastrine od areole irregolari; numero straboechevole di ematozoidi sparsi pel liquido. Nessun cristallo; nessun conidio o tallo botritico. — Il cadavere della farfalla si è conservato immune dal calcino.

## (83)

10 *luglio* 1851. — Il 8 detto alle ore 6 pom. ho messo a contatto con polvere calcinica 24 farfalle femmine, poco dopo la deposizione delle uova, ecc. un sette giorni dalla nascita. Di queste, 4 si trovarono morte alla mattina dell'8 detto, 16 alle ore due pomeridiane, e 4 alla sera dell'istesso giorno. Il 10 detto erano tutte dure. Spaccate, si trovò nella maggior parte la veseica aerea coperta di una finissima lanugine botritica. Esse furono poste, così spaccate, all'umido. — Esaminate la mattina del 13 detto si trovarono tutte coperte di efflorescenza botritica.

## (84)

15 *luglio* 1851. — Avendo messo jeri sotto campana, al solito, dell'umore incoloro alcalino emesso dalla farfalla nell'aprire il bozzolo, misto con sporule botritiche, trovai quest'oggi all'istess'ora, cioè dopo 24 ore precise, la botrite germogliante, isolata od in cespugli, a norma dell'isolamento o della riunione delle sporule disseminatevi, tutta carica di gemme o conidii, molti dei quali già isolati e sparsi all'intorno dei cespugli medesimi. Questo fatto prova ad evidenza che i detti conidii o rudimenti di talli botritici non provengono già dalla metamorfosi dei granelli contenuti nei globuli sanguigni, o dai così detti ematozoidi di Guérin-Méneville, giacchè nel suddetto liquido non riscontransi nè globuli sanguigni, nè granelli di sorta. V'ha di più un altro fatto in ciò che prova ad evidenza, che la botrite non proviene nè da acidità, nè da fermentazione acida, giacchè il liquido suddetto è eminentemente alcalino, e tale si conserva anche durante l'intero sviluppo della pianta.

(85)

2 *agosto* 1851. — Cento trenta farfalle morte naturalmente, dopo l'accoppiamento o la deposizione delle uova, un venti giorni circa dalla nascita, e quasi interamente essiccate, sparate quest'oggi ed attentamente esaminate, si trovarono tutte perfettamente sane, cioè senza traccia alcuna di botrite. L'interno della cavità addominale, corrispondente alla superficie interna della vescica aerea, esaminata con una lente di una linea circa di foco, presentava una superficie liscia, lucente, del colore come di madreperla, con rughe trasversali provenienti dalle fibre muscolari della membrana della vescica suddetta. Le poche farfalle tra queste che conservavano ancora qualche poco d'umidità lungo la sezione del corsaletto, esplorate colla carta azzurra, la tingevano in giallo-sporco, ed esplorate colla rossa, la tingevano in verde oscuro, il qual colore scompariva poscia, e si convertiva pure in giallo sporco.

(86)

3 *agosto* 1851. — *Esame del sangue di un baco della quinta età affetto dalla malattia di sfinimento od emaciazione* (gattine). — Liquido limpido, giallognolo, acido! Globuli sanguigni numerosi, con granelli poco distinti; la maggior parte echinati; nessun ematozoide, o corpiccinolo ovale-allungato semovente.

(87)

5 *agosto* 1851. — Dall'esame di varie farfalle sane ed essiccate, poste all'umido con farfalle calcinate, ho potuto convincermi che la botrite si comunica alle prime per contatto, non altrimenti delle altre muffe, per falli e ramificazioni serpeggianti superficiali; questa superficiale vegetazione della botrite non indura però il loro cadavere, nè lo preserva dalla putrefazione; e la fruttificazione della pianta istessa è sempre scarsa, formata cioè di piccoli grappoli scarsi, facilmente osservabili coll'ajuto di una semplice lente di una linea circa di fuoco.

(88)

7 *agosto* 1851. — Sul cadavere, longitudinalmente spaccato e tenuto per alcuni giorni all'umido, di farfalle morte naturalmente, senz'ombra di calcino, trovai fra le altre muffe il *cephalothecium roseum* Cord., quale venne descritto e figurato dal Guérin-Méneville (*Annales sèric.*, ann. 1847, pag. 156), ed il *penicillium sparsum* Grev. (*Fries Syst. myc.* 3, pag. 407). Quest' ultimo ha i suoi steli fruttiferi sparsi, con pennelli rari dicotomi, tricotomi, e bene spesso anche semplicissimi, formati cioè di una sol serie di sporule; queste sono grandi, subrotonde e candide. Veduto ad occhio nudo può confondersi facilmente colla botrite bassiana, attesa la candidezza de' suoi filamenti e delle sue sporule. La frase caratteristica del Fries è la seguente: P. *sparsum, floccis sterilibus effusis, fertilibus simplicibus sparsis, apice bifido-penicillatis, sporidiis candidis — flocci fritiles, apice repetito-dichotomo excepto simplices.* (Fr. loc. cit.)

(89)

4 *settembre* 1851. — Varie crisalidi, morte da circa due giorni di calcino, dure ed arrossate, sezionate quest'oggi, contenevano ancora una quantità di umore limpido, rossastro,

acidissimo ed avente un odore particolare specifico. Sottoposto in più riprese al microscopio, presentava ancora qualche cellula granulata, qualche lobulo o cellula adiposa, molti granelli informi minutissimi, con qualche cristallo non ben determinato, e molti frammenti o briccioli di talli botritici.

## (90)

3 *settembre* 1851. — La farfalla per aprire il bozzolo emette dalla bocca un umore alcalino limpidissimo, che pare un rimasuglio di quello contenuto nello stomaco del baco giunto a perfetta maturanza; e quando quest'umore non è sufficiente, il che accade d'ordinario quando ha già spinta fuori la testa dal foro praticato, emette porzione anche del liquido torbido-rossastro, acido, escrementizio, contenuto nel cieco. Il primo viene emesso a poco a poco, il secondo istantaneamente con getto, come quando viene scaricato dall'ano.

## (91)

17 *settembre* 1851. — *Otto farfalle femmine, nate il* 30 *agosto, e morte tutte, dopo aver deposte delle uova feconde, dal* 10 *al* 15 *di settembre.* Esse furono sezionate il 17, e trovate tutte scevre di calcino. Sei erano già essiccate, e due contenevano ancora in istato liquido porzione dell'umore escrementizio, il quale tingeva in rosso violetto la carta azzurra esploratoria. Questo liquido, veduto al microscopio, conteneva un numero considerevole di ematozoidi in tutte e due le farfalle.

Avendo esaminato col microscopio un pezzettino di cute corrispondente al dorso di una di queste farfalle, immerso nell'acqua distillata, esso presentava ancora i lobuli adiposi e la membrana peritracheale zeppa di ematozoidi in luogo dei granelli adiposi, de' quali ematozoidi era pure zeppo tutto il liquido ambiente.

## (92)

19 *settembre* 1851. — Avendo esaminato quest'oggi il sangue di farfalla sana, vicinissima al suo termine naturale; lo trovai zeppo di una miriade sorprendente di ematozoidi. Esaminata porzione della detta farfalla come sopra, trovai i vasi malpighiani anch'essi pieni di questi corpicciuoli semoventi, e quasi interamente composto di ematozoidi era puro l'umore contenuto nel gran cieco.

## (93)

7 *ottobre* 1851. — *Farfalla di un mese circa di vita, tenuta in scatola di carta sin dalla nascita, e sezionata quest'oggi ancor viva.* — Sangue scarsissimo, con globuli appena discernibili, alterati e ridotti in forma d'irregolari cellule. Alcuni granelli rotondi di varia grandezza sparsi pel liquido. Questo esplorato colla carta e colla tintura di tornasole non diede alcun indizio nè di acidità, nè di alcalinità. — Liquido escrementizio abbondantissimo, acido, zeppo di corpicciuoli rotondi, di grandezza ineguale, mobilissimi, frammisti ad un discreto numero dei così detti ematozoidi. — Sottoposto al microscopio un piccolo tralcio di vaso malpighiano, bagnato con acqua distillata, lasciò scorgere sul vetro una quantità di granelli rotondi, oscuri, della grossezza precisa dei granelli adiposi, riuniti in areole o piastrine, i quali rompendosi uno dopo l'altro si cangiavano in granelli più piccoli, perfettamente simili ai granelli del liquido escrementizio e semoventi con moto concitatissimo. In

mezzo a questi alcuni ematozoidi. — Varj lobuli adiposi contenenti dei granelli di diversa grandezza con ematozoidi. — Granelli di varia grandezza e semoventi, specialmente i più piccoli, con moto molecolare concitato; fra questi alcuni ematozoidi, o corpi ovali-allungati distintissimi, riuniti e sparsi. — Nessun conidio o tallo botritico!

La farfalla suddetta aveva la vescica aerea dilatatissima, e che riempiva quasi tutta la cavità addominale. Dopo la sezione si è posta all'umido per vedere se si sviluppasse in essa la botrite. — Fu ritirata il 19 detto carica del *penicillium fasciculatum* senza la minima traccia di botrite. Porzione della stessa farfalla fu tenuta nell'acqua distillata sino al 30 detto per vedere lo sviluppo delle sporule del detto *penicillium*. Anche durante tutto questo tempo nessuna traccia di botrite!

## (94)

8 *ottobre* 1851. — *Esame di quattro farfalle, poste, in istato di crisalidi, vicinissime ad isfarfallare, in scatola di carta sin dal giorno* 9 *settembre, e morte tutte dal* 25 *al* 29 *detto.* — Nessuna traccia di botrite. Esse sono tutte secche ma ancora elastiche, e non friabili come quelle morte di calcino. Furono poste all'umido al solito. — Il giorno 13 detto erano ancora intatte; il giorno 19 detto si trovarono coperte di *penicillium* senza la minima traccia di botrite, e sì che due tra queste avevano l'umor escrementizio zeppo dei così detti ematozoidi.

Ho pure esaminate quattro altre farfalle rinchiuse come sopra e nell'istesso giorno, e morte dal 28 settembre al 4 ottobre. Esse non presentavano traccia di botrite. L'addome era in tutte diviso in due grandi cavità, una superiore, corrispondente al vano della vescica aerea, perfettamente vuota, con pareti liscie e secche; l'altra inferiore, corrispondente alla cavità del gran cieco, zeppa ancora dell'umore escrementizio. Esse vennero poste all'umido.— Esaminate il giorno 13 si trovarono tutte sane, cioè senza botrite. Tre fra queste avevano l'umore escrementizio zeppo di ematozoidi.

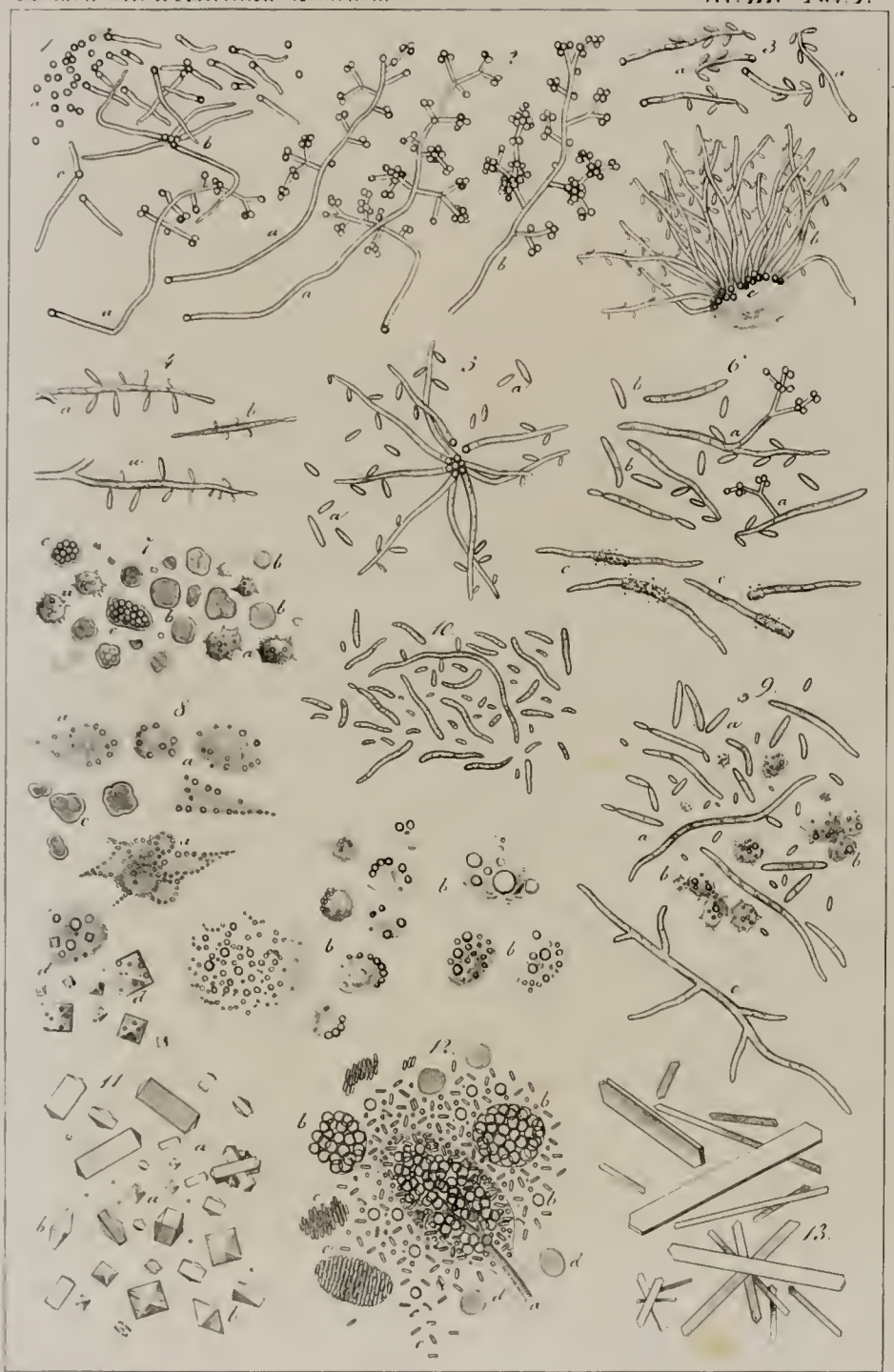
## (95)

7 *settembre* 1851. — *Sugo della foglia del gelso sparso di polvere botritica.*

11 *detto.* — Numerosi talli nascenti di mucedinea (*penicillium*); alcune sporule della botrite hanno dato un corto germoglio.

13 *detto.* — I talli del *penicillium* si sono sviluppati in tutti i sensi ed occupano quasi tutto il liquido, meno il luogo occupato dalla botrite. Questa si svolge lentissimamente; anzi la maggior parte delle sporule non ha germogliato; e le germogliate hanno filamenti cortissimi, con appena qualche conidio e qualche rara sporula. Gli steli in frutto partono quasi tutti dai nuclei delle sporule!

16 *detto.* — La botrite è stazionaria; il penicillio in piena fruttificazione. È singolare che dove vegeta la botrite, non v'ha ombra di penicillio; essa ne impedisce lo sviluppo.



# SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

## TAVOLA I.

Fig. 1.ª *a*. Sporule della botrite bassiana isolate (1); *b* le stesse germoglianti, vedute 24 ore circa dopo la loro seminagione; *c* una sporula con due germogli.

Fig. 2.ª *a*, *a*, *a*. Pianticine di botrite nello stato di incipiente fruttificazione, provenienti da altrettante sporule botritiche seminate, da 48 ore circa, in una soluzione di gomma arabica. Esse sono semplicissime e costituite da un sol filamento, che funge nell'istesso tempo l'uffizio di tallo e di ramo fruttifero.

*b*. Stelo fruttifero di una delle dette pianticine già carico di sporule, agglomerate intorno all'apice dei ramoscelli sotto forma di grappoli.

Fig. 3.ª *a*, *a*. Sporule di botrite, seminate da 24 ore nell'umore emesso dalla farfalla nell'aprire il bozzolo, con germogli o filamenti tallini carichi di conidii.

*b*. Cespuglio botritico, proveniente da un nucleo di sporule germoglianti *c*, carico di conidii a diverso grado di sviluppo. Questo cespuglio fu tolto dall'interno di una zampa di un baco della quinta età, inoculato in quel luogo, da circa 30 ore, con polvere botritica.

Fig. 4.ª *a*, *a*. Rami tallini, staccatisi dai primitivi cespugli, carichi di conidii a diverso grado di sviluppo. Questi rami o frammenti di talli si osservano d'ordinario sparsi nell'umor circolante dei bachi, inoculati da qualche tempo con polvere botritica, in vicinanza del luogo dell'innesto.

*b*. Conidio trasformantesi in tallo botritico, da cui sbucciano già altri conidii secondarj.

Fig. 5.ª Cespuglio carico di conidii, formato da un nucleo di germoglianti sporule disseminate, da 24 ore circa, in una soluzione di colla di pesce leggermente acidulata con acido acetico.

*a*, *a*. Conidii maturi staccatisi dai filamenti o germogli delle sporule suddette, nuotanti liberi nel liquido ambiente, e trasformantisi in talli botritici.

Fig. 6.ª Conidii e talli, di cui sopra, osservati 48 ore circa dopo la seminagione delle sporule.

*a*, *a*. Due conidii già trasformati in talli carichi di conidii secondarj, e muniti ciascuno d'uno stelo emergente carico di sporule.

*b*, *b*. Altri conidii trasformantisi in talli.

*c*, *c*. Talli botritici nascenti, svoltisi da alcuni briccioli di filamenti tallini, tolti dall'interno di una crisalide morta da due giorni di calcino, e tenuti per 24 ore circa in una goccia d'acqua distillata. I granelli di cui sono sparsi i suddetti filamenti non sono altro che piccolissimi cristalli dodecaedri, dei quali sono zeppi tutti i tessuti dei bachi morti da qualche giorno di calcino.

Fig. 7.ª Goccia di sangue, appena estratto, di un baco sano della quinta età.

*a*, *a*. Globuli sanguigni perfetti echinati all'esterno, e granulati nell'interno, frammisti con altri globuli sanguigni più piccoli, rudimentali.

*b*, *b*. Globuli o cellule oleose; *c*, *c* cellule granulate.

Fig. 8.ª L'istessa goccia di cui sopra, veduta un'ora dopo la sua estrazione.

*a*, *a*, *a*. Globuli sanguigni con trama semidisciolta, entro la quale scorgonsi i granelli suddetti sotto forma di goccioline perfettamente sferiche, e variabilissime tanto nel numero che nella grandezza.

*b*, *b*, *b*. Gli stessi globuli veduti dopo un maggior lasso di tempo. I granelli dei globuli, lasciati liberi dalla trama che originariamente li involgeva, vedonsi sparsi nel liquido ambiente, o riuniti qua e là in areole più o meno distinte.

*c*, *c*. Cellule oleose come sopra.

*d*, *d*. Granelli e globuli sanguigni trasformantisi in cristalli, quali si osservano nel sangue appena estratto dei bachi morienti per calcino.

Fig. 9.ª Conidii, e talli nascenti di botrite provenienti da altri conidii, nuotanti nel sangue appena estratto di un baco della quinta età, inoculato da 48 ore con polvere botritica; *b*, *b* globuli sanguigni; *c* uno dei suddetti talli che comincia a ramificarsi.

Fig. 10.ª Conidii e talli, come sopra, formatisi, nello spazio di 48 ore, entro una leggier soluzione di colla di pesce artificialmente sparsa di sporule botritiche.

Fig. 11.ª *a*,*a*. Cristalli dodecaedri, di cui sopra, di diversa forma e grandezza; *b*,*b* cristalli derivati probabilmente dai precedenti, quali si osservano nei bachi morti da qualche tempo di calcino, e specialmente nelle crisalidi.

Fig.ª 12. Goccia di sangue, appena estratto, di una farfalla del baco vicina al suo termine naturale.

*a*. Lobulo adiposo contenente, insieme ai granelli adiposi, molti corpicciuoli semoventi delle due specie descritte.

*b*, *b*, *b*. Cellule adipose con alcuni granelli sparsi.

*c*, *c*, *c*. Corpicciuoli semoventi ovali-allungati (ematozoidi di Guérin-Méneville), parte ancora rinchiusi nelle cellule madri, parte riuniti in piccoli gruppi, e parte liberi e nuotanti nel liquido ambiente.

Fig. 13.ª Cristalli prismatici, aghiformi, con estremità diedre, quali si osservano sul cadavere dei bachi morti di calcino, tenuti per alcuni giorni in un ambiente umido.

---

(1) Tutte le figure di questa Tavola presentano un ingrandimento di seicento cinquanta a seicento volte circa il lor diametro naturale.

## TAVOLA II.

Fig. 1.ª Goccia di sangue, appena estratto, di un baco moriente di calcino (1).

*a,a,a.* Diversi talli botritici più o meno sviluppati, provenienti dai conidii sparsi nel fluido circolante durante l'infezione calcinica; alcuni de' quali già trasformati in veri cespugli erranti.

*b, b.* Globuli sanguigni; *c, c* cristalli dodecaedri frammisti agli stessi.

Fig. 2.ª Cespuglio in frutto del *penicillium sparsum* Fr., quale si riscontra non di rado sui cadaveri delle farfalle morte naturalmente, e vergenti alla putrefazione.

*a.* Tallo emerso superficiale; *b, b* rami fruttiferi con sporule disposte in catenelle lineari, semplici o riunite a foggia di pennello.

Fig. 3.ª Lo stesso penicillio veduto ad un maggior ingrandimento.

*a.* Sporule libere; *b, b* le stesse germoglianti; *c* sporula con tre germogli, due dei quali già provveduti di una semplice catenella di sporule nascenti, circondata da varj conidii.

*d.* Porzione di uno stelo fruttifero con pennelli nascenti; *e* pennello isolato con sporule emergenti; *f* idem carico di sporule mature.

Fig. 4.ª Tallo nascente di *penicillium crustaceum.*

*a.* Conidii trasformati in cellule, dall'unione delle quali hanno origine i filamenti tallini.

*b.* Numerosi conidii emergenti dall'apice dei suddetti filamenti; *b'*, *b'* altri conidii e. s.

*c.* Conidii trasformati in cellule contenenti altri conidii rudimentali.

*d, d.* Cellule che cominciano a riunirsi ed a trasformarsi in talli.

*e.* Pennello con sporule emergenti.

Questo penicillio, uno dei più infesti alle nostre cucine, fu delineato allo scopo di far conoscere la prodigiosa fecondità delle muffe in genere, e la loro rapida diffusione sia col mezzo dell'aria nella quale trovansi sospese le loro sporule, sia col mezzo dell'acqua e dei liquidi in generale nei quali trovansi infusi, e di continuo riprodotti, i loro conidii.

Fig. 5.ª *Botrytis cana* Kunz e Schm., quale si osserva sulle foglie del gelso semidisseccate, ed infuse per alcun tempo in acqua leggermente acidulata con qualche acido organico.

*a.* Stelo fruttifero con sporule mature, disposte a foggia di grappolo attorno all'estremità dei rami.

*a'.* Uno stelo della stessa con sporule nascenti.

*b.* Porzione di tallo nel cui cavo si scorgono alcuni cristalli.

*c.* Sporule isolate, circondate da piccoli cristalli.

*d.* Le stesse germoglianti; *e* grossi cristalli ottaedri che si formano all'intorno dei talli della detta botrite durante la sua vegetazione, e che circondano pure gli steli della stessa quando cominciano ad essiccarsi.

Fig. 6.ª Goccia di sangue, estratta da una farfalla moribonda per calcino, tenuta sotto campana al solìo, e veduta 36 ore circa dopo la sua estrazione.

*a, a', a'.* Tallo botritico ramificatissimo proveniente da un conidio, il cui centro trovasi in *a.*

*b, b, b.* Steli fruttiferi emergenti, provenienti dallo stesso tallo, con rami nascenti e qualche sporula.

*c, c, c.* Nuclei di granelli adiposi sparsi pel liquido.

*d, d, d.* Globuli sanguigni con trama semidisciolta e coi granelli sparsi all'ingiro dell'istessa trama sotto forma di goccioline, varie di numero e di grandezza, alcune delle quali trasformantisi, o di già trasformate in cristalli.

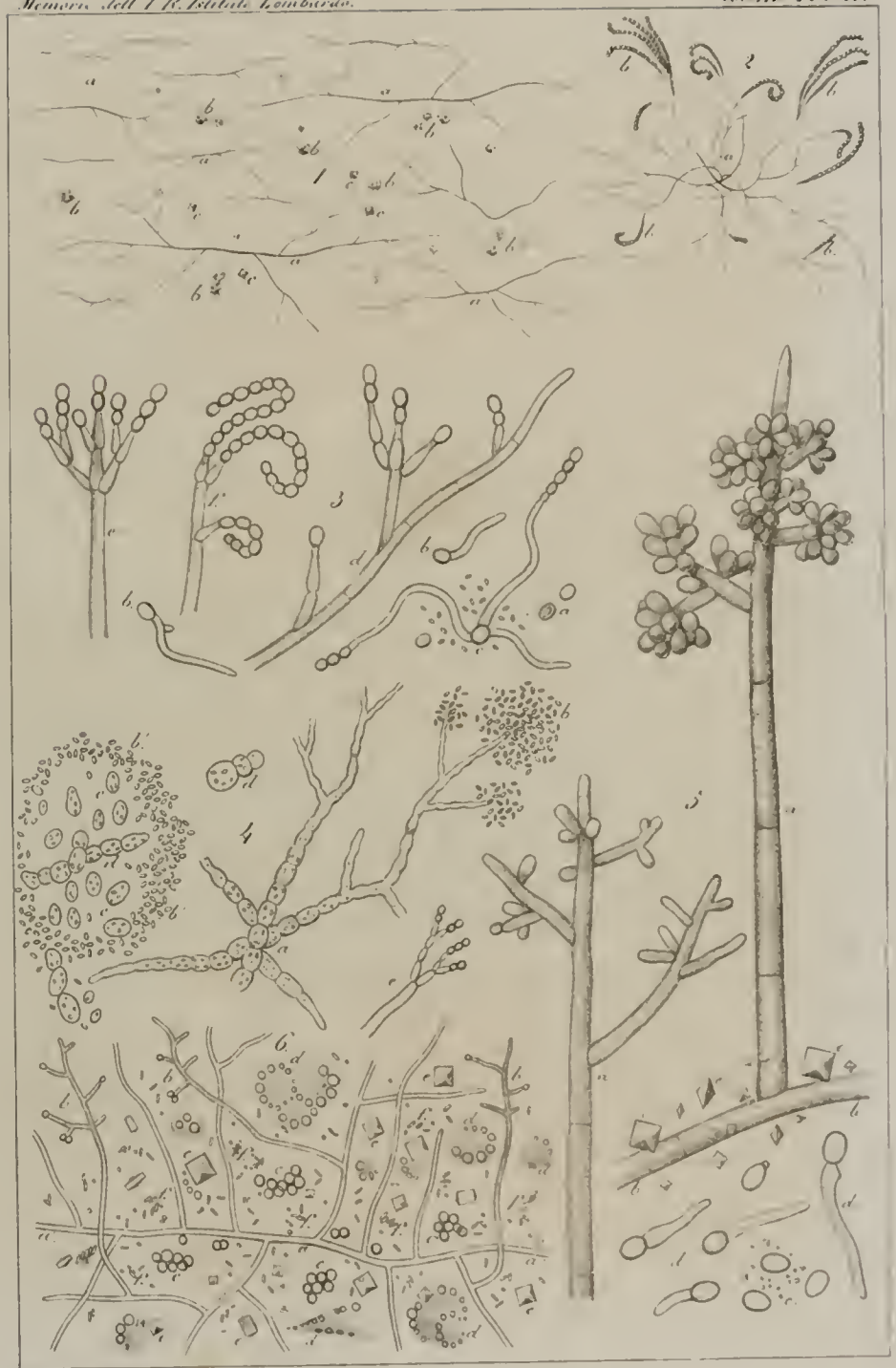
*e, e, e.* Cristalli dodecaedri di diversa forma e grandezza.

*f, f, f.* Corpicciuoli rotondi, ed ovali-allungati (ematozoidi), semoventi, de' quali è sparso tutto il liquido.

---

(1) Le figure 1.ª e 2.ª presentano un ingrandimento di trecento volte circa il loro diametro naturale; le altre sono ingrandite come nella tavola precedente.

*Fine del Volume Terzo.*



NATURAL HISTORY

# INDICE

## DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

Elenco dei membri attuali dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti . . . . . Pag. v

*Del catasto della Francia nel* 1846 *e del suo avvenire, di* Francesco Rezzonico . . . . . » 3

*Esame anatomico del sistema arterioso dell'arto inferiore ventidue anni dopo la legatura dell'arteria femorale per aneurisma, di* Luigi Porta . » 49

*Dell'uso cui erano destinati i vetri con epigrafi eufiche, e della origine, estensione e durata di esso, di* Carlo Ottavio Castiglioni . . . . . » 59

*Confronto di varie galle di cecidomie e del vario modo di uscirne di questi ed altri insetti, di* Gaspare Brugnatelli . . . . . » 125

*Della causa della mortalità dei gelsi e del modo di impedirla, di* Angelo Bellani . . . . . » 135

*Rettificazione di errori invalsi contro la verità storica in molte dipinture di soggetti religiosi, di* Bartolomeo Catena . . . . . » 147

*Pensieri sulla consistenza e sulla densità della crosta solida terrestre e sopra alcuni fenomeni che vi hanno relazione. Parte I e II, di* Giuseppe Belli . . . . . » 161

*Sopra un mostro vitellino bicipite unicorporeo, di* Bartolomeo Panizza » 276

*Ulteriori considerazioni sul moto dell'acqua in vasi, canali e fiumi (Memoria postuma), di* Gabrio Piola . . . . . » 283

*Delle ferite delle arterie, di* Luigi Porta . . . . . Pag. 369
*Sul Gymnaetron campanulae Schön., di* Gaspare Brugnatelli . . . . » 411
*Sull'omonimia de'fiumi dell'Italia settentrionale e di quelli della Francia, di* Elia Lombardini . . . . . » 415
*Caso singolare di vertebre soprannumerarie articolate coll'osso sacro, di* Luigi Porta . . . . . » 429
*Di alcune ossa soprannumerarie men conosciute del cranio umano, di* Andrea Verga . . . . . » 439
*Della natura del calcino o mal del segno, di* Carlo Vittadini . . . . » 447

## REGISTRO DELLE TAVOLE.

Porta. — *Sistema arterioso dell'arto inferiore* . . . . Tavola 1. Pag. 58
Castiglioni. — *Vetri con epigrafi cufiche* . . . . . Tavole 3. » 122
Brugnatelli. — *Varie galle di cecidomie* . . . . . Tavola 1. » 134
Panizza. — *Sopra un mostro vitellino bicipite unicorporeo.* Tavola 1. » 282
Porta. — *Delle ferite delle arterie* . . . . . Tavole 3. » 410
» — *Caso di vertebre soprannumerarie, ecc.* Tavole 3. Pag. 435. 436. 437
Verga. — *Di alcune ossa soprannumerarie, ecc.* . . . . Tavole 2. Pag. 446
Vittadini. — *Della natura del calcino, ecc.* . . . Tavole 2. Pag. 511. 512

TIPOGI. .FIA BERNARDONI.